**MỘT SỐ DẠNG TOÁN ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ VI-ÉT**

**I. CƠ SỞ LÝ THUYẾT**

**1. Định lí Vi-ét:**

Nếu phương trình ax2 + bx + c = 0 (a ≠ 0) có 2 nghiệm x1, x2 thì





\* Hệ quả: PT bậc 2: ax2 + bx + c = 0 (\*)

- Nếu a + b + c = 0 thì (\*) có 1 nghiệm là x1 = 1, nghiệm kia là x2 = 

- Nếu a - b + c = 0 thì (\*) có 1 nghiệm là x1 = - 1; nghiệm kia là x2 = 

**2. Định lý đảo:**

Nếu có 2 số x1, x2 thoả mãn  thì chúng là nghiệm số của phương trình:

t2 - st + p = 0

(Điều kiện ∃ 2 số x1, x2 là s2 - 4p ≥ 0)

**Chú ý:**

\* Trước khi áp dụng hệ thức Viet cần tìm điều kiện để phương trình có 2 nghiệm ⇔ 

\* a + b + c = 0 ⇔ x = 1 ; a - b + c = 0 ⇔ x = - 1

\* Nếu có: x = α ; y = β là nghiệm hệ phương trình  thì α, β là nghiệm của phương trình: t2 - St + P = 0.

**II. MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ ỨNG DỤNG ĐỊNH LÍ VI-ÉT**

**Dạng 1: Nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai**

**1.1. Dạng đặc biệt: Phương trình bậc hai có một nghiệm là 1 hoặc – 1**

**Cách làm:** *Xét tổng a + b + c hoặc a – b + c*

***Ví dụ 1:*** Nhẩm nghiệm của các phương trình sau:

a)  b) 

Giải: a) Ta có:  nên phương trình có một nghiệm là , nghiệm còn lại là 

b) Ta có:  nên phương trình có một nghiệm là , nghiệm còn lại là .

**1.2. Cho phương trình bậc hai, có một hệ số chưa biết, cho trước một nghiệm, tìm nghiệm còn lại và chỉ ra hệ số chưa biết của phương trình:**

***Ví dụ 2:*** a) Phương trình  có một nghiệm bằng 2, tìm p và nghiệm còn lại của phương trình.

b)Phương trình  có một nghiệm bằng 5, tìm q và nghiệm còn lại của phương trình

c) Phương trình  biết hiệu hai nghiệm bằng 11. Tìm q và hai nghiệm của phương trình

d) Phương trình  có hai nghiệm trong đó một nghiệm gấp đôi nghiệm kia, tìm q và hai nghiệm đó.

Giải:

a) Thay  vào phương trình ta được 



Phương trình đã cho trở thành 

Từ  ( hoặc )

Câu b tương tự

Giả sử hai nghiệm của phương trình là  có vai trò như nhau

c) Theo đề bài ta có 

Theo định lí Vi-et ta có 

Giải hệ phương trình  ta được 

q = 

d) Ta có . Theo định lí Vi-et ta có 

Với  thì , = 10 + 5 = 15

Với  thì , = (- 10) + (- 5) = - 15.

\* **Bài tập áp dụng:**

Bài 1: Tìm nghiệm của phương trình:

a)  b) 

Bài 2: Xác định m và tìm nghiệm còn lại của phương trình

a)  biết một nghiệm bằng – 5

b)  biết một nghiệm bằng – 3

c)  biết một nghiệm bằng 3

**2. Dạng 2:** **Lập Phương trình bậc hai**

***2.1.Lập phương trình bậc hai biết hai nghiệm***

***Ví dụ 1:*** Lập một phương trình bậc hai chứa hai nghiệm là 3 và 2

Giải:

Theo Định lí Vi-et ta có 

Vậy 3 và 2 là hai nghiệm của phương trình: *hay =0.*

***\Ví dụ 2:*** Cho x1 =  ; x2 = 

Hãy lập phương trình bậc hai có ngiệm: x1; x2

Giải: Ta có x1 =  ; x2 =  = 

Nên x1.x2 = .  = 

x1 + x2 = +  = 

Vậy phương trình có hai nghiệm x1; x2 là x2 - x +  = 0

Hay 2x2 - 2x + 1 = 0

***2.2.Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm thoả mãn biểu thức chứa hai nghiệm của một phương trình cho trước***

***Ví dụ 1:*** Cho phương trình có hai nghiệm **.

Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm 

- Nhận xét: bài toán dạng này có hai các giải:

***Cách 1:***

*+ Tính trực tiếp  bằng cách: Tìm nghiệm của phương trình đã cho rồi thay vào biểu thức tính *

Phương trình  có  nên phương trình có hai nghiệm là 

Ta có 

*+ Lập phương trình bậc hai biết hai nghiệm  (dạng 2.1)*



Phương trình cần lập có dạng:  hay 

( hoặc )

***Cách 2:***

*Không tính  mà áp dụng Định lí Vi-et tính sau đó lập phương trình bậc hai có các nghiệm là *

Theo Định lí Vi-et ta có:

* *

Phương trình cần lập có dạng:  hay  ( hoặc )

***Ví dụ 2:*** Cho phương trình  có hai nghiệm ** Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm 

**Nhận xét:**

- Nếu làm theo Cách 1: Phương trình  có  nên có hai nghiệm vô tỉ là:



Việc tính *, S, P* cũng phức tạp và mất nhiều thời gian 



Phương trình cần lập:  hay 

( hay  )

- Cách 1 chỉ thích hợp khi phương trình ban đầu có nghiệm ** là hữu tỉ do đónên chọn Cách 2 để việc tính toán đơn giản và nhanh hơn, cụ thể:

Theo Định lí Vi-et, ta có:

**

**

Phương trình cần lập:  hay  (hay)

***Ví dụ 3:*** Tìm các hệ số p và q của phương trình: x2 + px + q = 0 sao cho hai nghiệm x1; x2 của phương trình thoả mãn hệ:

Giải: Điều kiện Δ = p2 - 4q ≥ 0 (\*) ta có:

x1 + x2 = -p; x1.x2 = q. Từ điều kiện:

 ⇔ 

⇔ ⇔ 

Giải hệ này tìm được: p = 1; q = - 6 và p = - 1; q = - 6

Cả hai cặp giá trị này đều thoả mãn (\*)

**\*** **Bài tập áp dụng:**

Bài 1: Lập phương trình bậc hai có các nghiệm là:

a) 8 và -3 b) 36 và – 104

c)  và  d)  và 

Bài 2: Cho phương trình  có hai nghiệm **. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm 

Bài 3: Cho phương trình  có hai nghiệm **. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm 

Bài 4: Lập phương trình bậc hai có các nghiệm bằng nghịch đảo các nghiệm của phương trình = 0

Bài 5: Cho phương trình  có hai nghiệm **. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm 

Bài 6: Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm **thỏa mãn



Hướng dẫn: - Giải hệ phương trình tìm **

- Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm **tìm được.

**3. Dạng 3: Tìm hai số biết tổng và tích của chúng**

***Ví dụ 1:*** Tìm hai số a và b biết S = a + b = - 3, P = ab = - 4

Giải: Hai số a và b là nghiệm của phương trình 

Giải phương trình trên ta được 

Vậy nếu a = 1 thì b = - 4; nếu a = - 4 thì b = 1

**\* Lưu ý:** không phải lúc nào ta cũng tìm được hai số thỏa mãn yêu cầu đề bài

***Ví dụ 2:*** Tìm hai số a và b biết S = a + b = 3, P = ab = 6

Giải: Hai số a và b là nghiệm của phương trình 



Phương trình vô nghiệm nên không tồn tại hai số a và b thỏa mãn đề bài

\* **Lưu ý:** Với trường hợp này ta cũng có thể nhận xét ngay

 nên không tồn tại hai số a và b thỏa mãn yêu cầu đề bài mà chưa cần lập phương trình

**\* Bài tập áp dụng:**

Bài 1: Tìm hai số biết tổng S = 9 và tích P = 20

Bài 2: Tìm hai số x, y biết:

a) x + y = 11; xy = 28 b) x – y = 5; xy = 66

Bài 3: Tìm hai số x, y biết: 

**4. Dạng 4: Dạng toán về biểu thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình bậc hai**

**\* Cách biến đổi một số biểu thức thường gặp:**



Và tương tự học sinh có thể biến đổi được nhiều biểu thức theo

**4.1 . Tính giá trị của biểu thức chứa nghiệm**

Với dạng toán này ta không giải phương trình để tìm nghiệm mà biến đổi biểu thức cần tính giá trị theo tổng và tích các nghiệm, sau đó áp dụng Định lí Vi-et để tính

***Ví dụ 1:*** Cho phương trình  có hai nghiệm  hãy tính

a)  b)  c) 

Giải:

Ta có 

a) 

b) 

c) 

**Nhận xét:** Với dạng bài này ta không cần giải phương trình để tìm các nghiệm

**Bài tập áp dụng:**

Bài 1: Cho phương trình  có hai nghiệm  hãy tính

a)  b) 

Bài 2: Cho phương trình  có hai nghiệm  hãy tính

a)  b) 

**4.2. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc tham số**

Ta lần lượt làm theo các bước sau:

+ Tìm điều kiện của tham số để phương trình có nghiệm  ()

+ Viết hệ thức 

Nếu S và P không chứa tham số thì ta có hệ thức cần tìm

Nếu S và P chứa tham số thì khử tham số từ S và P sau đó đồng nhất

các vế ta được hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc tham số.

***Ví dụ 1:*** Cho Phương trình ( m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm 

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa  không phụ thuộc vào m

Giải:

a) Để phương trình có hai nghiệm  thì



b) Theo định lí Vi-et ta có: 



Từ (3) và (4) ta được:  hay 

***Ví dụ 2:*** Gọi  là nghiệm của phương trình 

Chứng minh biểu thức  không phụ thuộc giá trị của m

**Nhận xét:**

Bài toán này cho trước biểu thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình nhưng về nội dung không khác Ví dụ 9. Khi làm bài cần lưu ý:

+ Ta vẫn tìm điều kiện của m để phương trình có nghiệm

+ Biểu thức A có giá trị là một số xác định với mọi m thỏa mãn điều kiện

Cụ thể:

Để phương trình có hai nghiệm  thì



Theo định lí Vi-et ta có: 

Thay vào A ta được:  = 

Vậy  = 0 với  và 

hay biểu thức A không phụ thuộc vào m

**Bài tập áp dụng:**

Bài 1 : Cho phương trình  có hai nghiệm . Hãy lập hệ thức liên hệ giữa sao cho chúng độc lập (không phụ thuộc) với m

Bài 2: ( Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT năm học 2008 – 2009)

Cho phương trình 

a) Giải phương trình (1) khi m = 7

b) Tìm tất cả các giá trị m để (1) có nghiệm

c) Tìm hệ thức kiên hệ giữa hai nghiệm  của (1) sao cho hệ thức đó không phụ thuộc tham số m

**4.3. Tìm giá trị của tham số thỏa mãn biểu thức nghiệm cho trước.**

Cách làm:

+ Tìm điều kiện của tham số để phương trình có hai nghiệm  ( a ≠ 0 và Δ ≥ 0)

+ Từ biểu thức chứa nghiệm đã cho, áp dụng hệ thức Vi-et để giải phương trình tìm m

+ Đối chiếu với điều kiện để xác định m.

***Ví dụ 1:*** Cho phương trình  Tìm giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm  thỏa mãn 

Giải:

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm 



Theo định lí Vi-et ta có: 

Từ  

(TMĐK)

Vậy với m = 7 thì phương trình có hai nghiệm  thỏa mãn 

***Ví dụ 2:*** Cho phương trình  . Tìm giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm  thỏa mãn 

**Nhận xét:**

Ví dụ này khác ví dụ 11 ở chỗ hệ thức không chứa sẵn  và  nên ta không thể áp dụng ngay hệ thức Vi –et để tìm tham số m

Vấn đề đặt ra là ta phải biến đổi biểu thức đã cho về biểu thức chứa  và  rồi tìm m như ví dụ trên.

Giải: Điều kiện để phương trình có hai nghiệm  là: 

Theo định lí Vi-et ta có: (1)

Từ    (2)

Thế (1) vào (2) ta được phương trình , phương trình ẩn m

Có hai nghiệm là: (TMĐK)

Vậy với  hoặc  thì phương trình có hai nghiệm 

thỏa mãn 

***Ví dụ 3:*** Tìm m để phương trình  có hai nghiệm thỏa mãn 

**Nhận xét:** Với bài toán này ta chỉ cần xét điều kiện  vì 

Hay (\*)

- Cần thêm điều kiện P  để có  đó là 

- Một sai lầm học sinh hay mắc phải đó là biến đổi



Hai vế của đẳng thức đều chứa  nên rút gọn đi để được 

Điều này sai vì có thể có trường hợp  = 0

Do đó ta phải chuyển vế để đưa về dạng tích:



- Ta thấy m = - 1 không thỏa mãn (\*) nên loại

Vậy m = 1 hoặc m = 5 là giá trị cần tìm

***Ví dụ 4:*** Cho phương trình 

Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm x1; x2 với mọi m.

Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x1; x2 thỏa mãn điều kiện:



Giải:

a) = m2 – 4m + 6 = (m – 2)2 + 2 > 0,m  pt luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Phương trình có hai nghiệm x1; x2 nên:



Theo định lí Vi-et ta có : ****

Theo bài ra ta có :



**Bài tập áp dụng:**

Bài 1: Cho phương trình  . Tìm giá trị của tham số m để hai nghiệm  thỏa mãn 

Bài 2: Cho phương trình  . Tìm giá trị của tham số m để hai nghiệm  thỏa mãn 

Bài 3: Cho phương trình x2 – 2mx + 4m – 3 = 0

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x1, x2 thỏa mãn x12 + x22= 6

Bài 4: Cho phương trình 

a) Chứng tỏ rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm  thỏa mãn 

Bài 5: Cho phương trình  . Tìm giá trị của tham số m để hai nghiệm  thỏa mãn .

Bài 6: Cho phương trình  (\*) (x là ẩn số)

Định m để phương trình (\*) có hai nghiệm ,  thỏa điều kiện:



HD: ∆’ = .

Khi m =  thì ta có ∆’ = 0 tức là :  khi đó  thỏa

Điều kiện cần để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt là:  .

Khi  ta có



(Do x1 khác x2)



 (Vì S = 1)

(vô nghiệm)

Do đó yêu cầu bài toán 

Bài 7: Cho phương trình : .

Tìm *m* để 2 nghiệm  và  thoả mãn hệ thức : 

Bài 8: Cho phương trình x2 – (m+1)x + m – 5 = 0

Xác định tham số m để phươg trình có hai nghiệm x1, x2­ thỏa mãn 

HD: 

Theo Vi- ét ta có S= x1 + x2 =m+1; P = x1.x2 = m – 5

Theo giả thiết: x1- x2 = 4 và x13 –x23 = 32 nên ta biến đổi:

x13 –x23 = (x1- x2)(x12 + x1x2 + x22) =4((x1+x2)2 – x1x2) = 4((m+1)2 – (m-5)) = 32

m2 + m + 6 = 8



Cả hai giá trị của m=1 hoặc m=-2 đều thỏa mãn.

Bài 9: Định m để phương trình x2 –(m-1)x + 2m = 0 có hai nghiệm phân biệt x1, x2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạng huyền bằng 5.

HD: (x12 + x22 = 5)

Bài 10: Cho phương trình x2 – 2(m + 1)x + 4m = 0 (1)

Tìm m để phương trình (1) có nghiệm x1, x2 thỏa mãn (x1 + m)(x2 + m) = 3m2 + 12

HD: Ta có vậy phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

Áp dụng định lí Vi-et ta có: 

Để (x1 + m)(x2 + m) = 3m2 + 12 khi và chỉ khi x1x2 + (x1 + x2) m - 2 m2 – 12 = 0, khi và chỉ khi : 4m + m.2(m + 1) – 2m2 – 12 = 0 khi và chỉ khi 6m = 12 khi và chỉ khi m= 2

Bài 11: Cho phương trình  (1) (*x* là ẩn).

Tìm các giá trị *m* để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn

.

HD: Tìm *m* để  thỏa mãn 

Pt (1) có hai nghiệm phân biệt  (1)

Theo định lí Viet . Bình phương ta được 

.

Tính được  và đưa hệ thức trên về dạng  (2)

.

Thử lại thấy  thỏa mãn pt (2) và điều kiện (1).

Bài 12: Cho phương trình : x2 – 2mx + m2 – m + 1 = 0

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x1, x2 thỏa mãn: 

Đ/a: Vậy m =  thì phương trình đã cho có 2 nghiệm x1, x2 : 

Bài 13: Cho phương trình x2 – 2(m + 1)x + m2 + 4 = 0 (m là tham số)

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn .

**4.4. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức nghiệm**

**Cách làm:** Cũng tương tự như những dạng bài trên ta áp dụng hệ thức Vi-et để biến đổi biểu thức đã cho rồi tìm giá trị lớn nhất( nhỏ nhất)

***Ví dụ 1:*** Cho phương trình : 

Gọi 2 nghiệm của phương trình là x1 và x2. Tìm giá trị của m để  đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải: Ta có: 

= 





Vậy GTNN của  là khi m =

***Ví dụ 2:*** Cho phương trình x2 – 2(m+4)x + m2 - 8 = 0 (1) trong đó m là tham số.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: A = x1 + x2 – 3x1x2 đạt GTLN.

Giải: Ta có ’ = (m+4)2 – (m2-8) = m2 + 8m + 16 – m2 + 8 = 8m + 24

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thì: ’ 0 8m + 24 0 m  - 3

Ta có: x1 + x2 = 2(m+4); x1x2 = (m2 – 8)

A = x1 + x2 – 3x1x2 = 2m+ 8 - 3(m2 – 8) = -3m2 + 2m + 32

A = -3(m2 - m + 

Vậy Max A = . Dấu ‘=’ xảy ra khi m =

***Ví dụ 3:*** Cho phương trình x2 + 2x – m = 0 (1) . (x ; là ẩn, m là tham số)

Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình (1) có nghiệm. Gọi x1, x2 là hai nghiệm (có thể bằng nhau) của phương trình (1). Tính biểu thức *P = x14 + x24* theo *m*, tìm  *m* để *P* đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải: Phương trình (1) là phương trình bậc 2 (vì hệ số của x2 là 1 0) có

’ = 1 + m 0  m  – 1.

Vậy phương trình (1) có nghiệm  m  –1.

Khi đó, áp dụng định lý Vi-ét, ta có: x1 + x2 = –2 ; x1.x2 = – m

Do đó, *P = x*14 *+ x*24 = (*x*12 *+ x*22)2 – 2 *x*12*.x*22

= [(*x*1 *+ x*2)2 - 2 *x*1*.x*2] 2 – 2(*x*1*.x*2)2

= (4 + 2m)2 – 2m2 = 2m2 + 16m + 16.

Vì m  –1  m + 1  0 nên ta có: P = 2m2 + 16m + 16

= 2(m2 + 2m + 1) + 12m + 14

= 2(m + 1)2 + 12(m + 1) + 2  2

Suy ra P đạt giá trị nhỏ nhất là 2 khi và chỉ khi m + 1 = 0  m = –1.

***Ví dụ 4:*** Cho a, b, c là 3 số thực thoả mãn điều kiện:

 Tìm GTNN của a (Xác định b, c khi a min)

Giải: Từ giả thiết bài toán ta có: 

Theo Viet: b, c là nghiệm của phương trình bậc 2: x2 - (a3 - a)x + a2 = 0

⇒ Δ = (a3 - a)2 - 4a2 ≥ 0 ⇔ a2 [(a2 - 1)2 - 4] ≥ 0

⇔ (a2 - 3) (a2 + 1) ≥ 0 ⇔ a2 - 3 ≥ 0 ⇔ a2 ≥ 3

⇒ a ≥  (a > 0) ⇒ min a =  tại b = c =

Vậy: amin =  tại b = c = 

Ở bài toán trên do vai trò của a, b, c như nhau nên có thể yêu cầu tìm min của1 trong các biến a, b, c.

***Ví dụ 5:*** Cho phương trình : 

Gọi  và  là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức sau:



Ta có: Theo hệ thức Vi -ét thì : 



***Cách 1:*** Thêm bớt để đưa về dạng như phần (\*) đã hướng dẫn

Ta biến đổi B như sau:



Vì 

Vậy  *m* = 1

Với cách thêm bớt khác ta lại có:



Vì 

Vậy 

***Cách 2:*** Đưa về giải phương trình bậc 2 với ẩn là *m* và *B* là tham số, ta sẽ tìm điều kiện cho tham số *B* để phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi *m*.

 (Với *m* là ẩn, *B* là tham số) (\*\*)

Ta có: 

Để phương trình (\*\*) luôn có nghiệm với mọi m thì Δ ≥ 0

hay 



Vậy:  *m* = 1



**Bài tập áp dụng:**

Bài 1: Tìm m để phương trình  có hai nghiệm  thỏa mãn:

a)  đạt giá trị lớn nhất

b)  đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 2: Cho phương trình  có hai nghiệm .

Tìm m để  đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 3: ( Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT 2004 – 2005 )

Cho phương trình  (1)

a) Giải phương trình (1) khi m = 1

b) Gọi  là nghiệm của phương trình (1).Tìm giá trị lớn nhất của 

Bài 4: (Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT năm học 2008 – 2009)

Cho phương trình  (1) ,(m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi m = 2

b) Chứng minh (1) luôn có nghiệm với mọi m

c) Gọi  là hai nghiệm của (1), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

Bài 5: Cho phương trình  . Tìm m để hai nghiệm 

thỏa mãn .

Bài 6: Cho phương trình , với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x1, x2 sao cho biểu thức

Q =  có giá trị lớn nhất.

HD:  với mọi m. Vậy pt có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Do  nên 

= 36

(Do 8) . Ta có Q = 36 khi và chỉ khi 

Khi thì m = 4, khi x1 = -2 thì m = 0. Do đó ta có giá trị lớn nhất của Q = 36 khi và chỉ khi m = 0 hay m = 4 .

Bài 7: Cho phương trình x2 – 2(m+4)x + m2 - 8 = 0

Tìm m để phương trình x1, x2 thỏa mãn :

A = x21 + x22 - x1 - x2 đạt GTNN.

B = x21 + x22 - x1 x2 đạt GTNN.

Bài 8: Cho phương trình x2 – 2mx + m2 – 1 =0 (x là ẩn, m là tham số).

Tìm tât cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x­­1 , x2 sao cho tổng

P = x12 + x22 đạt giá trị nhỏ nhất.

**5. Dạng 5: Xét dấu các nghiệm của phương trình bậc hai**

Khi xét dấu các nghiệm của phương trình bậc hai có thể xảy ra các trường hợp sau: hai nghiệm trái dấu, cùng dấu ( cùng dương hoặc cùng âm). Dấu của các nghiệm liên quan với ; S; P như thế nào?

Ta có bảng xét dấu sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dấu của hai nghiệm | | Điều kiện | | |
|  | S | P |
| Trái dấu |  | > 0 |  | < 0 |
| Cùng dấu | Cùng dương  (; ) | 0 | > 0 | > 0 |
| Cùng âm  (; ) | 0 | < 0 | > 0 |

***Ví dụ 1:*** Không giải phương trình hãy cho biết dấu của các nghiệm?



***Cách làm***:

Tính S; P theo hệ thức Vi – et rồi dựa theo bảng xét dấu trên

Giải:

a) =  ;  nên hai nghiệm cùng dấu âm

Tương tự với phần b và c

b) P = 40 > 0; S= 13 > 0 nên hai nghiệm cùng dấu dương

c)  nên hai nghiệm trái dấu

***Ví dụ 2:*** Cho phương trình  ( m là tham số)

Chứng minh rằng phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu với  m

Giải : Ta có 



Vậy phương trình có hai nghiệm cùng dấu với  m

***Ví dụ 3:*** Xác định m để phương trình 

có hai nghiệm trái dấu.

Giải:Để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì:



Vậy với -2 < m < 3 thì phương trình có hai nghiệm trái dấu

**Bài tập áp dụng:**

Bài 1: Cho phương trình  (1)

a) Chứng minh (1) luôn có nghiệm với mọi m

b) Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm trái dấu

c) Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này gấp đôi nghiệm kia

Bài 2: (Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT năm học 2007 – 2008 )

Cho phương trình 

a) Giải phương trình với m = 6

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

Bài 3: Cho phương trình 

a) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm dương

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

Bài 4 : Xác định m để phương trình

a)  có hai nghiệm cùng dấu

b)  có ít nhất một nghiệm không âm

**\* Lưu ý:** phần b: xét các trường hợp phương trình có:

+ hai nghiệm trái dấu

+ hai nghiệm cùng dương