**CHỦ ĐỀ 2. TỔ HỢP – XÁC SUẤT**

**QUY TẮC ĐẾM**

**A. LÝ THUYẾT**

**1. Quy tắc cộng**

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiên, hành động kia có n cách thực hiên không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có m + n cách thực hiện.

**Chú ý**: số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là |X| hoặc n(X)

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì 

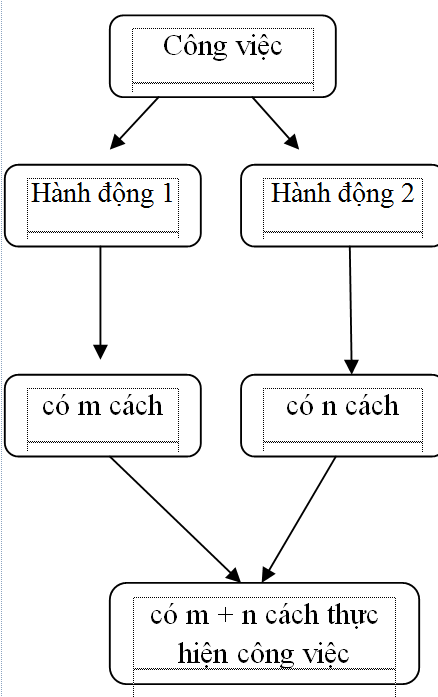
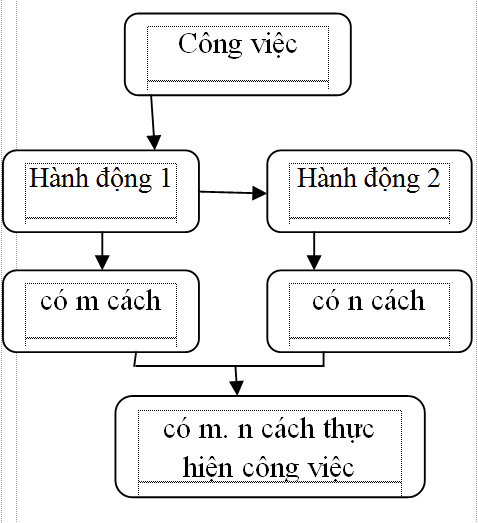
**Mở rộng:** Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động

.Nếu hành động A1 có m1cách thực hiện, hành động A2 có m2 cách thực hiện,…, hành động Ak có mk cách thực hiện và các cách thực hiên của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có  cách thực hiện.

**2. Quy tắc nhân**

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp.Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có m.n cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành độngliên tiếp. Nếu hành động A1 có m1cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A1 có m2 cách thực hiện hành động A2,…, có mk cách thực hiện hành động Ak thì công việc đó có  cách hoàn thành.

** **

**HOÁN VỊ- CHỈNH HỢP- TỔ HỢP**

**1. Hoán vị**

Cho tập hợp A có n phần tử . Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó. Số các hoán vị của tập hợp có n phần tử được kí hiệu là Pn

Định lí 1:  với Pn là số các hoán vị

chứng minh

Việc sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A là một công việc gồm n công đoạn.

**Công đoạn 1:** Chọn phần tử xếp vào vị trí thứ nhất: n cách

**Công đoạn 2:** chọn phần tử xếp vào vị trí thứ hai: (n-1) cách

**Công đoạn thứ i:** chọn phần tử xếp vào vị trí thứ i có  cách.

.

**Công đoạn thứ n:** chọn phần tử xếp vào vị trí thứ n có 1 cách.

Theo quy tắc nhân thì có  cách sắp xếp thứ tự n phần tử của tập A, tức là có  hoán vị.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Hai hoán vị của n phần tử chỉ khác nhau ở thứ tự sắp xếp. Chẳng hạn, hai hoán vị abc và acb của ba phần tử a, b, c là khác nhau. |

**2.** **Chỉnh hợp**

Cho tập A gồm n phần tử .

Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau tử n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chinht hợp chập k của n phần tử đã cho.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP:**  Từ định nghĩa ta thấy một hoán vị của tập hợp A có n phần tử là một chỉnh hợp chập n của A**.** |

**Định lý 2**:  với  là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử .

**Chứng minh**

Việc thiết lập một chỉnh hợp chập k của tập A có n phần tử là một công việc gồm k công đoạn.

**Công đoạn 1:** Chọn phần tử xếp vào vị trí thứ nhất có n cách thực hiện.

**Công đoạn 2:** Chọn phần tử xếp vào vị trí thứ hai có  cách thực hiện.

.

Sau khi thực hiện xong  công đoạn (chọn  phần tử của A vào các vị trí thứ 1, 2,., ), công đoạn thứ i tiếp theo là chọn phần tử xếp vào vị trí thứ i có  cách thực hiện.

**Công đoạn cuối,** công đoạn k có  cách thực hiện.

Thoe quy tắc nhân thì có  chỉnh hợp chập k của tập A có n phần tử.

**3. Tổ hợp**

Giả sử tập A có n phần tử . Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho.

Số các tổ hợp chập k của tập hợp có n phần tử có kí hiệu là .

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Số k trong định nghĩa cần thỏa mãn điều kiện . Tuy vậy, tập hợp không có phần tử nào là tập rỗng nên ta quy ước gọi tổ hợp chập 0 của n phần tử là tập rỗng. |

**QUY ƯỚC**

**Định lý 3**



**Chứng minh**

Ta có mỗi hoán vị của một tổ hợp chập k của A cho ta một chỉnh hợp chập k của **A.** Vậy .

**Định lý 4** (hai tính chất cơ bản của số )

a. Cho số nguyên dương n và số nguyên k với . Khi đó .

b. Hằng đẳng thức Pascal

Cho số nguyên dương n và số nguyên dương k với . Khi đó .

**Đọc thêm**

Trên máy tính cầm tay có chức năng tính tổ hợp, chỉnh hợp như sau:

Với tổ hợp ta nhấn tổ hợp phím 

Ví dụ ta muốn tính  ta ấn 



Với chỉnh hợp ta ấn tổ hợp phím 

Ví dụ ta muốn tính  ta ấn tổ hợp phím 



**B. CÁC DẠNG TOÁN VỀ PHÉP ĐẾM**

***Phương pháp chung:***

***Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc  bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước:***

***Bước 1:*** Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc  (có nghĩa công việc  có thể hoàn thành bằng một trong các phương án  ).

***Bước 2:*** Đếm số cách chọn  trong các phương án 

***Bước 3:*** Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc  là 

***Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện công việc  bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước:***

***Bước 1:*** Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc  (giả sử  chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn  hoàn thành).

***Bước 2:*** Đếm số cách chọn  trong các công đoạn 

***Bước 3:*** Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc  là 

1. Một lớp học có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra:

a) một học sinh đi dự trại hè của trường.

b) một học sinh nam và một học sinh nữ dự trại hè của trường. Số cách Chonju trong mỗi trường hợp a và b lần lượt là

**A.** 45 và 500. **B.** 500 và 45. **C.** 25 và 500. **D.** 500 và 25.

**Lời giải**

**Chọn A**

**a) Bước 1:** Với bài toán a thì ta thấy cô giáo có thể có hai phương án để chọn học sinh đi thi:

**Bước 2:** Đếm số cách chọn.

 ***Phương án 1:*** chọn 1 học sinh đi dự trại hè của trường thì có 25 cách chọn.

 ***Phương án 2:*** chọn học sinh nữ đi dự trại hè của trường thì có 20 cách chọn.

**Bước 3:** Áp dụng quy tắc cộng.

Vậy có  cách chọn.

**b) Bước 1:** Với bài toán b thì ta thấy công việc là chọn học sinh nam và một học sinh nữ. Do vậy ta có 2 công đoạn.

**Bước 2:** Đếm số cách chọn trong các công đoạn.

*** Công đoạn 1:*** Chọn 1 học sinh nam trong số 25 học sinh nam thì có 25 cách chọn.

 ***Công đoạn 2:*** Chọn 1 học sinh nữ trong số 20 học sinh nữ thì có 20 cách chọn.

**Bước 3:** Áp dụng quy tắc nhân.

Vậy ta có  cách chọn.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Bài toán ở ví dụ 1 giúp ta cũng cố và định hình các bước giải quyết bài toán đếm sử dụng quy tắc cộng; quy tắc nhân. |

**Chú ý:**

*** Quy tắc cộng:*** Áp dụng khi công việc có nhiều phương án giải quyết.

*** Quy tắc nhân:*** Áp dụng khi công việc có nhiều công đoạn.

1. Trên giá sách có 10 quyển sách Văn khác nhau, 8 quyển sách Toán khác nhau và 6 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách khác môn nhau?

**A.** 80. **B.** 60. **C.** 48. **D.** 188.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo quy tắc nhân ta có:

 cách chọn một quyển sách Văn và một quyển sách Toán khác nhau.

 cách chọn một quyển sách Văn và một quyển sách Tiếng Anh khác nhau.

 cách chọn một quyển sách Toán và một quyển sách Tiếng Anh khác nhau.

Theo quy tắc cộng ta có số cách chọn 2 quyển sách khác môn là  cách.

**STUDY TIP**

Ta thấy bài toán ở ví dụ 2 là sự kết hợp của cả quy tắc cộng và quy tắc nhân khi bài toán vừa cần chia trường hợp vừa cần lựa chọn theo bước.

1. Biển đăng kí xe ô tô có 6 chữ số và hai chữ cái trong số 26 chữ cái (không dùng các chữ  và  Chữ đầu tiên khác 0. Hỏi số ô tô được đăng kí nhiều nhất có thể là bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.** 33384960. **D.** 

***Lời giải***

**Chọn A**

Theo quy tắc nhân ta thực hiện từng bước.

Chữ cái đầu tiên có 24 cách chọn.

Chữ cái tiếp theo cũng có 24 cách chọn.

Chữ số đầu tiên có 9 cách chọn.

Chữ số thứ hai có 10 cách chọn.

Chữ số thứ ba có 10 cách chọn.

Chữ số thứ tư có 10 cách chọn.

Chữ số thứ năm có 10 cách chọn.

Chữ số thứ sau có 10 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có  là số ô tô nhiều nhất có thể đăng kí.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Có thể phân biệt bài toán sử dụng quy tắc cộng hay quy tắc nhân là phân biệt xem công việc cần làm có thể chia trường hợp hay phải làm theo từng bước. |

1. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh  vào một hàng ghế dài gồm 7 ghế sao cho hai bạn  và  ngồi ở hai ghế đầu?

**A.**  cách. **B.**  cách. **C.**  cách. **D.**  cách.

***Lời giải***

**Chọn C**

Ta thấy ở đây bài toán xuất hiện hai đối tượng.

Đối tượng 1: Hai bạn  và  (hai đối tượng này có tính chất riêng).

Đối tượng 2: Các bạn còn lại có thể thay đổi vị trí cho nhau.

Bước 1: Ta sử dụng tính chất riêng của hai bạn  và  trước. Hai bạn này chỉ ngồi đầu và ngồi cuối, hoán đổi cho nhau nên có  cách xếp.

Bước 2: Xếp vị trí cho các bạn còn lại, ta có  cách xếp.

Vậy ta có  cách xếp.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Để nhận dạng một bài toán đếm có sử dụng hoán vị của  phần tử, ta dựa trên dấu hiệu  a. Tất cả  phần tử đều có mặt.  b. Mỗi phần tử chỉ xuất hiện 1 lần.  c. Có sự phân biệt thứ tự giữa các phần tử.  d. Số cách xếp  phần tử là số hoán vị của  phần tử đó |

1. Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải***

**Chọn B**

Kí hiệu  là ghế đàn ông ngồi,  là ghế cho phụ nữ ngồi,  là ghế cho trẻ con ngồi. Ta có các phương án sau:

PA1: 

PA2: 

PA3: 

Xét phương án 1: Ba vị trí ghế cho đàn ông có  cách.

Bốn vị trí ghế cho phụ nữ có thể có  cách.

Hai vị trí ghế trẻ con ngồi có thể có  cách.

Theo quy tắc nhân thì ta có  cách.

Lập luận tương tự cho phương án 2 và phương án 3.

Theo quy tắc cộng thì ta có  cách.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Với các bài toán gồm có ít phần tử và vừa cần chia trường hợp vừa thực hiện theo bước thì ta cần chia rõ trường hợp trước, lần lượt thực hiện từng trường hợp (sử dụng quy tắc nhân từng bước) sau đó mới áp dụng quy tắc cộng để cộng số cách trong các trường hợp với nhau. |

1. Một chồng sách gồm 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 5 quyển sách Hóa học. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách trên thành một hàng ngang sao cho 4 quyển sách Toán đứng cạnh nhau, 3 quyển Vật lý đứng cạnh nhau?

**A.**  cách. **B.** cách. **C.** cách. **D.** cách.

***Lời giải***

**Chọn C.**

**Bước 1:** Do đề bài cho 4 quyển sách Toán đứng cạnh nhau nên ta sẽ coi như “buộc” các quyển sách Toán lại với nhau thì số cách xếp cho “buộc” Toán này là  cách.

**Bước 2:** Tương tự ta cũng “buộc” 3 quyển sách Lý lại với nhau, thì số cách xếp cho “buộc” Lý này là  cách.

**Bước 3:** Lúc này ta sẽ đi xếp vị trí cho 7 phần tử trong đó có:

+ 1 “buộc” Toán.

+ 1 “buộc” Lý.

+ 5 quyển Hóa.

Thì sẽ có  cách xếp.

Vậy theo quy tắc nhân ta có  cách xếp.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Với các dạng bài tập yêu cầu xếp hai hoặc nhiều phần tử đứng cạnh nhau thì ta sẽ “buộc” các phần tử này một nhóm và coi như 1 phần tử. |

1. Một câu lạc bộ phụ nữ của phường Khương Mai có 39 hội viên. Phường Khương Mai có tổ chức một hội thảo cần chọn ra 9 người xếp vào 9 vị trí lễ tân khác nhau ở cổng chào, 12 người vào 12 vị trí khác nhau ở ghế khách mới. Hỏi có bao nhiêu cách chọn các hội viên để đi tham gia các vị trí trong hội thao theo quy định?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Phân tích**

Bài toán sử dụng quy tắc nhân khi ta phải thực hiện hai bước:

**Bước 1:** Chọn 9 người vào vị trí lễ tân.

**Bước 2:** Chọn 12 người vào vị trí khách mời.

Dấu hiệu nhận biết sử dụng chỉnh hợp ở phần STUDY TIP.

**Lời giải**

**Chọn D.**

**Bước 1:** Chọn người vào vị trí lễ tân.

Do ở đây được sắp theo thứ tự nên ta sẽ sử dụng chỉnh hợp. Số cách chọn ra 9 người vào vị trí lễ tân là  cách.

**Bước 2:** Chọn người vào vị trí khách mời. Số cách chọn là 12 thành viên trong số các thành viên còn lại để xếp vào khách mời là  cách.

Vậy theo quy tắc nhân thì số cách chọn các hội viên để đi dự hội thảo theo đúng quy định là  cách.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Để nhận dạng một bài toán đếm có sử dụng chỉnh hợp chập  của  phần tử, ta cần có các dấu hiệu:  a. Phải chọn  phần tử từ  phần tử cho trước.  b. Có sự phân biệt thứ tự giữa  phần tử được chọn.  c. Số cách chọn  phần tử có phân biệt thứ tự từ  phần tử là  cách. |

1. Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau?

**A.** cách. **B.** cách. **C.** cách. **D.** cách.

***Lời giải***

**Chọn A.**

***Cách 1:*** Trước hết, xếp 6 học sinh thành một hàng có  cách.

*Lúc này giữa hai học sinh bất kì sẽ tạo nên một vách ngăn và 6 học sinh sẽ tạo nên 7 vị trí có thể xếp các thầy vào đó tính cả hai vị trí ở hai đầu hàng (hình minh họa bên dưới). 7 vị trí dấu nhân chính là 7 vách ngăn được tạo ra.*



+ Do đề yêu cầu 2 thầy giáo không đứng cạnh nhau nên ta xếp 2 thầy giáo vào 2 trong 7 vị trí vách ngăn được tạo ra có  cách.

Theo quy tắc nhân ta có tất cả  cách xếp.

***Cách 2:***

* Có  cách xếp 8 người.
* Buộc hai giáo viên lại với nhau thì có  cách buộc.

Khi đó có  cách xếp. Mà hai giáo viên không đứng cạnh nhau nên số cách xếp là  cách xếp.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Khi bài toán yêu cầu xếp hai hoặc nhiều phần tử không đứng cạnh nhau. Chúng ta có thể tạo ra các “vách ngăn” các phần tử này trước khi xếp chúng. |

1. Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi một khác nhau), người ta muốn chọn một bó hồng gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ?

**A.** cách. **B.** cách. **C.** cách. **D.** cách.

***Phân tích***

Ta thấy do chỉ chọn 7 bông hồng mà có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ nên chỉ có 3 trường hợp sau:

**TH1:** Chọn được 3 bông hồng vàng và 4 bông hồng đỏ.

**TH2:** Chọn được 4 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ.

**TH3:** Chọn được 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng đỏ và 1 bông hồng trắng.

***Lời giải***

**Chọn D.**

**TH1:** Số cách chọn 3 bông hồng vàng là  cách.

Số cách chọn 4 bông hồng đỏ là  cách.

Theo quy tắc nhân thì có  cách.

**TH2:** Tương tự TH1 thì ta có  cách.

**TH3:** Tương tự thì có  cách.

Vậy theo quy tắc cộng thì có  cách.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Để nhận dạng bài toán sử dụng tổ hợp chập  của  phần tử, ta dựa trên dấu hiệu:  a. Phải chọn ra  phần tử từ  phần tử cho trước.  b. Không phân biệt thứ tự giữa  phần tử được chọn.  c. Số cách chọn  phần tử không phân biệt thứ tự từ  phần tử đã cho là  cách. |

Từ các bài toán trên ta rút ra được quy luật phân biệt tổ hợp và chỉnh hợp như sau:

* Chỉnh hợp và tổ hợp liên hệ với nhau bởi công thức: 
* Chỉnh hợp: Có thứ tự.
* Tổ hợp: Không có thứ tự.
* Những bài toán mà kết quả phụ thuộc vào vị trí các phần tử thì sử dụng chỉnh hợp. Ngược lại thì sử dụng tổ hợp.
* Cách lấy  phần tử từ tập  phần tử :

+ Không thứ tự: 

+ Có thứ tự: 

1. Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp , 4 học sinh lớp  và 3 học sinh lớp . Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải***

**Chọn D.**

Số cách chọn 4 học sinh bất kì từ 12 học sinh là  cách.

Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một em được tính như sau:

** TH1:** Lớp  có hai học sinh, các lớp  mỗi lớp có 1 học sinh:

Chọn 2 học sinh trong 5 học sinh lớp  có  cách.

Chọn 1 học sinh trong 4 học sinh lớp  có  cách.

Chọn 1 học sinh trong 3 học sinh lớp  có  cách.

Suy ra số cách chọn là  cách.

** TH2:** Lớp  có 2 học sinh, các lớp  mỗi lớp có 1 học sinh:

Tương tự ta có số cách chọn là  cách.

** TH3:** Lớp  có 2 học sinh, các lớp  mỗi lớp có 1 học sinh:

Tương tự ta có số cách chọn là  cách.

Vậy số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một học sinh là  cách.

Số cách chọn ra 4 học sinh thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên là  cách.

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Trong nhiều bài toán, làm trực tiếp sẽ khó trong việc xác định các trường hợp hoặc các bước thì ta nên làm theo hướng gián tiếp như bài toán ở ví dụ 9.  Ta sử dụng cách làm gián tiếp khi bài toán giải bằng cách trực tiếp gặp khó khan do xảy ra quá nhiều trường hợp, chúng ta tìm cách gián tiếp bằng cách xét bài toán đối. |

1. Với các chữ số  có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?

**A.** số. **B.** số. **C.** số. **D.**  số.

***Lời giải***

**Chọn C.**

Giả sử các số tự nhiên gồm 8 chữ số tương ứng với 8 ô.

C:\Users\Admin\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\1.png

Do chữ số 1 có mặt 3 lần nên ta sẽ coi như tìm số các số thỏa mãn đề bài được tạo nên từ 8 số 

Số hoán vị của 8 số  trong 8 ô trên là 

Mặt khác chữ số 1 lặp lại 3 lần nên số cách xếp là  kể cả trường hợp số  đứng đầu.

Xét trường hợp ô thứ nhất là chữ số 0, thì số cách xếp là 

|  |
| --- |
| **STUDY TIP**  Bài toán trên là một dấu hiêu của hoán vị lặp. Để biết thêm về hoán vị lặp thì ta sẽ nghiên cứu ở phần đọc thêm. |

**🏵 ĐỌC THÊM:** Cho  phần tử khác nhau  Một cách sắp xếp n phân tử trong đó gồm  phần tử  phần tử  phần tử   theo một thứ tự nào đó được gọi là hoán vị lặp cấp  và kiểu  của  phần tử. Số các hoán vị lặp dạng như trên là 

Vậy các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là  số.

1. Cho  bạn học sinh . Hỏi có bao nhiêu cách xếp  bạn đó ngồi xung quanh  bàn tròn có  ghế?

**A.**  cách. **B.**  cách. **C.**  cách. **D.**  cách.

***Lời giải***

Ta thấy ở đây xếp các vị trí theo hình tròn nên ta phải cố định vị trí một bạn.

Ta chọn cố định vị trị của , sau đó xếp vị trí cho  bạn còn lại có  cách.

Vậy có cách.

**ĐỌC THÊM**

*Hoán vị vòng quanh: Cho tập  gồm  phần tử. Một cách sắp xếp  phần tử của tập  thành một dãy kín được gọi là một hoán vị vòng quanh của  phần tử. Số các hoán vị vòng quanh của  phần tử là *

1. Một thầy giáo có  cuốn sách khác nhau trong đó có  cuốn sách Toán,  cuốn sách Lí,  cuốn sách Hóa. Thầy muốn lấy ra  cuốn và tặng cho  em học sinh  mỗi em một cuốn. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn ít nhất một cuốn.

**A.**  cách. **B.**  cách. **C.**  cách. **D.**  cách.

***Lời giải***

Ta thấy với bài toán này nếu làm trực tiếp thì sẽ khá khó, nên ta sẽ làm theo cách gián tiếp. Tìm bài toán đối đó là tìm số cách sao cho sau khi tặng sách xong có  môn hết sách.

TH1: Môn Toán hết sách:

Số cách chọn  cuốn sách Toán là  cách.

Số cách chọn  cuốn trong  cuốn còn lại là  cách.

Vậy có  cách chọn sách.

Số cách tặng  cuốn sách đó cho  em học sinh là  cách.

Vậy có  cách.

TH2: Môn Lí hết sách:

Số cách chọn  cuốn sách Lí là  cách.

Số cách chọn  cuốn trong  cuốn còn lại là  cách.

Vậy có  cách chọn sách.

Số cách tặng  cuốn sách đó cho  em học sinh là  cách.

Vậy có  cách.

TH3: Môn Hóa hết sách: Tương tự trường hợp  thì có  cách.

Số cách chọn  cuốn bất kì trong  cuốn và tặng cho  em là  cách.

Vậy số cách chọn sao cho sau khi tặng xong, mỗi loại sách trên đều còn lại ít nhất một cuốn là  cách.

**STUDY TIP**

*Ở đây có nhiều độc giả không xét đến công đoạn sau khi chọn sách còn công đoạn tặng sách nữa. Do các bạn  là khác nhau nên mỗi cách tặng sách các môn cho các bạn là khác nhau, nên ta phải xét thêm công đoạn đó.*

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

1. Trong một lớp có  bạn nam và  bạn nữ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra hai bạn, trong đó có một bạn nam và một bạn nữ?

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn nam làm lớp trưởng?

**A.** a.  cách và b.  cách.

**B.** a.  cách và b.  cách.

**C.** a.  cách và b.  cách.

**D.** a.  cách và b.  cách.

1. Các thành phố  được nối với nhau bởi các con đường như hình dưới. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ  đến  rồi quay lại 

C

D

B

A

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một lớp có  học sinh khá môn Toán,  học sinh khá môn Ngữ Văn,  học sinh khá cả môn Toán và môn Ngữ Văn và  học sinh không khá cả Toán và Ngữ Văn. Hỏi lớp học đó có bao nhiêu học sinh?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong kì thi tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty cổ phần Giáo dục trực tuyến VEDU, ở khối A có  thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán,  thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật lí,  thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa học,  thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật lí,  thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật lí và Hóa học,  thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa học,  thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật lí và Hóa học. Có thí sinh mà cả ba môn đều không có điểm giỏi. Hỏi có bao nhiêu thí sinh tham dự tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Người ta phỏng vấn  người về ba bộ phim  đang chiếu thì thu được kết quả như sau:

Bộ phim A: có  người đã xem.

Bộ phim B: có  người đã xem.

Bộ phim B: có  người đã xem.

Có  người đã xem hai bộ phim A và B

Có  người đã xem hai bộ phim B và C

Có  người đã xem hai bộ phim A và C

Có  người đã xem cả ba bộ phim A, B và C.

Số người không xem bất cứ phim nào trong cả ba bộ phim  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một đội văn nghệ chuẩn bị được  vở kịch,  điệu múa và  bài hát. Tại hội diễn, mỗi đội chỉ được trình diễn  vở kịch,  điệu múa và  bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình diễn, biết chất lượng các vở kịch, điệu múa, bài hát là như nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có bao nhiêu cách sắp xếp  viên bi đỏ khác nhau và  viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu thì không được ở cạnh nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Sắp xếp  học sinh lớp  và  học sinh lớp  vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy  ghế sao cho  học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp. Khi đó số cách xếp là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có  cặp vợ chồng tham dự chương trình Gameshow truyền hình thực tế. Có bao nhiêu cách chọn ra hai cặp đôi sao cho hai cặp đó là hai đôi vợ chồng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho tập hợp . Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có  chữ số sao cho không có chữ số  nào đứng cạnh nhau?

**A.**  số. **B.**  số. **C.**  số. **D.**  số.

1. Có  học sinh và  thầy giáo . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ cho  người đó ngồi trên một hàng ngang có  ghế sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong một tổ học sinh có  em gái và  em trai. Thùy là một trong  em gái và Thiện là một trong  em trai đó. Thầy chủ nhiệm chọn một nhóm  bạn tham gia buổi văn nghệ sắp tới. Hỏi thầy chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn mà trong đó có ít nhất một trong hai em Thùy hoặc Thiện không được chọn?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một nhóm học sinh có  em nữ và  em trai. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp  em này thành một hàng ngang sao cho giữa hai em nữ bất kì đều không có một em nam nào?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Từ các chữ số  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có  chữ số khác nhau và tổng các chữ số hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn bằng ?

**A.**  số. **B.**  số. **C.**  số. **D.**  số.

1. Cho đa giác đều  nội tiếp trong đường tròn tâm . Biết rằng số tam giác có đỉnh là  trong  điểm  gấp  lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là  trong  điểm . Vậy giá trị của  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Giả sử ta dùng  màu để tô màu cho  nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Ông bà An cùng  đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An và bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có  câu hỏi khác nhau gồm  câu khó,  câu trung bình,  câu dễ. Từ  câu đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm  câu khác nhau, sao cho mỗi đề phải có  loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu dễ không ít hơn ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Biển đăng kí xe ô tô có  chữ số và hai chữ cái trong số  chữ cái (không dùng các chữ  và ). Chữ số đầu tiên khác . Hỏi số ô tô được đăng kí nhiều nhất có thể là bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một bộ ghép hình gồm các miếng gỗ. Mỗi miếng gỗ được đặc trưng bởi  tiêu chuẩn: chất liệu, màu sắc, hình dạng và kích cỡ. Biết rằng có  chất liệu (gỗ, nhựa); có  màu (xanh, đỏ, lam, vàng); có  hình dạng (hình tròn, vuông, tam giác, lục giác) và có  kích cỡ (nhỏ, vừa, lớn). Xét miếng gỗ “nhựa, đỏ, hình tròn, vừa”. Hỏi có bao nhiêu miếng gỗ khác miếng gỗ trên ở đúng hai tiêu chuẩn?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có  bi đỏ và  bi trắng có kích thước đôi một khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các bi này thành một hàng dài sao cho hai bi cùng màu không được nằm kề nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho . Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm  chữ số đôi một khác nhau từ  sao cho một trong  chữ số đầu tiên phải có mặt chữ số 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một hộp bi có  viên bi đỏ,  viên bi vàng và  viên bi xanh. Có bao nhiêu cách để lấy  viên bi từ hộp sao cho trong  viên bi lấy được số bi đỏ lớn hơn số bi vàng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai đường thẳng song song . Trên đường thẳng  lấy  điểm phân biệt, trên đường thẳng  lấy  điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác tạo thành mà ba đỉnh của nó được chọn từ  điểm vừa nói ở trên?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Từ các chữ số của tập  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm  chữ số trong đó chữ số  xuất hiện đúng ba lần, các chữ số còn lại đôi một khác nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng cho  điểm phân biệt sao cho ba điểm bất kì không thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu vecto mà có điểm đầu và điểm cuối thuộc điểm đã cho?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai đường thẳng song song . Trên đường thẳng  có  điểm phân biệt, trên đường thẳng  có  điểm phân biệt . Biết rằng có  tam giác có đỉnh là các điểm nói trên. Vậy  có giá trị là?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng cho  điểm, trong đó không có  điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi  trong  điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Một bữa tiệc bàn tròn của các câu lạc bộ trong trường Đại học Sư Phạm Hà Nội trong đó có  thành viên từ câu lạc bộ Máu Sư Phạm,  thành viên từ câu lạc bộ Truyền thông và thành viên từ câu lạc bộ Kĩ năng. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các thành viên sao cho những người cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có  bông hồng đỏ,  bông hồng vàng,  bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy  bông hồng có đủ ba màu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Xếp  người (trong đó có một cặp vợ chồng) ngồi quanh bàn tròn có  cái ghế không ghi số sao cho cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau. Số cách xếp là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một dãy ghế dài có  ghế. Xếp một cặp vợ chồng ngồi vào  trong  ghế sao cho người vợ ngồi bên phải người chồng (không bắt buộc phải ngồi gần nhau). Số cách xếp là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một đoàn tàu có bốn toa đỗ ở sân ga. Có bốn hành khách bước lên tàu. Số trường hợp có thể xảy ra về cách chọn toa của bốn khách là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong một túi đựng  viên bi đỏ,  viên bi xanh,  viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích cỡ. Số cách lấy ra  viên bi và sắp xếp chúng vào  ô sao cho  ô bi đó có ít nhất một viên bi đỏ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một bộ bài có  lá, có  loại: cơ, rô, chuồn, bích mỗi loại có  lá. Muốn lấy ra  lá bài phải có đúng  lá cơ, đúng lá rô và không quá  lá bích. Hỏi có mấy cách chọn?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có bao nhiêu số tự nhiên có  chữ số trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một lớp có  học sinh (). Thầy chủ nhiệm cần chọn ra một nhóm và cần cử ra một học sinh làm nhóm trưởng. Số học sinh trong mỗi nhóm phải lớn hơn  và nhỏ hơn . Gọi  là số cách chọn, lúc này:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong một căn phòng có  người trong đó có người họ Nguyễn,  người họ Trần. Trong số những người họ Nguyễn có  cặp là anh em ruột (anh trai và em gái),  người còn lại (gồm  nam và  nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Trong  người họ Trần, có  cặp là anh em ruột (anh trai và em gái),  người còn lại (gồm  nam và  nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Chọn ngẫu nhiên  người.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người sao cho không có cặp anh em ruột nào?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**D. HƯỚNG DẪN GIẢI**

1. **Đáp án A.**
2. Bước 1: Chọn bạn nam có  cách. Bước 2: Chọn bạn nữ có  cách. Theo quy tắc nhân ta có  cách
3. Số cách để chọn ra  bạn nam làm lớp trường là. Số cách để chọn ra  bạn nữ làm lớp trưởng là. Vậy có  cách.
4. **Đáp án C.**

Đi từ  đến  có  cách.

Đi từ  về  có  cách.

Vậy đi từ  đến  rồi quay lại *B* có  cách.

1. **Đáp án B.**

Gọi  là tập các học sinh khá môn Toán, là tập các học sinh khá môn Ngữ Văn. Theo đề ta có:.

Theo quy tắc tính số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn bất kì ta có: 

Vậy lớp học có  học sinh**.**

1. **Đáp án A.**

Kí hiệu  tương ứng là tập hợp các thí sinh đạt điểm giỏi ở ít nhất một trong ba môn là Toán, Vật lý, Hóa học. 

Lúc này ta có  là tập hợp các học sinh đạt điểm giỏi ở ít nhất một trong ba môn là Toán, Vật lý, Hóa học. Ta có: 

Vậy số thí sinh dự tuyển vào công ty VEDU là .

1. **Đáp án B.**

Theo quy tắc tính số phần tử của ba tập hợp hữu hạn bất kì, ta có số người xem ít nhất một bộ phim là  người.

Vậy số người không xem bất cứ bộ phim nào là  người**.**

1. **Đáp án B.**

Chọn  vở kịch có  cách. Chọn  điệu múa có  cách. Chọn  bài hát có  cách.

Vậy theo quy tắc nhân ta có  cách**.**

1. **Đáp án A.**

Nhận xét: Bài toán là sự kết hợp giữa quy tắc cộng và quy tắc nhân.

Do hai viên bi cùng màu không được ớ cạnh nhau nên ta có trường hợp sau:

Phương án 1: Các bi đỏ ở vị trí lẻ. Có  cách chọn bi đỏ ở vị trí số.

Có  cách chọn bi đỏ ờ vị trí số.

….

Có  cách chọn bi đỏ ờ vị trí số.

Suy ra có  cách xếp  bi đỏ.Tương tự có  cách xếp  bi xanh.

Vậy có  cách xếp.

Phương án 2: Các bi đỏ ở vị trí chẵn ta cũng có cách xếp tương tự.

Vậy theo quy tắc cộng ta có.

1. **Đáp án C.**

Cách 1:

Bước 1: Học sinh đầu tiên, giả sử đó là học sinh lớp  có  cách chọn ghế.

Bước 2: Có  cách chọn ra một học sinh lớp  ngồi vào ghế đối diện.

Bước 3: Có  cách chọn ra một học sinh lớp  vào ghế tiếp theo.

Bước 4: Có  cách chọn ra học sinh lớp  vào ghế đối diện.

Bước 5: Có  cách chọn ra học sinh lớp .

Bước 6: Có  cách chọn học sinh lớp  vào ghế đối diện.

Bước 7: Có  cách chọn học sinh lớp  vào ghế tiếp.

Bước 8: Có  cách chọn học sinh lớp  vào ghế đối diện.

Bước 9: Có  cách chọn học sinh lớp  vào ghế kế tiếp.

Bước 10: Có  cách chọn học sinh lớp  vào ghế đối diện.

Theo quy tắc nhân thì có  cách.

Cách 2:

Vì  học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp nên mỗi cặp ghế đối diện nhau sẽ được xếp bởi  học sinh lớp  và  học sinh lớp.

Số cách xếp  học sinh lớp  vào  cặp ghế là  cách. Số cách xếp  học sinh lớp  vào  cặp ghế là  cách. Số cách xếp chỗ ở mỗi cặp ghế là  cách.

Theo quy tắc nhân thì có  cách.

1. **Đáp án A.**

Bước 1: Có  cách chọn người đàn ông đầu tiên.

Bước 2: Sau đó chi có  cách chọn vợ của anh ta.

Bước 3: Có  cách chọn người đàn ông tiếp theo.

Bước 4: Sau đó chi có  cách chọn vợ của anh ta.

Vậy theo quy tắc nhân thì có  cách**.**

1. **Đáp án A.**

TH1: Số có **** chữ số : chi có  số duy nhất.

TH2: Số có  chữ số  và  chữ số.

Xếp  số  thành hàng có  cách. Khi đó tạo nên  "vách ngăn" đế xếp số.

Xếp số  có  cách. Vậy có  số.

TH3: Số có  chữ số  và  chữ số.

Tưong tự sử dụng phương pháp tạo vách ngăn như TH2 thì tìm được  số.

TH4: Số có  chữ số  và  chữ số : có số.

TH5: Số có  chữ số  và  chữ số : có  số.

TH6: Có  chữ số  và  chữ số : có  số.

Vậy theo quy tắc cộng thì có  số.

1. **Đáp án A.**

Ta sử dụng phương pháp tạo "vách ngăn" được giới thiệu ờ phần lí thuyết.

Bước 1: Xếp vị trí cho  học sinh có  cách.

Bước 2: Do đề yêu cầu mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh nên ta chỉ tính  vách ngăn được tạo ra giữa  học sinh. Số cách xếp  thầy giáo vào  vị trí là  cách.

Vậy theo quy tắc nhân thì có  cách**.**

1. **Đáp án C.**

Do ở đây việc tìm trực tiếp sẽ có nhiều trường hợp nên ta sẽ giải bài toán bằng cách gián tiếp. Ta sẽ đi tìm bài toán đối.

Ta đi tìm số cách chọn ra  bạn mà trong đó có cả hai bạn Thùy và Thiện.

Bước 1: Chọn nhóm  em trong  em, trừ Thùy và Thiện thì có  cách.

Bước 2: Ghép 2 em Thùy và Thiện có  cách.

Vậy theo quy tắc nhân thì có  cách chọn  em trong đó cả Thùy hoặc Thiện đều được chọn.

- Chọn  em bất kì trong số  em có cách. Vậy theo yêu cầu đề bài thì có tất cả  cách chọn mà trong đó có ít nhất một trong hai em Thùy và Thiện không được chọn**.**

1. **Đáp án A.**

Do ở đây xuất hiện dấu hiệu cúa phương pháp "buộc" phần từ đó là các phần tử được xếp cạnh nhau nên ta áp dụng như sau:

Bước 1: Buộc  em nữ thành một buộc thì số cách đổi vị trí các em nữ trong buộc đó là  cách.

Bước 2: Sau khi buộc  em nữ thì ta chỉ còn  phần tử. Số cách xếp  phần từ này là  cách.

Theo quy tắc nhân thì có  cách.

1. **Đáp án D.**

Gọi **** là số cần lập**.** Theo giả thiết  Suy ra  hoặc 

TH1: 

Có  cách chọn **.** Xếp  có  cách. Vậy theo quy tắc nhân thì có  số.

TH2: 

Tương tự ta cũng tìm được  số.

Vậy có tất cả  số.

1. **Đáp án C.**

Số tam giác có 3 đỉnh là  trong  điểm  là .

Ứng với hai đường chéo đi qua tâm của đa giác cho tương ứng một hình chữ nhật có 4 đỉnh

là  điểm trong  điểm và ngược lại mỗi hình chữ nhật như vậy sẽ cho ra  đường chéo đi qua tâm của đa giác.

Mà số đường chéo đi qua tâm của đa giác đều  đỉnh là  nên số hình chữ nhật có đỉnh là  trong  điểm là 

Theo đề bài ta có: .

1. **Đáp án C.**

Số cách chọn ra  màu trong  màu mà không có màu nào trùng nhau là .

1. **Đáp án B.**

Bưóc 1: Xếp chỗ cho hai ông bà An có  cách.

Bước 2: xếp chỗ cho  người con có  cách.

Theo quy tắc nhân thì có  cách

1. **Đáp án A.**

Xét các trường hợp:

THI: Đề gồm  câu dễ,  câu khó,  câu trung bình thì có  đề.

TH2: Đề gồm  câu dễ,  câu khó và  câu trung bình thì có đề.

TH3: Đề gồm  câu dễ,  câu khó và  câu trung bình thì có đề.

Theo quy tắc cộng thì có  đề**.**

1. **Đáp án A.**

Theo quy tắc nhân ta thực hiện từng bước. Chữ cái đầu tiên có  cách chọn. Chữ cái tiếp theo cũng có  cách chọn.

Chữ số đầu tiên có  cách chọn

Chữ số thứ hai có  cách chọn**.**

Chữ số thứ ba có  cách chọn

Chữ số thứ bốn có  cách chọn

Chữ số thứ năm có  cách chọn

Chữ số thứ sáu có  cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có  là số ô tô nhiều nhất có thể đăng ký.

1. **Đáp án A.**

Có  cách chọn  trong  tiêu chuẩn.

Với hai tiêu chuẩn “chất liệu, cỡ” thì có  miếng khác ở đúng tiêu chuẩn này.

Với hai tiêu chuẩn “chất liệu, màu” thì có  miếng khác ở đúng tiêu chuẩn này.

Với hai tiêu chuẩn “chất liệu, dạng” thì có  miếng khác ở đúng tiêu chuẩn này.

Với hai tiêu chuẩn “cỡ, dạng” thì có  miếng khác ở đúng tiêu chuẩn này.

Với hai tiêu chuẩn “cỡ, màu” thì có  miếng khác ở đúng tiêu chuẩn này.

Tóm lại có  miếng.

1. **Đáp án A.**

Ta thấy điều kiện xếp là hai bi cùng màu không nằm cạnh nhau nên ta phải xếp xen kẽ các viên bi**.**

Có  cách chọn viên bi đầu tiên (có thể là đỏ hoặc trắng). Mỗi cách chọn có  cách xếp  bi đỏ và có  cách xếp  bi trắng. Vậy có  cách xếp.

***Nhiều bạn có lời giải sai như sau:*** Ở đây ta áp dụng quy tắc “vách ngăn” để giải quyết bài toán.

Số cách xếp  bi đỏ là có  cách.  bi đỏ tạo ra  vách ngăn để xếp  bi trắng vào. Số cách xếp  bi trắng là  cách.

Vậy số cách xếp các viên bi là . Từ đây chọn  là sai. Do nếu theo quy tắc vách ngăn ở đây có  vách mà có  bi, tức là có thể có vách ngăn trống khiến cho  viên bi cùng màu cạnh nhau.

1. **Đáp án A.**

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng.

TH1: Nếu  khi đó cócách chọn  chữ số xếp vào .

**TH2:** Nếu  , khi đó: Có  cách chọn a. Có  cách xếp chữ số  vào số cần tạo ở vị trí  hoặc. Các chữ số còn lại trong số cần tạo có  cách chọn. Như vậy trường hợp này có  số. Vậy có tất cả  số.

***Chú ý:*** Nhiều độc giả quên mất  nên tính cả  nên dẫn đến ra  là sai**.**

1. **Đáp án B.**

Các trường hợp lấy được  bi trong đó số bi đỏ lớn hơn số bi vàng như sau:

**\*TH1:** Số bi lấy được không có bi vàng:

- lấy  bi đỏ: Có  cách

- Lấy  bi đỏ,  bi xanh có  cách**.**

- Lấy  bi đỏ,  bi xanh có  cách.

- Lấy  bi đỏ,  bi xanh có  cách.

**\*TH2:**  bi lấy được có đúng  bi vàng

- Lấy  bi đỏ,  bi vàng,  bi xanh có  cách.

- Lấy  bi đỏ,  bi vàng có  cách.

Vậy số cách là: 

1. **Đáp án C.**

Ta có 2 trường hợp:

**TH1:**tam giác gồm hai đỉnh thuộc  và một đỉnh thuộc **.** Số cách chọn bộ hai điểm trong  điểm thuộc  là . Số cách chọn một điểm trong  điểm thuộc  là .Theo quy tắc nhân thì có  tam giác.

**TH2:** Gồm một đỉnh thuộc  và hai đỉnh thuộc.Tương tự ta tìm được  tam giác thỏa mãn.

Vậy theo quy tắc cộng thì có tất cả  tam giác.

1. **Đáp án B.**

Có  cách để xếp  chữ số. Khi đó có  cách xếp  chữ số còn lại. Vậy có  số**.**

1. **Đáp án A.**

***Cách 1: Chú ý:*** *Bài toán không nói vectơ có khác vectơ không nên ta vẫn xét cả vectơ không ở đây. Và 2 điểm khác nhau tạo nên 2 vectơ có điểm đầu và điểm cuối hoán vị cho nhau nên ở đây việc chọn vectơ sẽ sử dụng chỉnh hợp chứ không phải tổ hợp***.**

**TH1:** Có vectơ không được tạo thành.

**TH2:** Các vectơ khác vectơ không

Mỗi vectơ thỏa mãn yêu cầu bài toán ứng với một chỉnh hợp chập  của , nên số vectơ cần tìm là . Theo quy tắc cộng thì có  vectơ tạo thành.

***Cách 2****:* Có  cách chọn điểm đầu. có  cách chọn điểm cuối.  Có  vectơ.

1. **Đáp án A.**

Tương tự Câu 24 ta có số tam giác được tạo thành theo  là .

1. **Đáp án D.**

**\***Gọi  điểm đã cho là . Xét một điểm cố định, khi đó có  đường thẳng được xác định bởi  trong  điểm còn lại nên sẽ có  đường thẳng vuông góc đi qua điểm cố định đó.

\*Do đó có tất cả  đường thẳng vuông góc nên có  giao điểm (tính cả những giao điểm trùng nhau)

\*Ta chia các điểm trùng nhau thành 3 loại

- Qua một điểm có  đường thẳng vuông góc nên ta phải trừ đi  điểm**.**

**-** Qua ba điểm của 1 tam giác có 3 đường thẳng cùng vuông góc với  và 3 đường thẳng này song song với nhau nên ta mất 3 giao điểm, do đó trong TH này ta phải loại đi 

- Trong mỗi tam giác thì ba đường cao chỉ có một giao điểm, nên ta mất  điểm cho mỗi tam giác, do đó trường hợp này ta phải trừ đi .

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là: .

1. **Đáp án A.**

Do các thành viên cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau nên ta sử dụng phương pháp “buộc” các phần tưt để giải quyết bài toán**.**

Lúc này ta có  phần tử đó là  câu lạc bộ. Theo công thức hoán vị vòng quanh được giới thiệu ở phần ví dụ thì ta có  cách xếp  câu lạc bộ vào bàn tròn. Với mỗi cách xếp thì có:

 cách xếp các thành viên CLB Máu Sư phạm.

 cách xếp các thành viên CLB Truyền thông.

 cách xếp các thành viên CLB Kỹ năng.

Vậy theo quy tắc nhân thì có tất cả:  cách xếp.

1. **Đáp án A.**

***Cách 1:*** Số cách lấy  bông hồng bất kì: 

Số cách lấy  bông hòng chỉ có một màu**: **

Số cách lấy  bông hồng có đúng hai màu: 

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là.

***Cách 2:*** Có  cách chọn bông hồng màu đỏ. Có  cách chọn bông hồng màu vàng. Có  cách chọn bông hồng màu trắng.  Có  cách.

1. **Đáp án B.**

Áp dụng quy tắc “buộc” các phần tử ta có  cách xếp hai vợ chồng**.** Sau khi “buộc” hai vợ chồng lại thì ta có tất cả  phần tử. Theo công thức hoán vị vòng quanh thì số cách xếp  phần tử quanh bàn tròn là .

Vậy theo quy tắc nhân thì có .

1. **Đáp án A.**

Ta lần lượt đánh số các ghế từ  đến.

* Nếu người chồng ở vị trí số  thì có  cách xếp người vợ.
* Nếu người chồng ở vị trí số  thì có  cách xếp người vợ.
* ….
* Nếu người chồng ở vị trí số  thì có  cách xếp người vợ.

Vậy có tất cả  cách.

1. **Đáp án B.**

Chọn toa cho vị khách thứ nhất có  cách**.** Chọn toa cho vị khách thứ hai có  cách**.**

Chọn toa cho vị khách thứ ba có  cách**.** Chọn toa cho vị khách thứ tư có  cách**.**

Theo quy tắc nhân thì có  cách chọn toa cho bốn khách.

1. **Đáp án D.**

**Bước 1:**Chọn bi

* Số cách chọn ra  viên bi bất kì là  cách**.**
* Số cách chọn ra  viên bi trong đó không có viên bi đỏ nào là  cách**.**

- Số cách chọn ra 5 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là  cách.

**Bước 2:** Sắp xếp các viên bi.

Số cách xếp 5 viên bi vào 5 ô là 

Theo quy tắc nhân thì có .

1. **Đáp án A.**

Xét các trường hợp sau:

- Lấy được 1 lá cờ, 3 lá rô và 4 chuồn thì có  cách lấy.

Theo quy tắc cộng thì có tất cả  cách lấy.

1. **Đáp án A.**

Gọi số cần tìm là .

Có 9 cách chọn a.

Có 10 cách chọn b.

Có 10 cách chọn c.

Vậy có tất cả  số.

1. **Đáp án A.**

Gọi  là phương án: Chọn nhóm có  học sinh và chỉ định nhóm trưởng của nhóm.

Thầy chủ nhiệm có các phương án . Ta tính xem có bao nhiêu cách thực hiện.

Phương án  có hai công đoạn:

- Công đoạn 1: Chọn  học sinh có  cách chọn.

- Công đoạn 2: Chỉ định nhóm trưởng: có  cách chọn.

Theo quy tắc nhân thì phương án  có  cách thực hiện.

Vậy theo quy tắc cộng thì .

**a) Đáp án C.**

**\*** Có  nam họ Nguyễn và có  nữ họ Nguyễn. Vậy có  cặp cùng họ Nguyễn mà khắc giới tính.

\* Tương tự có  cách chọ cặp cùng họ Trần mà khác giới tính.

Vậy có  cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính.

**b) Đáp án A.**

Ta có  cặp anh em trong đó 8 cặp họ Nguyễn và 3 cặp họ Trần.

Chọn bất kì 2 người trong số 36 người thì có  cách chọn.

Vậy có tất cả  cách chọn các cặp sao cho không có cặp anh em nào.

**NHỊ THỨC NEWTON**

**A. LÝ THUYẾT**

**1. Công thức nhị thức Newton**

Khai triển  được cho bởi công thức sau:

**Định lý 1**

|  |
| --- |
| Với a, b là các số thực và n là sô nguyên dương, ta có    Quy ước |

*Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton).*

**STUDY TIP**

Trong biểu thức ở VP của công thức (1)

a) Số các hạng tử là .

b) Số các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đén 0, số mũ của b tăng dần từ 0 đến n, nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

c) Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

**Hệ quả**

Với **** thì ta có .

Với , ta có 

**Các dạng khai triển cơ bản nhị thức Newton**

****

****

****

****

****

****

****

**2. Tam giác Pascal.**

n = 0 1

n = 1 1 1

n = 2 1 2 1

n = 3 1 3 3 1

n = 4 1 4 6 4 1

n = 5 1 5 10 10 5 1

***Tam giác Pascal được thiết lập theo quy luật sau***

- Đỉnh được ghi số 1. Tiếp theo là hàng thứ nhất ghi hai số 1.

- ­Nếu biết hàng thứ n thì hàng thứ n+1tiếp theo được thiết lập bằng cách cộng hai số liên tiếp của hàng thứ n rồi viết kết quả xuống hàng dưới ở vị trí giữa hai số này. Sau đó viết số 1 ở đầu và cuối hàng.

**Nhận xét:** Xét hàng thứ nhất, ta có:



Ở hàng thứ 2, ta có



Ở hàng thứ 3, ta có



**STUDY TIP**

Các số ở hàng thứ n trong tam giác Pascal là dãy gồm  số 

**B. Các dạng toán sử dụng công thức tổ hợp và nhị thức Newton**

***DẠNG 1. Xác định điều kiện của số hạng thỏa mãn yêu cầu cho trước***

*Phương pháp chung:*

- Xác định số hạng tổng quát của khai triển (số hạng thứ ).

- Từ  kết hợp với yêu cầu bài toán ta thiết lập một phương trình (thông thường theo biến k).

- Giải phương trình để tìm kết quả.

1. Trong khai triển , số hạng thứ 5 là

**A. .** **B.** ****. **C. **. **D.** ****

***Lời giải***

**Đáp án B.**

Theo công thức tổng quát ở lý thuyết thì ta có số hạng thứ 5 là

.

1. Trong khai triển  số hạng không chứa  sau khi khai triển là

**A.** 4354560. **B.** 13440. **C.** 60466176. **D.** 20736.

***Lời giải***

**Đáp án A**.

Ta có 

Từ lý thuyết ở trên ta có số hạng thứ  trong khai triển là. Theo yêu cầu đề bài ta có .

Vậy số hạng không chứa  trong khai triển là 

**STUDY TIP**

Trong các bài toán tìm số hạng trong khi khai triển các nhị thức, ta chú ý các công thức sau





Cho bài toán:

Cho nhị thức  tìm số hạng chứa (không chứa khi ) trong khai triển đa thức 

* Giải phương trình tổ hợp hoặc sử dụng công thức tính tổng để tìm n (nếu giả thuyết chưa cho n).
* Số hạng tổng quát trong khai triển .
* Theo đề thì  Thay  vào  thì ta có số hạng cần tìm.

1. Cho n là số dương thỏa mãn  Số hạng chứa  trong khai triển nhị thức Newton  với  là

**A.**. **B.** ****. **C.** ****. **D. **.

***Lời giải***

**Đáp án C.**

Điều kiện 

Ta có 



Với   ta có 

Số hạng thứ  trong khai triển là 

Suy ra 

Vậy số hạng chứa  trong khai triển là 

**STUDY TIP**

Chú ý phân biệt giữa hệ số và số hạng.

Với  Số hạng chứa tương ứng với  giải phương trình ta tìm được 

 Nếu  thì hệ số phải tìm là 

 Nếu  hoặc  thì trong khai triển không có số hạng chứa , hệ số phải tìm bằng 0.

1. Trong khai triển biểu thức  số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

**A.**. **B. **. **C. **. **D. **.

***Lời giải***

**Đáp án B.**

Ta có số hạng tổng quát 

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để  là một số nguyên thì 

Vậy trong khai triển có hai số hạng nguyên là  và .

1. Tìm hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển đa thức 

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

***Lời giải***

**Đáp án A.**

Ta có số hạng tổng quát sau khi khai triển nhị thức  là 



Xét bất phương trình với ẩn số  ta có 



Do đó bất đẳng thức  đúng với  và dấu đẳng thức không không xảy ra.

Ta được  và 

Từ đây ta có hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển nhị thức là



**Phương pháp giải**

Giả sử sau khi khai triển ta được đa thức 

Xét các khả năng sau:

1. Nếu  (trường hợp  tương tự)

Ta xét bất phương trình  thông thường giải ra được nghiệm  Do  nguyên nên  Từ đó suy ra bất phương trình  có nghiệm 

Chú ý rằng trong các bài toán về nhị thứ Newton thì phương trình  là bậc nhất theo  nên có nhiều nhất một nghiệm và nếu có thì phương trình đó là  Như vậy có hai khả năng xảy:

Nếu  thì ta có: 

Khi đó ta tìm được hai hệ số lớn nhất là 

Nếu phương trình  vô nghiệm thì ta có:



Khi đó ta có  là hệ số lớn nhất trong khai triển của nhị thức.

2. Nếu  và  (trường hợp  và  tương tự) thì khi đó bài toán trở thành tìm số lớn nhất trong các số . Ta cũng xét bất phương trình  rồi làm tương tự như phần 1.

**STUDY TIP**

Phương pháp tìm hệ số lớn nhất trong khai triển

+ Áp dụng khai triển 

+ Xác định số hạng tổng quát  suy ra hệ số tổng quát là một dãy số theo .

+ Xét tính tăng giảm của  từ đó tìm được  tương ứng. Suy ra hệ số lớn nhất trong khai triển.

**✹Đọc thêm**

Một thuật toán khai triển nhanh tam thức Newton

**Bài toán: khai triển tam thức Newton sau** 

**Lời giải tổng quát**

**Bước 1:** Viết tam giác Pascal đến dòng thứ , để có được hệ số của nhị thức Newton 

**Bước 2:** Ở các đầu dòng ta viết các đơn thức là khai triển nhị thức Newton 

**Bước 3:** Nhân lần lượt các đơn thức ở đầu dòng mỗi cột với các đơn thức còn lại trên mỗi dòng đó rồi cộng các kết quả lại, ta thu được kết quả khai triển.

**Cụ thể ta có ở dưới đây**



Sau khi cộng lại ta được:



**STUDY TIP**

Sau khi khai triển  với  số hạng thứ  trong khai triển là .

1. Hệ số của số hạng chứa  trong khai triển  là:

**A.** 1695. **B.** 1485. **C.** 405. **D.** 360.

**Đáp án A.**

**Lời giải**

Với  thì số hạng tổng quát của khai triển  là:



Theo đề bài thì 

Do  nên .

Vậy hệ số của  trong khai triển  là:

.

**STUDY TIP**

Chú ý khi ra nhiều trường hợp của  thì ta công hệ số các trường hợp với nhau để có kết quả.

1. Tìm số hạng chứa  trong khai triển thành các đa thức của  là:

**A.** 135. **B.** 45. **C.** . **D.** .

**Đáp án C.**

**Lời giải**

Với  thì số hạng tổng quát của khai triển  là:



Theo đề bài thì 

Do  nên .

Vậy hệ số của  trong khai triển là: .

**Dạng 2: Các bài toán về công thức tổ hợp và nhị thức Newton**

**Các bài toán về công thức tổ hợp và nhị thức Newton**

Một số công thức thường dùng trong các bài tập dạng này như sau:



**STUDY TIP**

**Ngoài ra từ công thức**  **ta mở rộng được công thức:**





1. Cho  trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai?**

**A.** . **B.** **.**

**C.** . **D.** 

**Đáp án D.**

**Lời giải**

Cách 1: **Giải theo phương pháp tự luận**

**Với A:** Ta có 

Từ A ta suy ra từ đây ta có luôn D sai. Ta chọn D.

Đọc thêm: Chứng minh B; C.

**Với B:** 

**Với C:** Ta có 

Cách 2: **Sử dụng máy tính để thử**

Với các bài toán xét đẳng thức đúng thi ta có thể sử dụng máy tính để thử. Ta thử với từng trường hợp, thử với cặp số cụ thể.

Ví dụ với A ta thử ngay với  ta thấy đẳng thức này đúng, suy ra A đúng, từ đây suy ra D sai.

Math 



0

**STUDY TIP**

Đẳng thức ở phương án A là một đẳng thức quan trọng trong các bài toán về công thức tổ hợp Ta có hai hệ quả quan trọng như sau:

Với mọi 

* **Hệ quả 1:** Ta có



* **Hệ quả 2:** Ta có



1. Cho  thỏa mãn  Số các số n thỏa mãn là:.

**A.** 10 số. **B.** 9 số. **C.** 8 số. **D.** 7 số.

**Đáp án A.**

**Lời giải**

Điều kiện . Ta có 



1. Cho  Tính

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Đáp án B**

**Lời giải**

**Cách 1:** Sử dụng đẳng thức ta được:





Vậy 

**Cách 2: Sử dụng máy tính Casio**

Do bài toán này, tổng bé và số các số hạng trong tổng ít nên ta có sử dụng lệnh tổng trong máy tính Caiso bằng cách bấm máy: .

**Ta nhập** 

**STUDY TIP**

Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

Capture

Với các bài toán tính tổng ở trên ta cần chú ý kỹ thuật sử dụng các đẳng thức cơ bản sau:

 và các hệ quả: 

Đẳng thức Pascal: 



Xét 

Cộng vế theo vế, trừ vế theo vế, ta được kết quả sau:



Xét *m = 2n + 1*, hoàn toàn tương tự, ta được:



1. Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Đáp án D.**

**Lời giải**

**Ta có thể sử dụng máy tính để thử trường hợp riêng của đẳng thức trên, tôi xin phép không đưa cách làm cụ thể vì độc giả có thể dễ dàng giải được.**

Tôi xin giới thiệu cách chứng minh cụ thể như sau:

**Với A:** Ta sẽ dùng đẳng thức**.**

Khi đó ta có:



Vậy A đúng.

**Với B:** Ta sẽ dùng đẳng thức**.**

Khi đó ta có:



Vậy B đúng.

*Với C*: Ta có .

Khi đó ta có: .

.

.

.

Vậy C đúng.

*Từ đây ta chọn* ***D.***

*Đọc thêm tính tổng :* Các số hạng của  có dạng nên ta sẽ dùng đẳng thức .

Khi đó ta có: .

.

**STUDY TIP.**

\* Các số hạng của  có dạng  nên ta dùng đẳng thức .

\* Các số hạng của  có dạng nên ta sẽ dùng đẳng thức .

1. Một học sinh giải bài toán “Rút gọn biểu thức  với ” Như sau:

**Bước 1**: Ta áp dụng công thức .

.

.

**Bước 2**: Mở dấu ngoặc ta có:



**Bước 3**: Vậy với mọi  thì .

Kết luận nào sau đây là đúng:

**A.** Lời giải trên sai từ bước 1. **B.** Lời giải trên sai từ bước 2.

**C.** Lời giải trên sai ở bước 3. **D.** Lời giải trên đúng.

**Đáp án A.**

**Lời giải.**

Ta thấy lời giải trên sai khi đã không xét hai trường hợp ; hoặc .

Vì nếu  thì không tồn tại .

Rất nhiều học sinh mắc sai lầm khi giải như trên, hoặc sai lầm khi giải như sau:

.

Ta có lời giải đúng như sau:

**TH1**: Với , ta áp dụng công thức , ta có:

.

.



Vậy  khi .

**TH2**: Với , thì .

**STUDY TIP.**

Trong các bài toán mà các số ,  tổng quát ta cần lưu ý phân rõ trường hợp  và .

1. Tính tổng 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A.**

**Lời giải.**

**Cách 1**: Xét số hạng tổng quát.

.

Cho  chạy từ 1 đến 2018 ta được:

.

**STUDY TIP.**

Với các bài toán tính tổng thường sử dụng công thức .

**Cách 2**: Khi các em học đạo hàm ở cuối chương trình lớp 11 ta sẽ nghiên cứu ở chương đạo hàm. Khi đó ta xét hàm số:.

.

.

.

ta chọn **A.**

1. Tính tổng 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án B.**

**Lời giải**.

**Cách 1**: Xét số hạng tổng quát , ta có:.

.

Vậy , cho  chạy từ 0 đến 2017 thì ta được:.

.

**Cách 2**: Sử dụng tích phân (các em sẽ học ở chương trình lớp 12).

Xét .

.

.

 Chọn **B.**

1. **\*(đọc thêm)**: Cho hai đẳng thức sau với .

.

Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng.

**A.** (1) đúng, (2) sai. **B.** (1) sai, (2) đúng.

**C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

**Đáp án D.**

**Lời giải.**

***Ta có thể sử dụng máy tính để thử trường hợp riêng của các đẳng thức trên, tôi xin phép không đưa ra cách làm cụ thể vì độc giả có thể dễ dàng thử được.***

***Dưới đây tôi xin giới thiệu hai phương pháp tính tổng sử dụng đạo hàm và tích phân ta học cuối chương trình 11 và đầu chương trình 12.***

**STUDY TIP.**

Có thể tính tổng.

.



khi xét đa thức  và chứng tỏ rằng 

Xét đa thức  và chứng tỏ rằng.



*Ta có thể giải thích cụ thể như sau:*

**\* Với :**

Ta khai triển đa thức.

 nên.



.

Mặt khác 

Vậy .

\* **Với *S2:***

Xét đa thức , ta có:

Suy ra .

Do đó 

**STUDY TIP.**

Có thể tính tổng:  khi xét đa thức: và chứng tỏ rằng .

Ta thường gặp bài toán với một trong 2 cận của tích phân là 0 và 1, hoặc -1. Trong một số trường hợp ta phải xét đa thức  với 

**Dạng 3. Phương trình, bất phương trình chứa công thức tổ hợp.**

1. Cho phương trình  Giả sử  là nghiệm của phương trình trên, lúc này ta có

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A.**

**Lời giải.**

Điều kiện . Phương trình đã cho có dạng:.

.

.

(sử dụng lệnh SHIFT SOLVE trên máy tính).

**STUDY TIP.**

Khi sử dụng lệnh SHIFT SOLVE ta nên rút gọn phương trình về đa thức, không nên để dạng phân thức vì máy tính ưu tiên sử lý các dạng phương trình không chứa phân thức trước.

1. Bất phương trình  có tập nghiệm là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án D.**

**Lời giải.**

Điều kiện .

Ta có bất phương trình .

.

.

Kết hợp với điều kiện xác định ta có  Vậy là tập nghiệm của bất phương trình.

1. Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau  có giá trị là

**A.** 2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

**Đáp án A.**

**Lời giải.**

Giả sử 3 số  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi .

.

.

.

Vậy .

**STUDY TIP.**

Một số tình huống thường gặp thì lập phương trình tổ hợp là:.

\* Ba số lập thành cấp số cộng (hoặc cấp số nhân) khi và chỉ khi  (hoặc ).

\* Cho tập hợp  có  phần tử, số tập con của  gồm  phần tử bằng  lần số tập con của  gồm  phần tử, tương ứng với phương trình .

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

1. Trong khai triển nhị thức Newton, số hạng có số mũ và  bằng nhau là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Khi khai triển nhị thức Newton thì ta thấy trong đó xuất hiện hai số hạng  và . Lúc này giá trị của  và  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Hệ số của số hạng chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hệ số của số hạng chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Số hạng không chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số hạng không chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số hạng chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tìm số hạng không chứa  trong khai triển biết  là số nguyên dương thỏa mãn 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Giả sử có khai triển . Tìm biết

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hệ số của số hạng chứa  trong khai triển nhị thức  biết  là số nguyên dương thỏa mãn 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tìm số hạng không chứa  trong khai triển biết  là số nguyên dương thỏa mãn 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho khai triển:  với  là các hệ số. Tính tổng biết .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số lớn nhất trong các số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hệ số lớn nhất trong khai triển  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho  là số nguyên dương thỏa mãn 

Xét khai triển . Hệ số lớn nhất của là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Giả sử  thỏa mãn . Hệ số lớn nhất trong các hệ số là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho khai triển . Tìm tất cả các giá trị của  để .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho  là số nguyên dương. Gọi  là hệ số của  trong khai triển thành đa thức của. Tìm  sao cho .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Khi khai triển nhị thức Newton  thì ta thấy trong đó xuất hiện hai số hạng  và . Tìm  và .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tìm số nguyên dươngthỏa mãn

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho . Kết quả biểu diễn  theo  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tính tổng  theo ta được

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Giá trị của thỏa mãn  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tính tổng  theo ta được

**A.**. **B.**.

**C.**. **D.**.

1. Cho số nguyên . Giả sử ta có khai triển . BiếtTính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tìm  sao cho  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho khai triển . Khi đó tổng  có giá trị bằng

**A.**. **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tính tổng 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đẳng thức nào sau đây **sai?**

**A.** **.**

**B.** **.**

**C.** **.**

**D.** **.**

1. Khai triển ta được kết quả là

**A.** **.**

**B.** **.**

**C.** **.**

**D.** **.**

**D. HƯỚNG DẪN GIẢI**

1. **Đáp án B.**



Hệ số của số hạng có số mũ và  bằng nhau ứng với: 

Vậy số hạng cần tìm là .

1. **Đáp án A.**

Ta có 

Từ giả thiết ta có: 



Vậy  là các số cần tìm.

1. **Đáp án C.**

Số hạng tổng quát sau khi khai triển 

Số hạng chứa trong khai triển là . Đề bài hỏi hệ số nên ta chọn C.

1. **Đáp án D.**

Ta có 

Số hạng chứa tương ứng với  nên hệ số của trong khai triển trên là 

1. **Đáp án C.**

Ta có 

Số hạng không chứa tương ứng với . Do vậy số hạng đó là.

1. **Đáp án A.**

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Số hạng không chứa trong khai triển ứng với . Mà  và nên . Lúc này số hạng không chứa trong khai triển là 

1. **Đáp án C.**

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Ta có: . Suy ra . Lúc này hệ số của  trong khai triển là 

1. **Đáp án A.**

**Theo giả thiết ta có:** 

**Khi đó ta có**

Số hạng không chứa tương ứng với . Vậy số hạng không chứa  trong khai triển đã cho là.

1. **Đáp án B.**

Ta cần biết công thức tổng quát của để thay vào điều kiện , rồi sau đó giải ra để tìm . Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có: 

Do đó . Khi đó theo giả thiết ta có  Như vậy.

1. **Đáp án D.**

Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có: 

Do đó . Như vậy ta có, suy ra hệ số của  ứng với và đó là số 

1. **Đáp án A.**

Ta có 

vì .

Lúc này ta có

Từ công thức tổng quát tam thức Newton ta có với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Ta có: . Kết hợp với điều kiện ở trên ta có: . Suy ra số hạng không chứa là 

1. **Đáp án A.**

Theo giả thiết ta có: 

Thay ta được. Như vậy ta chỉ cần xác định được 

Với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Hệ số của  ứng với: .

Suy ra 

Hệ số của  ứng với: .

Suy ra 





Vậy 

1. **Đáp án D.**

Vì nên ta có , suy ra ta chỉ cần tìm số lớn nhất trong các số. Bằng tính toán trực tiếp, ta có 

Như vậy 

Do đó: 

1. **Đáp án C.**

Ta có  với. Bài toán tương đương với tìm sao cho lớn nhất. Xét bất phương trình sau: 

Từ đây ta có: 

Do đó:  hay  là hệ số lớn nhất cần tìm. 

1. **Đáp án B.**



Xét bất phương trình:



Từ đây ta có: 

Do đó: 

Vậy 

1. **Đáp án A**











Từ đây ta có: 

Do đó: 

Vậy 

1. **Đáp án A**

Giả sử  là số nguyên dương sao cho:



Theo công thức khai triển newton ta có:





Ta có: 



Các phép biến đổi trên là đương tương nên ta không cần phải thử lại các giá trị trên.

Vậy  là tất cả các giá trị thỏa mãn bài toán (thử lại thấy thở mãn).

1. **Đáp án D**

Theo công thức khai triển Newton ta có:



Số hạng chứa tương ứng với cặp  thỏa mãn:



Do đó hệ số của là: 



1. **Đáp án A.**

Ta có: .

Từ giả thiết ta có:



Vậy  là các số cần tìm.

1. **Đáp án C**

Các số hạng của tổng vế trái có dạng:



Do đó ta có:



.

Như vậy ta cần dùng số nguyên dương  thỏa mãn:.

1. **Đáp án A**

**Cách 1:** Ta có

****

****

****



****

****

Cộng các dẳng thức trên vế theo vế ta được:

Ta có: 

.

Áp dụng câu  với , thay  bởi  ta được:



Vậy **.**

**Cách 2:** Với bài toán này ta có thể dùng máy tính để thử trường hợp riêng.

1. **Đáp án D**

Xét khai triển:

.

Chọn  ta được 

1. **Đáp án C**

Xét khai triển: .

Chọn  ta được:



1. **Đáp án A**

Các số hạng của  có dạng:

.

Do đó .

Nhận thấy  là hệ số của  trong khai triến .

Vì vậy xét , theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:

=

Từ đó ta có:

.



Suy ra: 



1. **Đáp án D**

Theo giả thiết ta có:

.

Khi đó và .

Suy ra 



Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:



.

Vậy 

1. **Đáp án B.**

Xét khai triển 

Chọn , ta được:



Chọn ,, ta được:



Trừ hai đẳng thức trên vế theo vế ta được:



1. **Đáp án A.**

Nhận thấy rằng:



Lần lượt thay , vào khai triển đã cho ta được:





Trừ hai đẳng thức này vế theo vế, ta được:





Vậy 

1. **Đáp án B.**

Nhận thấy  là hệ số của  trong khai triển 

Vì thế xét , theo khai triển nhị thức NewTon, ta có:



Thay  vào ta được:



***Chú ý***: Ta cũng có thể xét khai triển  rồi sau đó thay  vào.

1. **Đáp án C.**

Ta có 

Cho  thì A đúng.

Cho  thì B đúng.

Cho  thì D đúng.

Cho  thì .

Vậy C sai.

1. **Đáp án B.**



.

**XÁC SUẤT**

**A. LÝ THUYẾT**

**I. PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU**

**1. Phép thử ngẫu nhiên**

**Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

**2. Không gian mẫu**

Tập hợp các kết quả có thể xẩy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là .

**Ví dụ:** Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).

Không gian mẫu của phép thử là 

**II. BIẾN CỐ**

**1.** Một biến cố (còn gọi là sự kiện ) liên quan tới phép thử  là biến cố mà việc xẩy ra hay không xẩy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của .

Mỗi kết quả của phép thử làm cho biến cố  xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho .

**2.** Tập hợp các kết quả thuận lợi cho  được kí hiệu bởi . Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ  để kí hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho .

Khi đó ta cũng nói biến cố  được mô tả bởi tập .

**3.** Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xẩy ra khi thực hiện hiện phép thử . Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập  và được ký hiệu là .

**4.** Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xẩy ra khi thực hiện phép thử . Biến cố không thể được mô tả bởi tập .

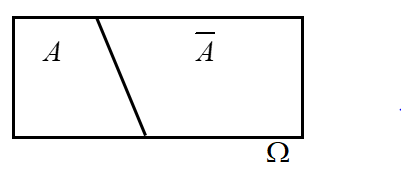
**Các phép toán trên biến cố**

**\*** Tập  được gọi là biến cố đối của biến cố , kí hiệu là . Giả sử  và  là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

**\*** Tập  được gọi là hợp của các biến cố  và .

\* Tập  được gọi là giao của các biến cố  và .

**\*** Nếu  thì ta nói  và  xung khắc.



**Bảng đọc ngôn ngữ biến cố.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Kí hiệu** | **Ngôn ngữ biến cố** |
|  | là biến cố |
|  | là biến cố không |
|  | là biến cố chắc chắn |
|  | là biến cố “ hoặc ” |
|  | là biến cố “ và ” |
|  | và  xung khắc |
|  | và  đối nhau |

**III. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ**

**Định nghĩa cổ điển của xác suất:**

Giả sử phép thử  có một số hữu hạn kết quả có thể đồng khả năng. Khi đó xác suất của một biến cố  liên quan tới  là tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho  và số kết quả có thể



Trong cuộc sống khi nói về biến cố, ta thường nói biến cố này có nhiều khả năng xảy ra, biến có kia có ít khả năng xảy ra, biến cố này có nhiều khả năng xảy ra hơn biến cố kia. Toán học đã định lượng hóa các khả năng này bằng cách gán cho mỗi biến cố một số không âm, nhỏ hơn hoặc bằng 1 gọi là xác suất của biến cố.

Từ định nghĩa cổ điển về xác suất ta có các bước để tính xác suất của một biến cố như sau:

**Bước 1:** Xác định không gian mẫu  rồi tính số phần tử của , tức là đếm số kết quả có thể của phép thử .

**Bước 2:** Xác định tập con  mô tả biến cố  rồi tính số phần tử của , tứ là đếm số kết quả thuận loại cho .

**Bước 3:** Lấy kết quả của bước 2 chia cho bước 1.

**Nhận xét:** Việc tính số kết quả có thể (bước 1) thường dễ dàng hơn hiều so với việc tính số kết quả thuận lợi cho (bước 1). Để giải quyết tốt các bài toán xác suất ta cần nắm chắc phần tổ hợp trước.

**STUDY TIP**

Từ định nghĩa cổ điển về xác suất ta suy ra: 

*Chú ý:* Các kí hiệu  được hiểu tương đương với  là số phần tử của không gian mẫu và của tập hợp thuận lợi cho biến cố .

**4. Quy tắc cộng xác suất**

**a) Quy tắc cộng xác suất**

|  |
| --- |
| \* Nếu hai biến cố  xung khắc nhau thì    \* Nếu các biến cố  xung khắc nhau thì |

**STUDY TIP**

Vì  và  nên theo công thức cộng xác suất thì



**b) Công thức tính xác suất biến cố đối**

|  |
| --- |
| Xác suất của biến cố  của biến cố  là |

Dưới đây là một ví dụ để ta hiểu rõ hơn về quy tắc cộng.

1. Một hộp đựng  viên bi xanh,  viên bi đỏ và  viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên biên. Xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án A.**

Gọi  là biến cố : “Chọn được hai viên bi xanh”.

 là biến cố : “Chọn được hai viên bi đỏ”.

 là biến cố : “Chọn được hai viên bi vàng”.

Khi đó biến cố: “Chọn được hai viên bi cùng màu” là biến cố . Do  đôi một xung khắc với nhau nên theo quy tắc cộng ta có



Ta có .

Vậy 

**5) Quy tắc nhân xác suất**

|  |  |
| --- | --- |
| **Biến cố giao** | **Biến cố độc lập** |
| Cho biến cố  và . Biến cố “ cả  và  đều xảy ra” kí hiệu là  gọi là giao của hai biến cố  và . | Hai biến cố gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra biến cố kia. |
| Một cách tổng quát, cho  biến cố . Biến cố: “Tất cả  biến cố  đều xảy ra”, kí hiệu là  được gọi là giao của  biến cố đó. | Một cách tổng quát, cho  biến cố . Chúng được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một nhóm bất kì trong các biến cố trên không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại. |

**Quy tắc nhân xác suất**

|  |
| --- |
| Nếu  và  là hai biến cố độc lập thì    Một cách tổng quát, nếu  biến cố  là độc lập thì |

**Chú ý:**

\* Nếu  và  độc lập thì  và  độc lập,  và  độc lập,  và  độc lập. Do đó Nếu  và  độc lập thì ta còn có các đẳng thức



\* Nếu một trong các đẳng thức trên bị vi phạm thì hai biến cố  và **** không độc lập với nhau

1. Gieo hai con súc sắc I và II cân đối, đồng chất một cách độc lập. Ta có biến cố : “Có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt  chấm”. Lúc này giá trị của  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án B.**

Gọi  là biến cố : “Con súc sắc thứ  ra mặt  chấm”

 và  là hai biến cố độc lập và ta có 

Thay vì tính ta đi tính . Ta có .



Vậy 

**B. CÁC DẠNG TOÁN VỀ XÁC SUẤT**

***DẠNG 1. SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN VỀ XÁC XUẤT - QUY VỀ BÀI TOÁN ĐẾM.***

**Bài toán 1. Bài toán tính xác suất sử dụng định nghĩa cổ điển bằng cách tính trực tiếp số phần tử thuận lợi cho biến cố.**

*Phương pháp chung:*

Trong bài toán này, việc xác định số phần tử thuận lợi cho biến cố cần tìm dễ dàng xác định (có thể liệt kê các phương án, có thể tính được các cách chọn ngắn gọn).

**Bước 1:** Tìm số phần tử của không gian mẫu.

**Bước 2:** Đếm số phần tử thuận lợi của không gian mẫu.

**Bước 3:** Tính xác suất .

**STUDY TIP**

Phần lớn các bài toán xác suất đều có thể quy về 2 bài toán đếm:

\* Đếm số phần tử của tập thuận lợi với biến cố.

\* Đếm số phần tử của không gian mẫu .

Các bước làm bài đã được trình bày rõ ở lý thuyết trước.

1. Gieo ngẫu nhiên hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “ Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt một chấm” là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án A.**

Gọi  là biến cố: “Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt một chấm”.

**Bước 1:** Tìm số phần tử không gian mẫu.

Do mỗi xúc sắc có thể xảy ra  trường hợp nên số kết quả có thể xảy ra là .

**Bước 2:** Tìm số kết quả thuận lợi cho .

Ta có các trường hợp sau:

**Bước 3:** Xác suất của biến cố  là .

1. Một tổ gồm  em, trong đó có  nữ được chia thành  nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án B.**

**Bước 1:** Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên  em trong  em đưa vào nhóm thứ nhất có số khả năng xảy ra là 

Chọn ngẫu nhiên  em trong  em đưa vào nhóm thứ hai có số khả năng xảy ra là .

Còn  em đưa vào nhóm còn lại thì số khả năng xảy ra là  cách.

Vậy 

**Bước 2:** Tìm số kết quả thuận lợi cho .

Phân  nữ vào  nhóm trên có  cách.

Phân  nam vào  nhóm theo cách như trên có  cách khác nhau.



**Bước 3:** Xác suất của biến cố  là .

**STUDY TIP**

Bài toán ở ví dụ 2 liên quan chặt chẽ với phép đếm. Ta cần nắm chắc phần quy tắc cộng, quy tắc nhân để giải quyết các bài toán tính xác suất theo phương pháp cổ điển.

1. Một hộp chứa  viên bi được đánh số từ  đến . Chọn  viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên  viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án B.**

**Bước 1:** Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên  viên bi trong  viên bi thì số cách chọn là 

**Bước 2:** Tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố.

Gọi  là biến cố : “Chọn  viên bi cộng các số trên  viên bi đó thu được là số lẻ”.

Trong  viên bi có  viên bi mang số lẻ đó là  và  viên bi mang số chẵn .

**\* Trường hợp 1: ** viên bi mang số lẻ và  viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp  là  cách.

**\* Trường hợp 2:**  viên bi mang số lẻ và  viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp  là  cách.

**\* Trường hợp 3:**  viên bi mang số lẻ và **** viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp  là  cách.

Suy ra 



**Bước 3:** Tính xác suất .

**STUDY TIP**

**Giải thích thực tế:** Ta có thể đưa ra các trường hợp như vậy là vì ta có:

Để có được tổng là số lẻ thì ta phải có: lẻ + chẵn = lẻ.

**TH1:**  số chẵn cộng lại với nhau sẽ ra số chẵn. Do đó cộng với **** lẻ thì ra số lẻ.

**TH2:**  lẻ = ( lẻ +  lẻ ) +  lẻ =  chẵn +  lẻ =  lẻ.

 số chẵn cộng lại với nhau ra chẵn. Do đó cộng với  lẻ thì ra số lẻ.

…

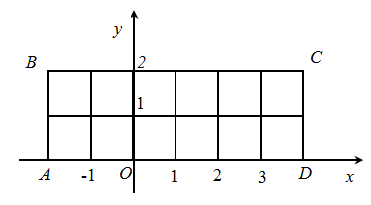
 số viên bi mang số lẻ phải là số lẻ.

1. Trong hệ trục tọa độ  cho . Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ ; ( với  là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật  (kể cả các điểm nằm trên cạnh).

Gọi  là biến cố : “ đều chia hết cho ”. Xác suất của biến cố  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***



Ta có , với .

Vậy  và .

Suy ra  (mỗi điểm là một giao điểm trên hình).

Ta có : “ đều chia hết cho ”. Nên ta có 

Theo quy tắc nhân ta có

**STUDY TIP**

Với các bài toán có miền giới hạn nhỏ, ta nên liệt kê các phần tử ra tránh sử dụng miền sẽ nhầm lẫn số phần tử.

1. Một người bỏ ngẫu nhiên  lá thư và  chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Gọi 4 lá thư lần lượt là  và 4 phong bì thư có địa chỉ đúng với các lá thư trên lần lượt

là 

Số phần tử không gian mẫu là .

Gọi là biến cố “ có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ”.

Ta có các trường hợp sau:

**\*TH1:** Cả 4 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có một trường hợp duy nhất

**\*TH2:** Có đúng 2 lá thư bỏ đúng địa chỉ. Có 6 trường hợp xảy ra là:A3 hoặc 

**\*TH3:** Có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có lá thư  bỏ đúng địa chỉ thì có 2 trường hợp 

Tương tự với lá thư có 2 trường hợp.

Lá thư chỉ có đúng 2 trường hợp.

Lá thư chỉ có đúng 2 trường hợp.

Suy ra có 8 trường hợp chỉ có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ.

Vậy số phần tử của biến cố là 

Nên .

**STUDY TIP**

**Giải thích thực tế:** có nhiều độc giả sẽ thêm trường hợp có 3 lá thư bỏ đúng địa chỉ, tuy nhiên như vậy là lặp lại trường hợp 4 lá thư bỏ đúng địa chỉ. Do đó nếu 3 lá thư đúng địa chỉ rồi thì lá thư cuối cùng cũng nghiễm nhiên đúng địa chỉ và trùng với TH1.

1. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là .

Gọi là biến cố “trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ”. Số trường hợp thuận lợi cho biến cố  là:

**\*Trường hợp 1:** Lấy được 1 viên màu đỏ, số cách lấy là: .

**\*Trường hợp 2:** Lấy được 2 viên màu đỏ, số cách lấy là: .

**\*Trường hợp 3:** Lấy được 3 viên màu đỏ, số cách lấy là: .

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố  là 

Vậy .

**Bài toán 2: Tính xác suất sử dụng định nghĩa cổ điển bằng phương pháp gián tiếp.**

*Trong nhiều bài toán tính xác suất, việc tính số phần tử thuận lợi cho biến cố  trở nên khó khăn do có quá nhiều trường hợp, thì ta đi tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố đối của biến cố . Sau đó lấy số phần tử không gian mẫu trừ đi kết quả vừa tìm được thì ta có số phần tử thuận lợi cho biến cố .*

Ta sẽ sử dụng bài toán ở ví dụ 6 như sau:

1. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là .

Gọi  là biến cố “trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ” thì là biến cố  “ cả ba viên bi lấy ra đều không có màu đỏ” ( tức là lấy ra cả ba viên bi đều màu xanh”

Số cách chọn ra 3 viên bi mà 3 viên bi đó đều màu xanh là 

Số cách chọn ra 3 viên bi mà trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là  cách



**STUDY TIP**

**Giải thích thực tế:** Dấu hiệu nhận biết các bài toán thực tế chọn đồ vật mà sử dụng cách tính gián tiếp đó là câu hỏi xuất hiện từ “có ít nhất …” thì thường ta sẽ giải quyết theo cách gián tiếp đó là tìm số cách chọn sao cho “không xuất hiện…” Ta sẽ tìm hiểu kĩ hơn ở ví dụ 8.

1. Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

**A.** . **B.**. **C.**. **D. **.

***Lời giải***

Chọn ngẫu nhiên 6 dây từ 16 dây thì số cách chọn là 

Gọi  là biến cố “ 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ”.

Do đó nếu tính trực tiếp sẽ có quá nhiều trường hợp, và từ STUDY TIP ở ví dụ 7, ta sẽ sử dụng biến cố đối để giải quyết bài toán:

**Trường hợp 1:** Không có dây nào vàng, số cách lấy là: .

**Trường hợp 2:** Có 1 dây vàng và 5 dây đỏ, số cách lấy là: .

Suy ra 

Nên 

1. Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Chọn 8 học sinh bất kì trong 18 học sinh thì số cách chọn là  cách.

Tương tự với dấu hiệu mà STUDY TIP đưa ra thì ta tìm số trường hợp thuận lợi cho biến cố đối của biến cố cần tìm.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 10, có  cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 11, có  cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 12, có  cách.

Gọi  là biến cố “ 8 học sinh được chọn, mỗi khối có ít nhất 1 học sinh”. Số trường hợp thuận lợi cho  là 

Vậy xác suất cần tìm là .

1. Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

**A.**. **B. **. **C.** ****. **D. **.

***Lời giải***

Số phần tử không gian mẫu là: .

Gọi  là biến cố “số tìm được không bắt đầu bởi ”.

Thì biến cố  là biến cố “số tìm được bắt đầu bởi ”

Buộc các số  lại thì ta còn 3 phần tử. Số các số tạo thành thỏa mãn số  đứng đầu là  cách  cách

Nên 

**STUDY TIP**

Phương pháp “buộc” các phần tử được giới thiệu kĩ ở phần quy tắc đếm, được áp dụng khi các phần tử có điều kiện đứng liền kề nhau.

***DẠNG 2. SỬ DỤNG QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT***

**Bước 1:** Xác định biến cố của các xác suất, có thể gọi tên các biến cố  để biểu diễn.

**Bước 2:** Tìm mối quan hệ giữa các biến cố vừa đặt tên, biểu diễn biến cố trung gian và quan trọng nhất là biến cố đề bài đang yêu cầu tính xác suất thông qua các biến cố ở bước 1.

**Bước 3:** Sử dụng các mối quan hệ vừa xác định ở bước 2 để chọn công thức cộng hay công thức nhân phù hợp.

1. Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Gọi  là biến cố “động cơ 1 bị hỏng”, gọi là biến cố “động cơ 2 bị hỏng”.

Suy ra  là biến cố “cả hai động cơ bị hỏng”  “ xe không chạy được nữa”.

Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên  và  là hai biến cố độc lập.

Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là.

Vậy xác suất để xe đi được là .

**STUDY TIP**

Các bài toán không nói bất kì đối tượng nào mà chỉ cho các giá trị xác suất thì ta bắt buộc phải sử dụng công thức cộng hoặc công thức nhân xác suất. Ở đây hai động cơ độc lập nên  và  là hai biến cố độc lập, do vậy ta áp dụng công thức nhân xác suất.

1. Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Gọi  lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

Gọi  lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố  độc lập với .

Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là



**STUDY TIP**

Nhận thấy bài toán bên là bài toán sử dụng cả hai công thức tính là công thức cộng và công thức nhân xác suất. Bài toán sử dụng công thức cộng xác suất vì các biến cố lần lượt là các biến cố đôi một xung khắc (do biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra). Trong khi đó các biến cố  và ; và ; và  lần lượt là các cặp biến cố độc lập (việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng đến biến cố kia) nên sử dụng công thức nhân xác suất.

1. Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Đặt  là biến cố “ Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn”;

 là biến cố “ Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn”;

 là biến cố “ Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn”.

Ta có .

Ta thấy  và  là hai biến cố xung khắc nên 

Vì  và  là hai biến cố độc lập nên theo STUDY TIP ở trên thì 



Vậy .

**STUDY TIP**

Ở đây  vì tổng hai chấm xuất hiện ở hai lần gieo là chẵn có nghĩa là có 2 trường hợp:

**\*TH1:** Hai lần gieo đều được số chẵn .

**\*TH2:** Hai lần gieo đều được số lẻ .

**STUDY TIP**

Ta có bởi xúc sắc có số mặt chẵn và số mặt lẻ bằng nhau, do vây ta dễ dàng có xác suất là .

1. Ba xạ thủ  độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của  tương ứng là  và . Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

Gọi  tương ứng là các biến cố “bắn trúng”; “ bắn trúng”; “ bắn trúng”.

 là ba biến cố độc lập. Do là các biến cố đôi một nên:

Xác suấy để cả ba người đều bắn trượt là

**STUDY TIP**

Nhắc lại chú ý phần lý thuyết nhân xác suất, tôi có đưa ra: Nếu  là hai biến cố độc lập thì

Và bài toán ở ví dụ 9 này là bài toán mở rộng của chú ý đó đối với ba biến cố đối một cách độc lập



Vậy xác suất để có ít nhất một trong ba người bắn trùng là .

1. Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn  là ; vòng  là  và vòng  là . Nếu trúng vòng  thì được  điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ  điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Chọn A**

Gọi  là biến cố: “Xạ thủ bắn đạt loại giỏi”.  là các biến cố sau:

: “Ba viên trúng vòng ”

: “Hai viên trúng vòng  và một viên trúng vòng ”

: “Một viên trúng vòng  và hai viên trúng vòng ”

: “Hai viên trúng vòng  và một viên trúng vòng ”

Các biến cố  là các biến cố xung khắc từng đôi một và 

Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có 

Mặt khác 







Do đó 

**STUDY TIP**

Ở các phần tính xác suất biến cố  ta có các trường hợp như vậy bởi vì thứ tự trúng vòng của  lần bắng khác nhau là các trường hợp khác nhau. Nhiều độc giả không tính các trường hợp khác nhau. Nhiều độc giả không tính các trường hợp đó dẫn đến chọn  là **sai**

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

1. Tung một viên súc sóc cân đối, tìm xác suất để số chấm xuất hiện nhỏ hơn .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhien một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một hộp đèn có 12 bóng trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng, xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong một hộp gồm 8 viên bi xanh và 6 viên bi trắng, chọn ngẫu nhiên 5 viên bi. Xác suất để 5 viên bi được chọn có cả bi xanh và bi trắng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gieo hai con xúc xắc cân đối đồng chất. Xác suất để tổng hai mặt xuất hiện bằng 7 là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho tập . Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi “Ném vòng cổ chai lấy thưởng”. Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gieo 3 đồng xu cùng một lúc. Gọi  là biến cố “có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt ngửa”. Xác suất của biến cố  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự  với  lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gieo 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác định để gieo được hai mặt xúc sắc có tổng của hai số lớn hơn 9

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất. Một con màu đỏ và một con màu đen. Xác suất của biến cố  “Số chấm trên con xanh nhiều hơn trên con đỏ 2 đơn vị”

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gọi  là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ . Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập . Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn  và . Xác suât để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

**A.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là . **B.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là . **C.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là . **D.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là .

1. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là  (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

**A.** điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

1. Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.

- Vòng 9 điểm: 0,25.

- Vòng 8 điểm: 0,1.

- Vòng 7 điểm: 0,1.

- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**D. HƯỚNG DẪN GIẢI**

1. **Đáp án A.**

Gọi  là biến cố “số chấm xuất hiện nhỏ hơn 4”. Số chấm nhỏ hơn 4 dễ thấy chỉ có thể là 1, 2 và 3.

Gọi  là biến cố “số chấm xuất hiện là ” . Có thể thấy rằng các biến cố này đôi một xung khắc.

Do viên xúc sắc là cần đối nên xác suất chia đều ra cho 6 mặt, mỗi mặt có xác suất là .

Ta có 

1. **Đáp án B.**

Gọi  là biến cố “học sinh chọn được tăng điểm”.

Gọi  là biến cố “học sinh chọn học giỏi ngoại ngữ”.

Gọi  là biến cố “học sinh chọn học giỏi tin học”.

Thì  và  là biến cố “học sinh chọn học giỏi cả ngoại ngữ lẫn tin học”.

Ta có 

1. **Đáp án C.**

Gọi  là biến cố “lấy được ít nhất 2 bóng tốt”.

Không gian mẫu: lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng thì số cách lấy là 

**TH1:** Lấy 3 bóng trong đó có 2 bóng tốt và 1 bóng xấu thì số cách chọn là  cách

**TH2:** Lấy 3 bóng đều tốt thì số cách lấy là  cách

Suy ra . Vậy 

1. **Đáp án A.**

Số cách chọn 5 viên bi từ 14 viên bi là .

Gọi  là biến cố “Trong 5 viên bi được chọn có cả bi xanh và bi trắng”

Trong đó:

Số cách chọn 5 viên bi toàn bi xanh là  cách.

Số cách chọn 5 viên bi toàn bi trắng là  cách.

Suy ra 

1. **Đáp án A.**

Gọi  là tập hợp những em học khá môn Toán, là tập hợp những em học khá môn Văn.

 Tập hợp những em học khá cả Toán và Văn là  học sinh.

Gọi là biến cố “chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn”.

Ta có 

Số học sinh học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn là .

 cách.

.

1. **Đáp án B.**

Con xúc xắc thứ nhất có thể xảy ra 6 kết quả, con thứ hai cũng vậy nên tổng số kết quả có thể xảy ra là 

Gọi  là biến cố “Tổng hai mặt xuất hiện mặt bằng 7”. Dùng phương pháp liệt kê

.

1. **Đáp án C.**

Gọi  là tập hợp các học sinh giỏi Toán,  là tập hợp các học sinh giỏi Văn.

 là tập hợp các học sinh giỏi cả 2 môn và  là tập hợp những học sinh giỏi một trong hai môn (tập hợp các học sinh giỏi). Theo quy tắc cộng tổng quát ta có



Gọi là biến cố “chọn được 2 em là học sinh giỏi”  và  .

1. **Đáp án D.**

Đặt 19 là một số . Ta có số các số có các chữ số khác nhau tạo thành từ  với là chữ số đứng đầu là  (số) 

1. **Đáp án D.**

Số các số có 5 chữ số khác nhau lập được từ tập  là  (số) 

Gọi số cần tìm là  ta có  hoặc  (do số đó phải chia hết cho ). Khi đó ta có các trường hợp:

1. , chọn vị trí cho  số  có  cách chọn, ngoài ra trong  số  còn có hoán vị trong đó. Cuối cùng ta chọn số còn lại có  cách chọn. Vậy số các số thuộc trường hợp này có  số.
2. , các số  thuộc có số thỏa (do  nên chỉ có  cách chọn )
3. , các số  thuộc có số thỏa mãn.

Số các số thỏa mãn yêu cầu là  số. 

Vậy xác suất cần tìm là .

1. **Đáp án A.**

Gọi  là biến cố “Chọn em có ít nhất một nam và một nữ”.

Số cách chọn bạn bất kì vào ban cán sự lớp là  cách.

Số cách chọn bạn nam vào ban cán sự lớp là  cách.

Số cách chọn bạn nữ vào ban cán sự lớp là  cách.

Vậy số cách chọn ban cán sự lớp có cả nam lẫn nữ là 

Vậy xác suấtcần tìm là .

1. **Đáp án A.**

Số cách chọn ra  học sinh mà không có điều kiện gì là  cách 

Ta sẽ loại trừ các trường hợp có  cặp anh em sinh đôi. Đầu tiên ta chọn  cặp sinh đôi có cách chọn. Sau đó chọn  học sinh còn lại từ học sinh, có  cách chọn.

Vậy số cách chọn  em học sinh thỏa yêu cầu đề bài là: 

Vậy xác suất cần tìm là .

1. **Đáp án A.**

Số cách xếp người vào bàn là  (do ở đây là hoán vị vòng quanh).

Gộp các thành viên cùng quốc tịch vào cùng nhóm, trước tiên ta tính số cách xếp mọi người trong các nhóm đó.

Theo nguyên tắc “buộc” các phần tử, ta buộc thành các phần tử lớn là Mỹ, Nga, Anh, Pháp.

Lúc này bài toán trở thành xếp bốn phần tử vào bốn ghế trên bàn tròn.

Cố định nhóm Mỹ, có  cách xếp chỗ cho nhóm Nga,  cách xếp chỗ cho nhóm Anh,  cách xếp chỗ cho nhóm Pháp.

Vậy có  cách xếp.

Vậy xác suất để xếp cho các vị cùng quốc tịch ngồi cạnh nhau là .

1. **Đáp án B.**

Vì đồng xu là cân đối nên xác suất sấp – ngửa của mỗi lần tung là như nhau và bằng .

Xác suất để  lần tung đồng xu đều sấp là 

1. **Đáp án C.**

Gọi  là biến cố “Xạ thủ thứ  bắn trúng”. Với .

; 

Gọi  là biến cố “Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng” thì 



1. **Đáp án D.**

Gọi  là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai”,  là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai lần đầu”, là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai lần thứ 2”,  là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai lần thứ ba”.

; 

1. **Đáp án C.**

Mỗi đồng xu có hai khả năng: ngửa hoặc sấp. Do đó số phần tử của không gian mẫu khi gieo ba đồng xu là .

Ta có biến cố đối của  là : “Không có đồng xu nào xuất hiện mặt ngửa” “Cả ba đồng xu đều xuất hiện mặt sấp”.

Khi đó .

1. **Đáp án D.**

***Nhận xét:*** Do con xúc xắc chỉ có  mặt và để ý rằng là giá trị tối đa của tổng  Và  không lớn hơn  là bao nhiêu nên ta sẽ sử dụng phương pháp tính phần bù.

Số các bộ thứ tự  với  là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng  và nhỏ hơn hoặc bằng  là 

Xét các bộ thứ tự  có tổng . Ta có:







Như vậy có tổng cộng  bộ  thỏa mãn .

Số bộ  thỏa mãn  là 

Xác suất cần tính là .

1. **Đáp án A.**

***Nhận xét:*** Do con xúc xắc chỉ có  mặt và để ý rằng là giá trị tối đa của tổng  Và  không lớn hơn  là bao nhiêu nên ta sẽ sử dụng phương pháp tính phần bù.

Số các bộ thứ tự  với  là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng  và nhỏ hơn hoặc bằng  là 

Xét các bộ thứ tự  có tổng . Ta có:







Như vậy có tổng cộng  bộ  thỏa mãn .

Số bộ  thỏa mãn  là 

Xác suất cần tính là .

1. **Đáp án B.**

Vì hai con xúc xắc có cùng  mặt nên số phần tử của không gian mẫu là 

Gọi  là số chấm xuất hiện lần lượt trên mặt xanh và mặt đỏ.

Khi đó 

.

1. **Đáp án A.**

Số cách chọn  tấm bìa trong  tấm bìa và xếp thành một hang ngang là 

Số cách xếp  tấm bìa để không có được số có ba chữ số tức là vị trí đầu tiên là chữ số  là Số cách xếp  tấm bìa để tạo được số có ba chữ số là 

Vậy xác suất cần tìm là .

1. **Đáp án D.**

Ta có điều kiện chủ chốt “tích hai số được chọn là một số chẵn”  Tồn tại Doít nhất một trong hai số được chọn là chẵn.

Gọi  là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các số đã cho

Số cách chọn   cách; Số cách chọn   cách  Số các số có hai chữ số khác nhau tạo được là  số có  phần tử.

Số cách lấy ngẫu nhiên  số từ tập :  cách

Gọi biến cố : “Tích hai số được chọn là một số chẵn”

Gọi biến cố : “Tích hai số được chọn là một số lẻ”

Số các số lẻ trong :  ( cách chọn chữ số hàng đơn vị là lẻ,  cách chọn chữ số hang chục khác ).

Số cách lấy ngẫu nhiên  số lẻ trong  số lẻ:  cách

. Vậy 

1. **Đáp án D.**

Chọn ba quả cân có  cách.

Chọn ba quả cân có tổng trọng lượng nhỏ hơn hoặc bằng  có các trường hợp sau:

**TH1**: Trong các quả được lấy ra không có quả cân trọng lượng  kg.

Ta có  là tổng trọng lượng nhỏ nhất có thể. Do đó trong trường hợp này có đúng  cách chọn.

**TH2:** Trong các quả được lấy ra có quả cân trọng lượng  kg. Khi đó ta có:

****

Trường hợp này ta có  cách chọn.

Vậy số cách chọn thỏa mãn ycbt là .

Xác suất cần tính là: .

1. **Đáp án B.**

Số cách lấy ra tùy ý  viên bi trong  viên bi đã cho là: 

Để chọn ra không quá  viên bi đỏ từ  viên lấy ra là:

Lấy ra được  viên bi đỏ,  viên bi xanh:  cách.

Lấy ra được  viên bi đỏ,  viên bi xanh:  cách.

Lấy ra được  viên bi đỏ,  viên bi xanh:  cách.

Vậy xác suất để  viên bi chọn ra không quá  viên bi đỏ là .

1. **Đáp án D.**

Gọi biến cố : “Lấy  tấm thẻ mang số lẻ,  tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng  tấm thẻ mang số chia hết cho ”

Số cách lấy ngẫu nhiên  tấm thẻ trong  tấm thẻ :  cách 

Trong  tấm thẻ có tấm thẻ mang số lẻ, tấm thẻ mang số chẵn,  tấm thẻ mang số chia hết cho  (chú ý là các thẻ chia hết cho  đều là số chẵn)

Số cách chọn  tấm thẻ mang số lẻ:  cách.

Số cách chọn  tấm thẻ mang số chia hết cho  cách

Số cách chọn  tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho  cách

Số cách lấy  tấm thẻ mang số lẻ,  tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng  tấm thẻ chia hết cho :  cách.



Vậy 

1. **Đáp án A.**

Trong  thẻ đã cho có hai thẻ ghi số chia hết cho (các thẻ ghi số  và  ),  thẻ còn lại có ghi số không chia hết cho .

Giả sử rút , số cách chọn  từ  thẻ trong hộp là , số phần tử của không gian mẫu là 

Gọi  là biến cố “Trong số  thẻ rút ra có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho  ”

Số cách chọn tương ứng với biến cố  là 

Ta có 

Do đó 

Vậy giá trị nhỏ nhất của  là . Vậy số thẻ ít nhất phải rút là.

1. **Đáp án A.**

***Phân tích:*** Cần nhớ lại kiến thức cơ bản về bất đẳng thức tam giác.

Ba đoạn thẳng với chiều dài  có thể là  cạch của một tam giác khi và chỉ khi 

***Lời giải:*** Số phần tử của không gian mẫu là: 

Gọi  là biến cố “lấy ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác”

Các khả năng chọn được ba đoạn thẳng lập thành một tam giác là 

Số trường hợp thuận lợi của biến cố  là . Suy ra xác suất của biến cố  là .

1. **Đáp án C.**

Gọi  là biến cố “ và  có giải thưởng giống nhau”. Vì mỗi học sinh nhận được  cuốn sách các loại, nên giả sử có  học sinh nhận sách (Lí và Hóa) và  học sinh nhận sách (Toán và Hóa).

Số phần tử của không gian mẫu là 

*TH1: * và  nhận sách (Toán, Lí), số khả năng là 

*TH2: * và  nhận sách (Toán, Hóa), số khả năng là 

*TH1: * và  nhận sách (Lí, Hóa), số khả năng là 

**

1. **Đáp án B.**

Theo công thức hoán vị vòng quanh ta có: 

Để xếp các bạn nữ không ngồi cạnh nhau, trước hết ta xếp các bạn nam vào bàn tròn: có  cách, giữa  bạn nam đó ta sẽ có được  ngăn (do ở đây là bàn tròn). Xếp chỉnh hợp  bạn nữ vào  ngăn đó có  cách.

Vậy xác suất xảy ra là:.

1. **Đáp án C.**

***Phân tích:*** Đề bài cho các điều kiện khá dài dòng, ta cần đưa chúng về dạng ngắn gọn dễ hiểu hơn.

+) “Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức”: xác suất để Phong và Đạt thắng trong một ván là như nhau và bằng .

+) “Khi Đạt thắng được  ván và Phong thắng được  ván rồi”: nghĩa là Đạt chỉ cần thắng một ván nữa là được  ván, còn Phong phải thắng  ván nữa mới đạt được.

***Lời giải:***

Để xác định xác suất thắng chung cuộc của Đạt và Phong ta tiếp tục chơi thêm các ván “giả tưởng”. Để Phong có thể thắng chung cuộc thì anh phải thắng Đạt  ván liên tiếp (vì Đạt chỉ còn một ván nữa là thắng).

Như vậy xác suất thắng cuộc của Phong là: 

 Xác suất thắng cuộc của Đạt là Đ

 Tỉ lệ chia tiền phù hợp là 

1. **Đáp án D.**

***Phân tích:*** Bài này điểm mấu chốt là phải liệt kê được các trường hợp mà An thắng Bình ching cuộc. Ví dụ như: Séc : An thắng; Séc : An thắng; Séc  : Bình thắng; Séc : An thắng.

******An thắng chung cuộc***.***

Lưu ý là ta phải tính cả thứ tự các séc An thắng hoặc thua. Như ở ví dụ trên là An thua ở séc thứ.

***Lời giải:*** Giả sử số séc trong trân đấu giữa An và Bình là . Dễ dàng nhận thấy .

Ta xét các trường hợp:

**TH1:** Trận đấu có  séc An thắng cả  séc. Xác suất thắng trong trường hợp này là:  


**TH2:** Trận đấu có  séc An thua  trong  séc:  hoặc  và thắng séc thứ .

Số cách chọn  séc để An thua là:  (Chú ý xác xuất để An thua trong  séc là )



**TH3:** Trận đấu có  séc  An thua 2 séc và thắng ở séc thứ .

Số cách chọn  trong  séc đầu để An thua là  cách.



Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là: 

***Nhận xét:*** *Trong bài này các bạn rất dễ mắc sai lầm sau: ở trường hợp  lại tính số cách chọn  ván An thua là  mà không để ý rằng séc thứ  chắc chắn phải là An thắng.*

1. **Đáp án D.**

***Phân tích:*** Với một bài yêu cầu tìm giá trị lớn nhất như thế này thì cách mà ta nghĩ đến đầu tiên là đặt ẩn (là số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) theo ẩn đó, việc còn lại là xử lí biểu thức.

***Lời giải:*** Gọi  là số điểm bạn đó đạt được ()( )

****** Bạn đó trả lời đúng  câu và trả lời sai  câu.

+) Xác suất mỗi câu bạn đó đúng là: ; sai là .

+) Có  cách chọn ra  câu đúng. Do đó xác suất được  điểm là:



Do  là lớn nhất nên 

. Mà  nên 

Nên xác suất bạ đó đạt  điểm là lớn nhất.

1. **Đáp án C.**

Ta có 

Với bộ  có  cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ  có  cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ  có  cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Do đó xác suất để sau  lần bắn xạ thủ được đúng  điểm là:

