**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ**

**Câu 1.** **(ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017)** Biết rằng đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại điểm duy nhất có tọa độ . Tìm .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Cho hàm số  có đồ thị  Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  không cắt trục hoành. **B.**  cắt trục hoành tại một điểm.

**C.**  cắt trục hoành tại hai điểm. **D.**  cắt trục hoành tại ba điểm.

**Câu 3.** Biết rằng đồ thị hàm số  cắt đồ thị hàm số  tại hai điểm phân biệt  và . Tính độ dài đoạn thẳng 

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 4.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**A**.  **B**. 

**C**.  **D**. 

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt đường thẳng  tại ba điểm phân biệt.

**A**.  **B**. 

**C**.  **D**. 

**Câu 6.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**.  .

**Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt:

**A**. , . **B**. , .

**C**. , . **D.** , .

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 8.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có duy nhất một nghiệm.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |  |

**Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 10.** Tìm giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng hai điểm chung với trục hoành.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có một nghiệm duy nhất.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. 

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 12.** Hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có sáu nghiệm phân biệt.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 13.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực  thì phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt.  **A.** . **B.** .  **C.**  **D.** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 14.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng bốn nghiệm phân biệt.  **A.** . **B.** .  **C.**  **D.** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 15.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình  có bao nhiêu nghiệm?  **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** |  |

**Câu 16.** Cho hàm số  xác định, liên tục trên  và có bảng biến thiên sau:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng hai nghiệm.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 17.** Cho hàm số  xác định trên  và liên tục trên từng khoảng xác định, có bảng biến thiên như sau:









**

*y'*

*y*

*x*









Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt đường thẳng  tại hai điểm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 18.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



*x*

*y*

*y'*

























Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho phương trình  có đúng hai nghiệm.

**A.**  **B.** ,  **C.**  **D.** , 

**Câu 19.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



*x*

*y*

*y'*

























Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho phương trình  có ba nghiệm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 20.** Cho hàm số , xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

















*x*

*y*

*y'*

















Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho đường thẳng  cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.** ,  **D.** , 

**Câu 21.** Giả sử tồn tại hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:















*y*

*y'*

*x*





































Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có bốn nghiệm.

**A.**  **B.** ,  **C.**  **D.** 

**Câu 22.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:









































Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có nhiều nghiệm thực nhất.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 23.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

































Khẳng định nào dưới đây là sai?

**A.** Phương trình  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi 

**B.** Hàm số đạt cực đại tại 

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng 

**D.** Đồ thị hàm số  có ba đường tiệm cận.

**Câu 24.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại ba điểm phân biệt 

**A**.  **B**.  **C**. . **D**. , 

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số   cắt đường thẳng  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn .

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 26.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại ba điểm phân biệt  sao cho tam giác  có diện tích bằng , với .

**A**. , . **B**. . **C**. , . **D**. , .

**Câu 27.** **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị của hàm số   tại ba điểm phân biệt  sao cho .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Câu 28.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 29.** Đồ thị hàm số  có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 30.** Với điều kiện nào của tham số  thì phương trình  có bốn nghiệm phân biệt?

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 31.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 32.** Tìm giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng ba nghiệm.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 33.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  để đồ thị hàm số đã cho không có điểm chung với trục hoành?

**A**.  **B**. **C**. **D**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 34. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có bốn nghiệm phân biệt.  **A.  B.**  **C.  D.** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 35.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có sáu nghiệm phân biệt.  **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** |  |

**Câu 36.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  đề đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 37.** Tìm tọa độ giao điểm  của đồ thị hàm số  với trục tung.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 38.** Biết rằng đồ thị hàm số  và đồ thị hàm số  cắt nhau tại hai điểm. Kí hiệu  là tọa độ của hai điểm đó. Tìm .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 39.** Đường thẳng  và đồ thị hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm chung?

**A**. 0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 3.

**Câu 40.** Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và đồ thị . Tìm hoành độ trung điểm  của đoạn thẳng .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 41.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

**A**. . **B**.  **C**. . **D**. .

**Câu 43.** Gọi  là đường thẳng đi qua  và có hệ số góc . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 44.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm  sao cho .

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 45.** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho độ dài  ngắn nhất.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 46.** Tìm giá trị thực của tham số  sao cho đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho các khoảng cách từ  và  đến trục hoành là bằng nhau.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 47.** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  sao cho tam giác  vuông tại , với  là gốc tọa độ.

**A**.  **B.**  **C**.  **D**. 

**Câu 48.** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho trọng tâm tam giác  thuộc đường thẳng , với  là gốc tọa độ.

**A**. . **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho , với  là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 50.** Tìm trên đồ thị hàm số   hai điểm  mà chúng đối xứng nhau qua điểm .

**A**.  và . **B**.  và .

**C**.  và  **D**. Không tồn tại.

**Câu 51.** Tìm trên đồ thị hàm số  hai điểm phân biệt  mà chúng đối xứng nhau qua trục tung.

**A**.  và . **B**.  và .

**C**.  và . **D**. Không tồn tại.

**Câu 52.** Cho hàm số  với  là tham số thực, có đồ thị là . Tìm tọa độ các điểm cố định thuộc đồ thị .

**A**.  và . **B**.  và .

**C**.  và . **D**.  và .

**Câu 53.** Cho hàm số  có đồ thị là . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị  mà tọa độ là số nguyên?

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 54.** Có bao nhiêu điểm  thuộc đồ thị hàm số  sao cho khoảng cách từ  đến trục  bằng hai lần khoảng cách từ  đến trục ?

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 55.** Tìm trên đồ thị hàm số  những điểm  sao cho khoảng cách từ  đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ  đến trục hoành.

**A**. , . **B**. , .

**C**. , . **D**. , .

**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI**

**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** **(ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017)** Biết rằng đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại điểm duy nhất có tọa độ . Tìm .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

. **Chọn C.**

**Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Cho hàm số  có đồ thị  Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  không cắt trục hoành. **B.**  cắt trục hoành tại một điểm.

**C.**  cắt trục hoành tại hai điểm. **D.**  cắt trục hoành tại ba điểm.

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm của  với trục hoành:



Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm. **Chọn B.**

**Câu 3.** Biết rằng đồ thị hàm số  cắt đồ thị hàm số  tại hai điểm phân biệt  và . Tính độ dài đoạn thẳng 

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 



Suy ra  **Chọn D.**

|  |
| --- |
| Phương trình hoành độ giao điểm .  ● Nếu nhẩm được một nghiệm  thì phương trình tương đương .  ● Cô lập tham số  và lập bảng biến thiên hoặc dùng đồ thị.  ● Nếu không nhẩm được nghiệm và không cô lập được  thì bài toán được giải quyết theo hướng tích hai cực trị, cụ thể:  ◦ Đồ thị cắt trục hoành đúng ba điểm phân biệt  ◦ Đồ thị có hai điểm chung với trục hoành  ◦ Đồ thị có một điểm chung với trục hoành  hoặc hàm số không có cực trị.  Chú ý: Nếu  nhẩm được hai nghiệm thì tính  dễ dàng. Trường hợp không nhẩm được nghiệm thì dùng mối liên hệ hai nghiệm đó là hệ thức Viet. |

**Câu 4.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**A**.  **B**. 

**C**.  **D**. 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm:



Ycbt  Phương trình  có hai nghiệm phân biệt khác 

. **Chọn D.**

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt đường thẳng  tại ba điểm phân biệt.

**A**.  **B**. 

**C**.  **D**. 

**Lời giải.** Xét hàm bậc ba , có



Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm bậc ba, ta có ycbt 

**Chọn A.**

**Câu 6.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**.  .

**Lời giải.** Phương trình .

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số , ta được



Dựa vào đồ thị, ta có ycbt . **Chọn B.**

Chú ý: Sai lầm hay gặp là cho .

**Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt:

**A**. , . **B**. , .

**C**. , . **D.** , .

**Lời giải.** Xét hàm số , có



Dựa vào dạng đặc trưng của đồ thị hàm bậc ba, phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt khi . **Chọn A.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 8.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có duy nhất một nghiệm.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |  |

**Lời giải.** Phương trình  Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng  (có phương song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có ycbt  **Chọn C.**

**Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Đối với dạng bài này ta không cô lập được  nên bài toán được giải quyết theo hướng tích hai cực trị.

Ta có 

Hàm số có hai cực trị  có hai nghiệm phân biệt 

Khi đó ycbt  **Chọn B.**

**Câu 10.** Tìm giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng hai điểm chung với trục hoành.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Ta có 

Ycbt  hàm số có hai cực trị và tích hai cực trị bằng 

 **Chọn C.**

**Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có một nghiệm duy nhất.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. 

**Lời giải.** Phương trình  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và trục hoành.

Xét hàm số , có 

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương với:

● **TH1.** Hàm số có hai cực trị  thỏa mãn 



● **TH2.** Hàm số không có cực trị  có nghiệm kép hoặc vô nghiệm 

Kết hợp hai trường hợp ta được  **Chọn B.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 12.** Hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có sáu nghiệm phân biệt.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |  |

**Lời giải.** Trước tiên từ đồ thị hàm số , ta suy ra đồ thị hàm số  như hình dưới đây:



Phương trình  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng 

Dựa vào đồ thị hàm số , ta có ycbt 

**Chọn B.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 13.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực  thì phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt.  **A.** . **B.** .  **C.**  **D.** |  |

**Lời giải.** Ta có . Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số  từ đồ thị hàm số  như sau:

⏺ Giữ nguyên đồ thị  phía trên trục hoành.

⏺ Lấy đối xứng phần đồ thị  phía dưới trục hoành qua trục hoành ( bỏ phần dưới ).

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số  như hình vẽ.



Phương trình  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng  (cùng phương với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có ycbt . **Chọn D.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 14.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng bốn nghiệm phân biệt.  **A.** . **B.** .  **C.**  **D.** |  |

**Lời giải.** Trước tiên từ đồ thị hàm số , ta suy ra đồ thị hàm số  như hình dưới đây:



Phương trình  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng 

Dựa vào đồ thị hàm số , ta có ycbt  **Chọn A.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 15.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình  có bao nhiêu nghiệm?  **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** |  |

**Lời giải.** Trước tiên tịnh tiến đồ thị sang phải 2 đơn vị để được đồ thị hàm số .

Tiếp theo giữ phần đồ thị phía bên phải đường thẳng , xóa bỏ phần đồ thị phía bên trái đường thẳng .

Cuối cùng lấy đối xứng phần đồ thị vừa giữ lại ở trên qua đường thẳng . Ta được toàn bộ phần đồ thị của hàm số  (hĩnh vẽ bên dưới)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Dựa vào đồ thị hàm số , ta thấy đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại 4 điểm phân biệt phương trình  có 4 nghiệm phân biệt. **Chọn D.**

**Câu 16.** Cho hàm số  xác định, liên tục trên  và có bảng biến thiên sau:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng hai nghiệm.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Phương trình . Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng  (cùng phương với trục hoành).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi  **Chọn C.**

**Câu 17.** Cho hàm số  xác định trên  và liên tục trên từng khoảng xác định, có bảng biến thiên như sau:









**

*y'*

*y*

*x*









Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt đường thẳng  tại hai điểm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để đồ thị hàm số  cắt đường thẳng  tại hai điểm phân biệt  **Chọn D.**

**Sai lầm hay gặp** là cho  Chọn C. Lí do là giá trị của hàm số không bằng  mà chỉ tồn tại  và giá trị của hàm số không bằng  mà chỉ tồn tại .

**Câu 18.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



*x*

*y*

*y'*

























Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho phương trình  có đúng hai nghiệm.

**A.**  **B.** ,  **C.**  **D.** , 

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên, phương trình  có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi  **Chọn B.**

**Câu 19.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



*x*

*y*

*y'*

























Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho phương trình  có ba nghiệm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên, phương trình  có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi . **Chọn B.**

**Câu 20.** Cho hàm số , xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

















*x*

*y*

*y'*

















Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho đường thẳng  cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.** ,  **D.** , 

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi  **Chọn D.**

Nếu yêu cầu bài toán có duy nhất một nghiệm thực 

**Câu 21.** Giả sử tồn tại hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:















*y*

*y'*

*x*





































Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có bốn nghiệm.

**A.**  **B.** ,  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên, phương trình  có bốn nghiệm khi và chỉ khi  **Chọn C.**

Nhận xét. Học sinh rất dễ sai lầm vì cho rằng  Nếu bài toán yêu cầu có hai nghiệm , có ba nghiệm , có năm nghiệm 

**Câu 22.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:









































Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có nhiều nghiệm thực nhất.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải.** Phương trình . Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng  (cùng phương với trục hoành).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình đã cho có nhiều nghiệm thực nhất khi và chỉ khi  **Chọn C.**

**Câu 23.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

































Khẳng định nào dưới đây là sai?

**A.** Phương trình  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi 

**B.** Hàm số đạt cực đại tại 

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng 

**D.** Đồ thị hàm số  có ba đường tiệm cận.

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy hàm số đồng biến trên các khoảng  và . Vì vậy khẳng đinh C là sai. **Chọn C.**

**Câu 24.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại ba điểm phân biệt 

**A**.  **B**.  **C**. . **D**. , 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 



Để đường thẳng  cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt khác . **Chọn C.**

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số   cắt đường thẳng  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn .

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm:



Để  cắt đồ thị  tại ba điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt khác  .

Giả sử . Khi đó ,  là hai nghiệm của phương trình .

Theo định lí Viet, ta có 

Ycbt.**Chọn D.**

**Câu 26.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại ba điểm phân biệt  sao cho tam giác  có diện tích bằng , với .

**A**. , . **B**. . **C**. , . **D**. , .

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 



Để  cắt đồ thị  tại ba điểm phân biệt  có hai nghiệm phân biệt khác 

.

Gọi  là hai nghiệm của . Theo định lí Viet, ta có .

Giải sử .

Ta có  và .

Theo đề: 

 **Chọn B.**

**Câu 27.** **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị của hàm số   tại ba điểm phân biệt  sao cho .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 



Để  cắt  tại ba điểm phân biệt  có hai nghiệm phân biệt khác 



Gọi  là hai nghiệm của phương trình  Theo định lí Viet, ta có  nên suy ra  hoặc . Giả sử  thì , suy ra 

Theo giả thiết  nên  là trung điểm của  do đó  và , . Khi đó ta có  nên  cắt  tại ba điểm phân biệt  thỏa mãn .

Vậy với  thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

**Câu 28.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm:  

Phương trình  có ba nghiệm lập thành cấp số cộng  phương trình có một nghiệm .

Suy ra phương trình  có một nghiệm 

Thay  vào phương trình , ta được 

Thử lại: ⏺ Với , ta được  thỏa mãn.

⏺ Với , ta được  không thỏa mãn.

Vậy  là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Biện luận số nghiệm của phương trình  

**Cách 1.** Phương trình  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm trùng phương  và đường thẳng  (có phương song song với trục hoành)

Do hệ số  nên đồ thị hàm số  có dạng như sau:



Dựa vào đồ thị ta có:

⏺  vô nghiệm 

⏺  có  nghiệm 

⏺  có  nghiệm 

⏺  có  nghiệm 

**Cách 2.** Phương trình  ****

Do hệ số  nên đồ thị hàm số  có dạng như sau:



Ta có các trường hợp sau:

⏺  vô nghiệm 

⏺  có  nghiệm 

⏺  có  nghiệm 

⏺  có  nghiệm 

**Câu 29.** Đồ thị hàm số  có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

Suy ra đồ thị hàm số có ba điểm chung với trục hoành. **Chọn C.**

**Câu 30.** Với điều kiện nào của tham số  thì phương trình  có bốn nghiệm phân biệt?

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Phương trình đã cô lập tham số nên ta nên giải theo cách 1.

Xét hàm số , có



Ycbt  **Chọn D.**

**Câu 31.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Bài này ta giải theo cách 2.

Xét hàm số , có



Ycbt  hàm số có hai cực trị  và 

. **Chọn D.**

**Câu 32.** Tìm giá trị thực của tham số  để phương trình  có đúng ba nghiệm.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Xét hàm số , có



Ycbt  **Chọn D.**

**Câu 33.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  để đồ thị hàm số đã cho không có điểm chung với trục hoành?

**A**.  **B**. **C**. **D**.

**Lời giải.** Hàm số  có hệ số của  âm.

Ta có 

Dựa vào dáng điệu của hàm trùng phương, ta có các trường hợp sau thỏa mãn yêu cầu bài toán:

● Hàm số có một cực trị và cực trị đó âm 

● Hàm số có hai cực trị và giá trị cực đại âm



Kết hợp hai trường hợp ta được  **Chọn C.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 34. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có bốn nghiệm phân biệt.  **A.  B.**  **C.  D.** |  |

**Lời giải.** Phương trình  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng  (cùng phương với trục hoành).

Dựa vào đồ thị ta thấy để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt ****

**Chọn B.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 35.** Cho hàm số  xác định trên  và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có sáu nghiệm phân biệt.  **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** |  |

**Lời giải.** Trước tiên từ đồ thị hàm số , ta suy ra đồ thị hàm số  như hình sau:



Dựa vào đồ thị, để phương trình  có sáu nghiệm phân biệt 

**Chọn C.**

**Câu 36.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  đề đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Sử dụng công thức giải nhanh sau:

Đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại bốn điểm lập thành một cấp số cộng thì điều kiện là 

Ta có  **Chọn C.**

**Câu 37.** Tìm tọa độ giao điểm  của đồ thị hàm số  với trục tung.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ  **Chọn B.**

**Câu 38.** Biết rằng đồ thị hàm số  và đồ thị hàm số  cắt nhau tại hai điểm. Kí hiệu  là tọa độ của hai điểm đó. Tìm .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 



Khi đó . **Chọn A.**

**Câu 39.** Đường thẳng  và đồ thị hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm chung?

**A**. 0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 3.

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 



Ta có  phương trình có hai nghiệm phân biệt. **Chọn C.**

**Câu 40.** Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và đồ thị . Tìm hoành độ trung điểm  của đoạn thẳng .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 



Theo định lí Viet, ta có .

Suy ra . **Chọn C.**

**Câu 41.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: ****

**** 

Để  cắt  tại hai điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt . **Chọn D.**

**Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

**A**. . **B**.  **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Yêu cầu bài toán  phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt

 **Chọn C.**

**Câu 43.** Gọi  là đường thẳng đi qua  và có hệ số góc . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Đường thẳng  có dạng .

Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Để  cắt  tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị  phương trình  có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

. **Chọn B.**

**Câu 44.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm  sao cho .

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Để  cắt  tại hai điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt 

Theo đinh lí Viet, ta có  Giả sử  và .

Yêu cầu bài toán 

(thỏa mãn). **Chọn B.**

**Câu 45.** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho độ dài  ngắn nhất.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Ta có  nên  luôn cắt  tại hai điểm phân biệt.

Gọi  là hai nghiệm của . Theo định lí Viet, ta có .

Giả sử  và  là tọa độ giao điểm của  và .

Ta có 

Dấu  xảy ra . **Chọn D.**

**Công thức giải nhanh:**  ngắn nhất  nhỏ nhất.

Mà . Dấu  xảy ra .

**Câu 46.** Tìm giá trị thực của tham số  sao cho đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho các khoảng cách từ  và  đến trục hoành là bằng nhau.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Để  cắt  tại hai điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt .

Gọi  là hai nghiệm của . Giả sử  và .

Yêu cầu bài toán: 

 (do )

 **Chọn A.**

**Câu 47.** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  sao cho tam giác  vuông tại , với  là gốc tọa độ.

**A**.  **B.**  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Để  cắt  tại hai điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt



Gọi  là hai nghiệm của . Theo định lí Viet, ta có 

Giả sử  và .

Ycbt 

. **Chọn A.**

**Câu 48.** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho trọng tâm tam giác  thuộc đường thẳng , với  là gốc tọa độ.

**A**. . **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Để  cắt  tại hai điểm phần biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt

.

Gọi ,  là hai nghiệm của . Theo Viet, ta có  và .

Giả sử  và . Suy ra .

Vì  nên 

 **Chọn C.**

**Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số   tại hai điểm phân biệt  và  sao cho , với  là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Phương trình hoành độ giao điểm: 

 

Để  cắt  tại hai điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt 

Gọi  là hai nghiệm của . Theo Viet, ta có  và .

Giả sử  và .

Theo giả thiết: 



 **Chọn A.**

**Câu 50.** Tìm trên đồ thị hàm số   hai điểm  mà chúng đối xứng nhau qua điểm .

**A**.  và . **B**.  và .

**C**.  và  **D**. Không tồn tại.

**Lời giải.** Gọi  là điểm thuộc .

Do  đối xứng với  qua  nên suy ra .

Lại có  cũng thuộc  nên .

Suy ra  và  hoặc ngược lại. **Chọn B.**

**Cách trắc nghiệm.** Nhận thấy ba đáp án A, B, C đều có trung điểm là .

Bây giờ ta thử đến  và .

Thử đáp án A, ta thấy  nhưng . Vậy loại A.

Thử đáp án B, ta thấy  và . Vậy chọn B.

**Câu 51.** Tìm trên đồ thị hàm số  hai điểm phân biệt  mà chúng đối xứng nhau qua trục tung.

**A**.  và . **B**.  và .

**C**.  và . **D**. Không tồn tại.

**Lời giải.** Hai điểm  thuộc đồ thị và đối xứng nhau qua trục tung nên 

 hoặc . Vậy  và  hoặc ngược lại. **Chọn B.**

**Câu 52.** Cho hàm số  với  là tham số thực, có đồ thị là . Tìm tọa độ các điểm cố định thuộc đồ thị .

**A**.  và . **B**.  và .

**C**.  và . **D**.  và .

**Lời giải.** Gọi .

Ta có . 

Để  là điểm cố định của  khi và chỉ khi  luôn đúng với mọi  . **Chọn A.**

**Câu 53.** Cho hàm số  có đồ thị là . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị  mà tọa độ là số nguyên?

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Gọi 

Để  thì  là ước của  hay .

Suy ra . Vậy có  điểm thỏa mãn bài toán. **Chọn D.**

**Câu 54.** Có bao nhiêu điểm  thuộc đồ thị hàm số  sao cho khoảng cách từ  đến trục  bằng hai lần khoảng cách từ  đến trục ?

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Gọi , với  là điểm thuộc đồ thị.

Yêu cầu bài toán 



Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

**Câu 55.** Tìm trên đồ thị hàm số  những điểm  sao cho khoảng cách từ  đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ  đến trục hoành.

**A**. , . **B**. , .

**C**. , . **D**. , .

**Lời giải.** Gọi  (với ) là điểm thuộc đồ thị.

Phương trình đường TCĐ của đồ thị là .

Ycbt:  **Chọn B.**