**TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CÙNG PHƯƠNG CÙNG TẦN SỐ**

***Dạng 1: Bài toán liên quan đến đại cương tổng hợp dao động***

**Câu 1.** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa, cùng phương, cùng tần số có phương trình : . Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp là

**A.** . **B.**  . **C.**  . **D.** .

**Câu 2. (Đề TN THPT 2008).** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có phương trình là  và Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ

**A.** 10 cm. **B.** 2 cm. **C.** 14 **D.** 7 cm.

**Câu 3.** **(ĐH 2010).** Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ  (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ  (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

**A.**  (cm). **B.**  (cm).

**C.**  (cm). **D.**  (cm).

**Câu 4.** **(ĐH2009).** Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình lần lượt là  (cm) và  (cm). Độ lớn vận tốc của vật ở vị trí cân bằng là

**A.** 10 cm/s. **B.** 80 cm/s. **C.** 50 cm/s. **D.** 100 cm/s.

**Câu 5. *(Thi thử chuyên Vĩnh Phúc năm học 2016 – 2017).*** Cho một vật m = 200g tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số với phương trình lần lượt là  và  Độ lớn của hợp lực tác dụng lên vật tại thời điểm  là

**A.** 0,2 N. **B.** 2 N. **C.** 4 N. **D.** 0,4 N.

**Câu 6.** Một vật đồng thời thực hiện ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, biểu thức có dạng ,  và . Phương trình của dao động tổng hợp là

A. . B. .

C. . D.  .

***1. Dùng giản đồ vec-tơ hoặc phương pháp đại số***

 **Câu 1.** Cho hai dao động điều hoà cùng phương x1=**2**cos (4t + )cm và x2=**2**cos( 4t +)cm. Với 0. Biết phương trình dao động tổng hợp x = **2** cos ( 4t +)cm. Pha ban đầu  là

A. . B. - . C. . D. -.

**Câu 2 :**Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động trên trục Ox có phương trình x1 = A1cos10t; x2 = A2cos(10t +ϕ2). Phương trình dao động tổng hợp x = A1cos(10t +ϕ), trong đó có . Tỉ số  bằng

 A.  hoặc  . B.  hoặc  C.  hoặc  D.  hoặc .

**Câu 3:** Hai dao động điều hòa có phương trình  và  . Biết  và dao động tổng hợp có phương trình  (cm). Giá trị của  là

A. . B. . C. . D. .

**Câu 4**: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình: x1 = 2sin(cm), x2 = A2cos(2)cm. Phương trình dao động tổng hợp x = 2cos()cm. Biết 2 = . Cặp giá trị nào của A2 và 2 sau đây là **đúng**?

A. 4cm và . B.  và . C.  và . D.  và .

**Câu 5. *(Thi thử chuyên Vinh năm học 2016-2017).*** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Biết dao động thành phần thứ nhất có biên độ cm, dao động biên độ tổng hợp cm. Dao động thành phần thứ hai sớm pha hơn dao động tổng hợp là . Dao động thành phần thứ hai có biên độ A2 là

**A.** cm. **B.** cm. **C.** 4cm. **D.** 8 cm.

**Câu 5:** Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ bằng trung bìnhcộng của hai biên độ thành phần và lệch pha so với dao động thành phần thứ nhất là 90o Độ lệch pha của hai dao động thành phần đó là

A. 1200 B. 126,90.C. 1050. D. 143,10.

**Câu 6:** ***(Thi thử*** ***chuyên Vinh lần 3 năm 2016).*** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, nhưng vuông pha nhau, có biên độ tương ứng là A1 và A2. Biết dao động tổng hợp có phương trình x = 16cosωt (cm) và lệch pha so với dao động thứ nhất một góc α1. Thay đổi biên độ của hai dao động, trong đó biên độ của dao động thứ hai tăng lên $\sqrt{15} $lần (nhưng vẫn giữ nguyên pha của hai dao động thành phần) khi đó dao động tổng hợp có biên độ không đổi nhưng lệch pha so với dao động thứ nhất một góc α2, với α1 + α2 = π/2. Giá trị ban đầu của biên độ A2 là

A. 4 cm. B. 13 cm . C. 9 cm. D. 6 cm.

***Dạng 2: Tổng hợp dao động liến quan đến các đại lượng x, v, a, W....***

**Câu 1**. Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có các phương trình:(cm)và x2 = 3cos(10t +) (cm). Vận tốc cực đại và gia tốc cực đại của vật lần lượt là

A. 50cm/s; 10 m/s2. B. 7cm/s; 5 m/s2.

C. 20cm/s; 10 m/s2. D. 50cm/s; 5 m/s2.

**Câu 2**. Dao động của một chất điểm có khối lượng 10g là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình li độ lần lượt là x1=5cos(10t) cm, x2=10cos(10t) cm (t tính bằng s). Chọn mốc thế năng

 ở VTCB. Lấy π2 = 10. Cơ năng của chất điểm bằng

 A. 1125J. B. 0,1125J. C. 0,225J. D. 1,125J.

**Câu 3:** Một vật nhỏ có chuyển động là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình là  và . Gọi E là cơ năng của vật. Khối lượng của vật bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 4**: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương cùng tần số f=10Hz. Có biên độ A1=7cm; A2=8cm độ lệch pha của hai dao động là /3. Vận tốc của vật ứng với li độ tổng hợp x=12cm bằng

A. m/s. B. cm/s. C. m/s. D. cm/s.

**Câu 5:** Chuyển động của một vật là tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình là: x1=4cos(10t+/4) cm; x2=3cos(10t-3/4) cm. Độ lớn vận tốc khi nó qua vị trí cân bằng là

A. 10cm/s. B. 7cm/s. C. 20cm/s. D. 5cm/s.

**Câu 6:** Chuyển động của một vật là tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình là: x1=4cos(10t+/4) cm; x2=3cos(10t-3/4) cm. Gia tốc khi nó qua vị trí biên bằng

A. 10cm/s2. B. 1cm/s2. C. 10m/s2. D. 1m/s2.

**Câu 7:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương cùng tần số có phương trình x1=2cos(5t+/2) cm, x2=2cos(5t) cm. Vận tốc của vật lớn nhất bằng

A. 10 cm/s. B. 10cm/s. C.10cm/s. D. 10cm/s .

**Câu 7.** Một vật có khối lượng m=200g thực hiện đồng thời 2 dao động, . Biết cơ năng của vật là W=0,06075J. Giá trị của A2 bằng

 A. 4cm. B. 12cm. C.6cm. D.3cm.

**Câu 8:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương có phương trình dao động: x1= 2cos(2πt +) cm, x2 = 4cos (2πt +) cm ;x3= 8cos (2πt -) cm. Giá trị vận tốc cực đại của vật và pha ban đầu của dao động lần lượt là

**A.** 12πcm/s và rad . **B.** 12πcm/s và rad. **C.** 16πcm/s và rad. **D.** 16πcm/s và rad.

**Câu 9:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình dao động lần lượt . (cm) Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng bằng 3 lẩn thế năng là  m/s. Tính biên độ A2.

 A. 7,2 cm. B. 6,4cm. C.3,2cm. D. 3,6cm.

**Câu 10**: Một chất điểm khối lượng m=300g đồng thời thực hiện hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Ở thời điểm t bất kỳ li độ của hai dao động thành phần này luôn thỏa mãn  ( tính bằng cm). Biết lực hồi phục cực đại tác dụng lên chất điểm trong quá trình dao động là F =0,4N. Tần số góc của dao động có giá trị là

A. 10rad/s. B.8 rad/s. C.4 rad/s. D. 4 rad/s.

**Câu 11: (Nam Định 2016).** Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có biên độ lần lượt là A1 và A2, pha ban đầu có thể thay đổi được. Khi hai dao động thành phần cùng pha và ngược pha thì năng lượng dao động tổng hợp lần lượt là 8W và 2W. Khi năng lượng dao động tổng hợp là 4W thì độ lệch pha giữa hai dao động thành phần **gần với giá trị nào nhất** sau đây?

**A.** 109,50. **B.** 86,50. **C.** 52,50. **D.** 124,50.

**Câu 12. *(Triệu Sơn 2 – Thanh Hóa năm học 2016-2017).***  Hai con lắc lò xo giống nhau treo vào hai điểm trên cùng giá đỡ nằm ngang. Chọn trục tọa độ Ox có phương thẳng đứng, chiều từ trên xuống dưới. Phương trình dao động của hai con lắc là  cm và  (cm) (t tính bằng *s*). Biết lò xo có độ cứng k = 50 N/m, gia tốc trọng trường g = 10 m/s2. Hợp lực do hai con lắc tác dụng lên giá đỡ trong quá trình dao động có độ lớn cực đại là

**A.** 6,8 N. **B.** 5,2 N. **C.** 4,5 N. **D.** 5,8 N.

**Câu 13:** Hai con lắc lò xo có độ cứng và khối lượng của các vật tương ứng là  được đặt trên mặt phẳng nằm ngang, nhẵn (hình vẽ). Các lò xo cùng được gắn vào giá H cố định, đủ cứng. Kéo vật m1 tới vị trí sao cho lò xo k1 dãn 4 cm, rồi thả nhẹ cho nó bắt đầu dao động điều hoà. Đẩy vật m2 tới vị trí để lò xo k2 nén 2 cm, khi m1 qua vị trí cân bằng lần đầu thì thả nhẹ m2 để nó bắt đầu dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ cho mỗi vật tại vị trí cân bằng của nó, chiều dương của hai trục tọa độ cùng hướng sang phải, gốc thời gian là lúc vật m2 bắt đầu dao động. Biểu thức của hợp lực do các lò xo tác dụng lên giá H là

m1

k1

k2

m2

H

**A.** F = 0,4cos (10t + π/4) (N). **B.** F = 0,2cos (10t + π/2) (N).

**C.** F = 0,4cos (10t - π/4) (N). **D.** F = 0,2cos (10t - π/2) (N).

***Dạng 3: Cực trị trong tổng hợp dao động***

**Câu 1: *(Thi thử Nam Đàn – Nghệ An – 2016).*** Một vật có khối lượng không đổi thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình dao động lần lượt là  và  thì phương trình dao động tổng hợp là . Để năng lượng dao động đạt giá trị cực đại thì biên độ A2 phải có giá trị

A.. B. . C.. D..

**Câu 2**: Một vật có khối lượng không đổi thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa  và  , phương trình dao động tổng hợp của vật là . Để vật dao động với biên độ cực đại của biên độ thì A2 bằng

**A.** 10 cm **B.** 20cm . **C.** 20 / cm **D.** 10/ cm.

***Câu 3***: Một vật có khối lượng không đổi thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa  và  , phương trình dao động tổng hợp của vật là . Để vật dao động với biên độ bằng một nửa giá trị cực đại của biên độ thì A2 bằng

**A.** 10 cm **B.** 20cm . **C.** 20 / cm **D.** 10/ cm.

**Câu 4:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là A1 = 10 cm, ϕ1 = ; A2 (thay đổi được), ϕ2 = - ; . Biên độ dao động tổng hợp A có giá trị nhỏ nhất là

A. 10cm. B. 5 cm. C. 0. D. 5 cm.

**Câu 5:** ***(Đề thi chính thức của Bộ GD. ĐH 2012).*** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là  (cm) và  (cm). Dao động tổng hợp có phương trình  (cm). Thay đổi A1 đến khi A đạt giá trị cực tiểu thì  bằng

 A.. B.  . C. 0. D. 

***Câu 6***:  Một chất điểm thực hiện đồng thời 2 dao đông điều hoà cung phương x1= A1cos(ωt+π/3)(cm) và x2= A2cos(ωt- π/2)(cm).Phương trình dao động tổng hợp là: x=5cos(ωt+ ϕ)(cm). Biên dộ dao động A2 có giá trị lớn nhất khi ϕ bằng bao nhiêu? Tính A2max?

A. - π/3; 8cm B. -π /6;10cm. C. π/6; 10cm . D. B hoặc C.

**Câu 7:** Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động  và . Phương trình dao động tổng hợp của hai dao động này là: . Biên độ A1 thay đổi được. Thay đổi A1 để A2 có giá trị lớn nhất. Tìm A2max?

**A.** 16 cm. **B.** 14 cm **C.** 18 cm. **D.** 12 cm.

**Câu 8:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là : x1 = A1­cos(ωt ) cm và x2 = A2cos(ωt ) cm . Phương trình dao động tổng hợp là x = 12cos(ωt+φ). Để biên độ A2 có giá trị cực đại thì  có giá trị

A. = . B. =. C.  D. =.

**Câu 9. *(Đề thi chính thức của Bộ GD ĐH 2014).***Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là (cm) và (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là (cm). Giá trị cực đại của  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

**A.** 25 cm. **B.** 20 cm. **C.** 40 cm. **D.** 35 cm.

***Dạng 5. Bài toán liên quan đến giá trị li độ x tại một thời điểm .***

**Câu 1: ( Chuyên Vinh lần 1 -2016).** Dao động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Biết dao động thứ nhất có biên độ A1 = 6 cm = và trễ pha  so với dao động tổng hợp. Tại thời điểm dao động thứ hai có li độ bằng biên độ của dao động thứ nhất thì dao động tổng hợp có li độ 9 cm. Biên độ dao động tổng hợp bằng

A. 12cm. B. 18cm. C.cm. D. cm.

**Câu 2**: Dao động của một chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là và (x1 và x2 tính bằng cm, t tính bằng s). Tại các thời điểm x1 = x2 li độ của dao động tổng hợp là

 A.  cm. B.10cm. C. 0 cm. D. 5 cm.

**Câu 3**:Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương có các phương trình lần lượt là x1=6cos(10πt + ) (cm),x2=6 cos(10πt - ) (cm).Khi dao động thứ nhất có li độ 3(cm) và đang tăng thì dao động tổng hợp có

A. ly độ va đang tăng . B. li độ -6(cm) và đang giảm.

C. ly độ bằng không và đang tăng. D. ly độ -6(cm) và đang tăng.

**Câu 4**: Dao động của một vật là tổng hợp của hai dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là  và . Lúc li độ dao động của vật là  và đang tăng thì li độ của thành phần x1 lúc đó

**A.** bằng 6 và đang tăng. **B.** bằng 6 và đang giảm.

**C.** bằng 0 và đang giảm. **D.** bằng 0 và đang tăng

**Câu 5:** hai vật dao động điều hòa cùng phươnng cùng tần số, biên độ dao động thứ nhất là A1 = 10cm . Khi x1 = -5cm thì li độ tổng hợp x = - 2cm. Khi x2 = 0 thì x = cm. Độ lệch pha của dao động của hai chất điểm nhỏ hơn  . Tính biên độ của dao động tổng hợp.

A.14cm. B.20cm. C.cm. D. 

**Câu 6:** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có biên độ lần lượt là A1 và A2 = 3cm, lệch pha nhau một góc  sao cho  . khi t = t1 thì dao động 1 có li độ -2cm và dao động tổng hợp có li độ -3,5cm. Khi t = t2 thì dao động 2 và dao động tổng hợp đều có li độ  cm. Tìm biên độ dao động tổng hợp.

A.6,1cm. B.4,4cm. C.2,6cm. D. 3,6cm

**Câu 7:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số với phương trình lần lượt là cm,  cm. Với. Biết Tại thời điểm t1, li độ  cm,  cm. Tại thời điểm t2 li độ của vật  cm , . Tại thời điểm li độ của vật là  cm thì li độ  có độ lớn bằng

A. cm. B. 2cm. C.3cm. D. cm.

**Câu 8. (Chuyên Vinh lần 3 – 2015):** Một vật thực hiện một dao động điêu hòa x = Acos(2πt + φ) là kết quả tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình dao động x1 = 12cos(2πt + φ1) cm và x2 = A2cos(2πt + φ2) cm. Khi x1 = - 6 cm thì x = - 5 cm; khi x2 = 0 thì x = 6cm.Giá trị của A có thể là

**A.** 15,32cm **B.** 14,27cm **C.** 13,11cm **D.** 11,83cm

**Câu 9:** Một vật thực hiện đồng thời hai DĐĐH cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là  và . Tại thời điểm t1 hai dao động có li độ  , tại thời điểm t2 có li độ  và  Phương trình dao động của vật là

A.  B. 

C.  D. 

***Dạng 6: Bài toán liên quan đến tổng hợp 3 dao động***

**Câu 1:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số x1 , x2 , x3. Biết x12 = cos(5t – 3π/4) (cm); x23 = 3cos(5t)(cm); x13 = 5 sin(5t - π/2) (cm). Phương trình của x2 là

**A.** x2 = 2cos(5t - π/4)(cm). B. x2 = 2cos(5t + π/4)(cm).

C. x2 = 4cos(5t + π/4)(cm). C. x2 = 4cos(5t - π/4)(cm).

**Câu 2:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động: x1 = 2cos(2πt + π/3) (cm), x2 = 4cos(2πt +π/6) (cm) và x2 = **A3** cos( **+ ϕ3**) (cm). Phương trình dao động tổng hợp có dạng x = 6cos(2πt - π/6) (cm). Tính biên độ dao động và pha ban đầu của dao động thành phần thứ ba

 **A. 8**cm và - π/2 . **B.** 6cm và π/3. **C.** 8cm và π/6 . **D.** 8cm và π/2.

**Câu 3:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động: x1 = 8cos(2πt + π/2) (cm), x2 = 2cos(2πt -π/2) (cm) và x3 = **A3** cos(πt **+ ϕ3**) (cm). Phương trình dao động tổng hợp có dạng x = 6 cos(2πt + π/4) (cm). Biên độ dao động và pha ban đầu của dao động thành phần thứ ba bằng

 **A.** 6cm và 0 . **B.** 6cm và π/3. **C.** 8cm và π/6 . **D.** 8cm và π/2.

**Câu 4:** Cho 3 dao động cùng phương có phương trình lần lượt là x1=2Acos(10t+/6), x2=2Acos(10t+5/6) và x3=A(10t-/2) (với x tính bằng m, t tính bằng s). Phương trình tổng hợp của ba dao động trên là

A. x=Acos(10t+/2) cm B. x=Acos(10t-/2) (cm).

C. x=Acos(10t+5/2) cm D. x=Acos(10t-5/2) (cm).

**Câu 5.** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình là **.** Biết **** và  Khi li độ của dao động x1 đạt giá trị cực đại thì li độ của dao động x3

 **A.** 3cm. **B.** 36cm. **C.** 32cm. **D.** 0cm.

**Câu 6:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số x1 , x2 , x3 . Với x12 = x1 + x 2 ; x23 = x2 + x 3  ; x13 = x1 + x 3; x=x1 + x2 + x3 . Biết: x12=6cos(πt+ π/6)(cm) ; x23=6cos(πt **+**2π/3)(cm); x13=6cos(πt + 5π/12) (cm). Biết x2=x12+x32 khi đó giá trị của x bằng

A. 6cm. B. 6cm. C. 24cm. D. 6cm.

 **Câu 7.** Ba con lắc lò xo đặt thẳng đứng cách đều nhau theo thứ tự 1, 2, 3. Vị trí cân bằng của ba vật dao động cùng nằm trên một đường thẳng. Chọn trục Ox theo phương thẳng đứng, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng thì phương trình dao động của vật lần lượt là ,  và . Để ba vật luôn dao động cùng nằm trên một đường thẳng thì

 **A.**  và rad. **B.**  và  rad.

 **C.**  và  rad. **D.**  và  rad.

**Câu 8:** Ba dao động điều hòa có cùng khối lượng dao động trên trục Ox có phương trình lần lượt là  và  và  , có cơ năng tương ứng là W, 2W, 3W. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng. Tại thời điểm t, tỉ số li độ  thì tỉ số vận tốc  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

 **A**. 0,5. **B.** 0,7. **C.** 0,8. **D.** 0,6.

**Câu 9:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là  ; ;.  Tại thời điểm  các giá trị li độ *cm* ,, *cm*. Tại thời điểm các giá trị li độ = −20*cm*, = 0*cm*, = 60*cm*. Biên độ dao động tổng hợp là

**A.** 50*cm.* **B.** 60*cm.* **C.** cm. **D.** 40*cm.*

**Câu 10. *(Thi thử chuyên Quốc Học Huế năm học 2016-2017).***  Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hoà cùng pha, cùng tần số có phương trình lần lượt là: x1 = A1cos(2t +) cm; x2 = A2cos(2t)cm; x3 = A3cos(2t - )cm.Tại thời điểm t1 các giá trị ly độ x1 = - 20cm, x2 = 80cm, x3 = -40cm, thời điểm t2 = t1 + T/4 các giá trị ly độ x1 = - 20cm, x2 = 0cm,x3 = 40cm. Phương trình của dao động tổng hợp là

**A.** x = 40cos(2πt - π/3)(cm). B. x = 40cos(2π t + π/4)(cm).

C. x= 4cos(2π t + π/3)(cm). C. x = 4cos(2π t - π/4)(cm).

**Câu 11:** Cho ba dao động điều hòa cùng phương cùng tần số là: , và  Khi dao động tổng hợp của ba dao động trên là . Khi A2 đạt giá trị cực đại thì A3 có giá trị là

**A**.  **B**.   **C**.  **D**. 

**Câu 12**. ***(Mã 202 năm 2017 của Bộ GD).*** Cho D1, D2 và D3 là ba đao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Dao động tổng hợp của D1 và D2 có phương trình x12 = 3cos(ωt + π/2) (cm). Dao động tổng hợp của D2 và D3 có phương trình x23 = 3cosωt (cm). Dao động D1 ngược pha với dao động D3. Biên độ của dao động D2 có giá trị nhỏ nhất là

**A**. 2,6 cm. **B**. 2,7 cm. **C**. 3,6 cm. **D**. 3,7 cm.

***Dạng 7. Đạo hàm, xuất hiện dữ kiện mới***

**Câu 1. (CĐ-2012).** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là cm và cm. Biết cm2. Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi qua vị trí có li độ x1 = 3 cm với vận tốc  cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

**A.** cm/s. **B.** 24 cm/s. **C.** 8 cm/s. **D.** cm/s.

**Câu 2:** Ba chất điểm dao động điều hòa với cùng biên độ A, cùng VTCB và có tần số lần lượt là  . Biết trong quá trình dao động li độ, vận tốc của chúng liên hệ nhau theo hệ thức  . Tại thời điểm tốc độ các chất điểm lần lượt là 10cm/s , 15cm/s, v3. Giá trị của v3 gần với giá trị nào nhất sau ?

A. 12cm/s. B. 16cm/s. C. 20cm/s . D. 25cm/s.

**Câu 3: (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh – 2016).** Cho ba vật dao động điều hòa cùng biên độ A = 5cm nhưng tần số khác nhau. Biết rằng tại mọi thời điểm li độ , vận tốc của các vật liên hệ nhau bởi biểu thức  .Tại thời điểm t, các vật cách vị trí cân bằng của chúng lần lượt là 3cm, 2cm và x3. Giá trị x3 **gần giá** **trị nào nhất** sau đây?

A.4cm. B.2cm. C.5cm. D.3cm.

**Câu 4: *(Chuyên Vĩnh Phúc năm học 2016-2017).***  Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương với phương trình lần lượt là  Biết tại mọi thời điểm thì  Tại thời điểm  thì x2=4 cm và tốc độ dao động của vật là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 5*: (Thi thử chuyên Vinh năm học 2016-2017).*** Hai chất điểm dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song gần kề nhau có vị trí cân bằng nằm trên cùng một đường thẳng vuông góc với quỹ đạo của chúng và có cùng tần số góc , biên độ lần lượt là A1, A2. Biết A1 + A2 = 8cm. Tại một thời điểm vật 1 và vật 2 có li độ và vận tốc lần lượt là x1, v1 , x2, v2 và thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của  là

**A.** 0,5 rad/s. **B.** 2 rad/s. **C.** 1 rad/s. **D.** 4rad/s.

***4. Trắc nghiệm luyện tập.***

**Câu 1:** Ba dao động điều hào cùng phương cùng tấn số x1; x2 và x3 , có dao động tổng hợp từng đôi một là ;  và . Phương trình dao động thành phần thứ hai là

**A**  cos (t +  ) (cm). B  cos (t -  ) (cm).

C 2 cos (t +  ) (cm). D cos (t +  ) (cm)

**Câu 2**. Dao động tổng hợp của 2 trong 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số:x12=2cos(2πt + π/3) cm, x23=2cos(2πt +5π/6)mcm, x31=2cos(2πt + π)cm. Biên độ dao động của thành phần thứ hai bằng

 A. 1 cm. B. 3 cm. C. cm. D. 2cm.

**Câu 3:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là  và . Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là

A. 4cm. B. 6cm. C. 8cm. D. (–4)cm.

***Câu 4***:  Hai chất điểm dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ 0x, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là: x1 = 4cos(4t +) cm và x2 = 4cos(4t +) cm. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là

A. 4cm . B. 6cm. C. 8cm. D. ( 4- 4)cm.

***Câu 5****:*  Một vật có khối lượng không đổi, thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình lần lượt và , dao động tổng hợp là . Hỏi khi cơ năng dao động của vật cực đại thì biên độ dao động A2 có giá trị bao nhiêu?

 **A.** cm. **B.** cm. **C.** cm . **D.** 20cm.

**Câu 6:** Hai CLLX giống nhau treo vào hai điểm trên cùng một giá đỡ . Chọn trục Ox thẳng đứng, chiều (+) hướng xuống, khi đó hai con lắc DĐĐH với phương trình  và . Biết lò xo có độ cứng 50N/m, lấy . Hợp lực do hai con lắc tác dụng lên giá đỡ có giá trị cực đại là

A. 4,5N. B. 6,5N. C. 7,5N. D. 8,5N.

**Câu 7.** Cho hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có dạng. Dao động tổng hợp có dạng . Điều kiện để dao động thành phần 2 đạt cực đại thì A và  bằng

A. 4cm và  B. cm và -. C. cm và  D. 2cm và .

**Câu 8:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là A1, A2, , . Dao động tổng hợp có biên độ là 9cm. Khi A2 có giá trị cực đại thì A1 và A2 có giá trị là:

A. ; A2=18cm. B. A1=18cm; A2=9cm.

C. ; A2=9cm. D. A1=9cm; 

***Dạng 8. Biến tướng trong dao động điều hòa***

**Câu 1.** Hai vật dao động điều hòa có cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của hai vật đều ở trên một đường thẳng qua góc tọa độ và vuông góc với Ox. Phương trình dao động lần lượt là  và  . Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật trong quá trình dao động là bao nhiêu?

 **A.** 3cm. **B.** 4cm. **C**. 5cm. **D**. 6cm.

 **Câu 2.** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động  và  Hai chất điểm gặp nhau lần đầu tiên tại thời điểm

  **A.** 1/6 s . **B.** 1/3 s **C.** 1/4 s . **D.** 1/2 s.

**Câu 3*. (Chuyên Vĩnh Phúc năm học 2016 – 2017).*** Hai chất điểm dao động điều hòa trên hai trục tọa độ song song, cùng chiều, gốc tọa độ nằm trên đường vuông góc chung. Dao động thứ nhất có phương trình , dao động thứ hai có phương trình . Bỏ qua khoảng cách giữa 2 trục tọa độ, khoảng thời gian trong một chu kỳ mà khoảng cách giữa hai chất điểm nhỏ hơn  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 4 *(Chuyên Võ nguyên Giáp năm học 2015 – 2016).*** Hai con lắc lò xo hoàn toàn giống nhau, gồm lò xo nhẹ độ cứng 10 N/m và vật nhỏ khối lượng 250 g. Treo các con lắc thẳng đứng tại nơi có g = 10 m/s2, điểm treo của chúng ở cùng độ cao và cách nhau 5 cm. Kéo vật nhỏ của con lắc thứ nhất xuống dưới vị trí cân bằng của nó 7 cm, con lắc thứ hai được kéo xuống dưới vị trí cân bằng của nó 5 cm. Khi thả nhẹ con lắc thứ nhất, khi t = thả nhẹ con lắc thứ hai, các con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Lấy π2 ≈ 10. Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật nhỏ của hai con lắc là

**A.** 8,0 cm. **B.** 8,6 cm. **C.** 7,8 cm. **D.** 6,0 cm.

**Câu 5.** Hai chất điểm cạnh nhau dao động điều hòa trên hai trục song song có cùng gốc tọa độ với phương trình lần lượt là  ,  . Hai chất điểm đi ngang nhau tại vị trí có li độ 6cm và ngược nhau. Khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm là

A. 10cm. B. 14cm. C. 12cm. D.16cm

**Câu 6: *(THPT-Ngọc Tảo-2016).*** Hai vật dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng cạnh nhau, song song nhau, cùng một vị trí cân bằng trùng với gốc tọa độ, cùng một trục tọa độ song song với hai đoạn thẳng đó với các phương trình li độ lần lượt là  và  . Thời điểm lần đầu tiên kể từ lúc t = 0 hai vật có khoảng cách lớn nhất là

A.0,5s B.0,4s C.0,6s D.0,3s.

**Câu 7 :** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là : x1= 3cos( 5πt-π/3) và x2= cos(5πt-π/6) (x tính bằng cm; t tính bằng s). Trong khoảng thời gian 1s đầu tiên thì hai vật gặp nhau mấy lần?

A. 3 lần. B. 2 lần. C. 6 lần. D. 5 lần.

**Câu 8:** Hai chất điểm P và Q d.đ.đ.h trên cùng một trục Ox (trên hai đường thẳng song song kề sát nhau) với phương trình lần lượt là x1 = 4cos(4t + /3)(cm) và x2 = 4cos(4t + /12)(cm). Coi quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Hãy xác định trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất giữa hai chất điểm là bao nhiêu?

**A.** dmin = 0(cm); dmax = 8(cm). **B.** dmin = 2(cm); dmax = 8(cm).

**C.** dmin = 2(cm); dmax = 4(cm). **D.** dmin = 0(cm); dmax = 4(cm).

**Câu 9.** Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 100 (g), độ cứng lò xo 10π2 N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ) theo các phương trình x1 = 6cos(t- ) cm, x2 = 6 cos(t-)cm. Xác định thời điểm đầu tiên khoảng cách giữa hai vật đạt giá trị cực đại?

**A.**(3/40)s.              **B.** 1/40s.                 **C.** 1/60s.                       **D.**1/30 s.

**Câu 10:** Hai điểm sáng M và N dao động điều hòa trên trục Ox (gốc O là vị trí cân bằng của chúng) với phương trình lần lượt là x1=5$\sqrt{3}$cos(4$π$ t+$ π$/2)cm; x2 =10cos(4$π $t + $ 2π$ / 3) cm. Khoảng cách cực đại giữa hai điểm sáng là

A. 5 $\sqrt{13}$ cm. B. 8,5cm. C. 5cm. D. 15,7cm.

**Câu 11:** Có hai con lắc lò xo giống hệt nhau, dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục Ox (vị trí cân bằng hai vật đều ở cùng gốc tọa độ O). Biên độ của con lắc thứ nhất A1=3cm, của con lắc thứ hai là A2= 6cm. Biết rằng trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật theo phương Ox là . Khi động năng của con lắc 1 là cực đại bằng W thì động năng của con lắc 2 là

O1

O2

O3

x

x

x

a

a

A. W. B. 2W. C. W/2. D. 2W/3.

 **Câu 12**. Ba chất điểm M1 , M2 và M3 dao động điều hòa trên ba trục tọa độ song song cách đều nhau với các gốc tọa độ tương ứng O1 , O2 và O3 như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai trục tọa độ liên tiếp là a = 2cm. Biết rằng phương trình dao động của M1 và M2 là , . Ngoài ra, trong quá trình dao động, ba chất điểm luôn luôn thẳng hàng với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm M1 và M3 **gần giá trị nào nhất** sau đây ?

 **A.** 6,56 cm. **B.** 5,20 cm. **C**. 5,57 cm. **D.** 5,00 cm.

**Câu 13:** Hai chất điểm DĐĐH cùng tần số , trên hai đường thẳng song song với nhau và song song với trục Ox có phương trình lần lượt là:  , . Giả sử  . Biết rằng biên độ của dao động x gấp hai lần biên độ của dao động y. Độ lệch pha cực đại giữa hai dao động x1 và x2 gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 36,870. B. 53,140. C. 143,140. D. 126,870.

**Câu 14***:* Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua góc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 3 cm, của N là 4 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 5 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng 1/4 cơ năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là bao nhiêu?

A. . B. . C. . D. .

**Câu 15**: *(****Đề thi chính thức của Bộ GD. ĐH - 2012):*** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua góc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

A. . B. . C. . D. .

**Câu 16**. Hai vật dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox sao cho không va vào nhau trong quá trình dao động. Vị trí cân bằng của hai vật đều ở trên một đường thẳng qua góc tọa độ và vuông góc với Ox. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là x1 = (cm) và x2 = (cm). Tính từ thời điểm t1 =  s đến thời điểm t2 =  s, thời gian mà khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox không nhỏ hơn  cm là

**A.**  s. **B.**  s. **C.**  s. **D.**  s.

**Câu 17:** Hai chất điểm dao động điều hoà trên hai trục tọa độ Ox và Oy vuông góc với nhau (O là vị trí cần bằng của cả hai chất điểm). Biết phương trình dao động của hai chất điểm là: x = 2cos(5πt +π/2)cm và y =4cos(5πt – π/6)cm. Khi chất điểm thứ nhất có li độ x =cm và đang đi theo chiều âm thì khoảng cách giữa hai chất điểm là

**A.** cm. **B.** cm. **C.** cm. **D.** cm.

**Câu 18. *(Minh họa của Bộ lần 2 năm học 2016-2017)*** Trên mặt phẳng nằm ngang có hai con lắc lò xo. Các lò xo có cùng độ cứng k, cùng chiều dài tự nhiên là 32 cm. Các vật nhỏ A và B có khối lượng lần lượt là m và 4m. Ban đầu, A và B được giữ ở vị trí sao cho lò xo gắn với A bị dãn 8 cm còn lò xo gắn với B bị nén 8 cm. Đồng thời thả nhẹ để hai vật dao động điều hòa trên cùng một đường thẳng đi qua giá I cố định (hình vẽ). Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất giữa hai vật có giá trị lần lượt là

**A.** 64 cm và 48 cm. **B.** 80 cm và 48 cm. **C.** 64 cm và 55 cm. **D.** 80 cm và 55 cm.

***Dạng 9. Hai vật cùng dao động điều hòa***

***Phương pháp:*** *Ta quan tâm đến* ***thời điểm*** *hai vật dao động điều hòa gặp nhau*

 **Câu 1.** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động  và  Hai chất điểm gặp nhau lần đầu tiên tại thời điểm

  **A.** 1/6 s . **B.** 1/3 s **C.** 1/4 s . **D.** 1/2 s.

**Câu 2.** Hai chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox cùng gốc tọa độ và cùng mốc thời gian có phương trình lần lượt là  và . Thời điểm lần thứ 2013 hai chất điểm gặp nhau là

A. . B.  . C. . D. .

**Câu 3.** Hai chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox cùng gốc tọa độ và cùng mốc thời gian có phương trình lần lượt là  và . Thời điểm lần ***thứ 2018*** hai chất điểm gặp nhau là

**A**. 504,00s. B. 504,125 . **C.** 503,36. **D.** 504,25s.

**Câu 4:** Hai chất điểm dao động điều hoà cùng trên trục Ox với cùng gốc tọa độ và cùng mốc thời gian với phương trình lần lượt là và . Thời điểm lần thứ 2015 hai chất điểm gặp nhau là

 **A. **s. **B. **s. **C.** ****s. **D.** .

**Câu 5.** Hai vật dao động điều hòa dọc theo 2 đường thẳng nằm ngang song song với trục Ox, vị trí cân bằng của hai vật cùng nằm trên đường thẳng vuông góc với trục Ox tại gốc tọa độ 0. Tại thời điểm t = 0 hai vật bắt đầu dao động với phương trình và  . Hai vật cùng nằm trên một đường thẳng vuông góc với trục Ox lần thứ 31 vào thời điểm

A. 3,5s. B. 47/15s. C. 3,75 s. D . 91/30s.

**Câu 6:**  Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox theo các phương trình lần lượt là  và  . Thời điểm lần đầu tiên hai chất điểm gặp nhau là

A. 1/16s. B. 1/4s. C. 1/12s. D. 5/24s.

**Câu 7** Hai chất điểm M, N dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Phương trình dao động của chúng lần lượt là x1 = 10cos2πt cm và x2 = 10cos(2πt +) cm . Hai chất điểm gặp nhau khi chúng đi qua nhau trên đường thẳng vuông góc với trục Ox. Thời điểm lần thứ 2013 hai chất điểm gặp nhau là:

**A.** 16 phút 46,42s. **B.** 16 phút 46,92s.

**C.** 16 phút 47,42s. **D.** 16 phút 45,92s.

**Câu 8.** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Phương trình dao động của M và N lần lượt là  (cm) và  (cm). Kể từ t = 0, thời điểm M và N có vị trí ngang nhau lần thứ 3 là

**A.** T **B.** 9T/8. **C.** T/2 **D.** 5T/8

**Câu 9: (Thi thử chuyên Quốc Học Huế -2016).** Hai chất điểm cùng xuất phát từ vị trí cân bằng, bắt đầu chuyển động theo cùng một hướng và dao động điều hòa với cùng biên độ trên trục Ox. Chu kì dao động của hai chất điểm lần lượt là T1 và T2 = 1,5T1. Tỉ số số độ lớn vận tốc khi gặp nhau là

A. . B. C. D.

**Câu 10: (Đào Duy Từ - Thái Nguyên – 2016).** Hai chất điểm cùng dao động điều hòa tren hai đường thẳng song song với trục Ox, vị trí cân bằng của hai chất điểm nằm trên đường thẳng qua O vuông góc với Ox. Hai chất điểm dao động cùng biên độ, chu kì daoa động của chúng lần lượt là T1 = 0,6s và T2 = 0,8s. Tại thời điểm t = 0, hai chất điểm cùng đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Sau thời gin ngắn nhất là bao nhiêu, kể từ thời điểm t = 0 hai chất điểm trên trục Ox gặp nhau?

A.0,252s. B.0,243s. C.0,186s. D.0,225s.

**Câu 11:** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là : x1= 3cos( 5πt - π/3) và x2= cos(5πt-π/6) (x tính bằng cm; t tính bằng s). Trong khoảng thời gian 1s đầu tiên thì hai vật gặp nhau mấy lần?

A. 3 lần. B. 2 lần. C. 6 lần. D. 5 lần.

**Câu 12:** Hai con lắc lò xo giống nhau cùng có khối lượng vật nặng m = 10 g, độ cứng lò xo là k = π2 N/cm, dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở cùng gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ hai lớn gấp ba lần biên độ của con lắc thứ nhất. Biết rằng lúc hai vật gặp nhau chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa hai lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

**A.** 0,02 s. **B.** 0,04 s. **C.** 0,03 s. **D.** 0,01 s.

**Câu 13** : Hai chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T, lệch pha nhau  với biên độ lần lượt là A và 2A , trên hai trục tọa độ song song cùng chiều, gốc tọa độ nằm trên đường vuông góc chung. Khoảng thời gian nhỏ nhất giữa hai lần chúng ngang nhau là

**A.** T **B.** T/4. **C.** T/2. **D.** T/3.

**Câu 14** : Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 400 g, độ cứng lò xo 10π2 N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật gặp nhau liên tiếp là

A. 0,3 s. B. 0,2 s. C. 0,4s. D. 0,1 s.

**Câu 15** : Hai con lắc lò xo giống nhau cùng có khối lượng vật nặng m = 10 g, độ cứng lò xo là k = π2 N/cm, dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở cùng gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ hai lớn gấp ba lần biên độ con lắc thứ nhất. Biết rằng lúc hai vật gặp nhau chúng đi ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa hai lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

**A.** 0,02 s. **B.** 0,04 s. **C.** 0,03 s. **D.** 0,01 s.