TÍCH VOÂ HÖÔÙNG CUÛA HAI VECTÔ

VAØ ÖÙNG DUÏNG



|  |  |
| --- | --- |
| **BÀI**  **1.** | **GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KỲ TỪ  ĐẾN** |

**1. Định nghĩa**

Với mỗi góc  ta xác định một điểm  trên nửa đường tròn đơn vị sao cho  và giả sử điểm  có tọa độ 





















Khi đó ta có định nghĩa:

 sin của góc  là  kí hiệu 

 cosin của góc  là  kí hiệu 

 tang của góc  là 

kí hiệu 

 cotang của góc  là  kí hiệu 

**2. Tính chất**

Trên hình bên ta có dây cung  song song với trục  và nếu  thì  Ta có   Do đó

*N*







*M*

*O*









**3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Giá trị  lượng giác |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Trong bảng kí hiệu  để chỉ giá trị lượng giác không xác định.

**Chú ý.** Từ giá trị lượng giác của các góc đặc biệt đã cho trong bảng và tính chất trên, ta có thể suy ra giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt khác.

Chẳng hạn:



**4. Góc giữa hai vectơ**

**a) Định nghĩa**

Cho hai vectơ  và  đều khác vectơ  Từ một điểm  bất kì ta vẽ  và  Góc  với số đo từ  đến  được gọi là góc giữa hai vectơ  và  Ta kí hiệu góc giữa hai vectơ  và  là . Nếu  thì ta nói rằng  và  vuông góc với nhau, kí hiệu là  hoặc 









*A*

*B*

*O*

**b) Chú ý.** Từ định nghĩa ta có 

**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Vấn đề 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC**

**Câu 1.** Giá trị  bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 2.** Giá trị của  bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 3.** Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 4.** Tính giá trị biểu thức 

**A**.  **B**.  **C**. **D**. 

**Câu 5.** Tính giá trị biểu thức 

**A**.  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 6.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 7.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 8.** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 9.** Tam giác  vuông ở  có góc  Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 10.** Tam giác đều  có đường cao . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Vấn đề 2. HAI GÓC BÙ NHAU – HAI GÓC PHỤ NHAU**

**Câu 11.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 12.** Cho  và  là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 13.** Tính giá trị biểu thức 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 14.** Cho hai góc  và  với . Tính giá trị của biểu thức .

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** 

**Câu 15.** Cho tam giác . Tính .

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** 

**Câu 16.** Cho tam giác . Tính .

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** 

**Câu 17.** Cho hai góc nhọn  và  phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là sai?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 18.** Tính giá trị biểu thức .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 19.** Cho hai góc  và  với . Tính giá trị của biểu thức .

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** 

**Câu 20.** Cho hai góc  và  với . Tính giá trị của biểu thức .

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** 

**Vấn đề 3. SO SÁNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC**

**Câu 21.** Cho  là góc tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 22.** Cho hai góc nhọn  và  trong đó . Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 23.** Khẳng định nào sau đây sai?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 24.** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 25.** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Vấn đề 4. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC**

**Câu 26.** Chọn hệ thức đúng được suy ra từ hệ thức 

**A.  B. **

**C.  D. **

**Câu 27.** Cho biết  Giá trị của  bằng bao nhiêu ?

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 28.** Cho biết  Giá trị của  bằng bao nhiêu ?

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 29.** Cho biết  Giá trị của  bằng bao nhiêu ?

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 30.** Cho biết  Giá trị của  bằng bao nhiêu ?

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 31.** Cho biết ,  Giá trị của  bằng

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 32.** Cho biết ,  Tính giá trị của 

**A.  B.  C.  D.** 

**Câu 33.** Cho biết  Tính giá trị của 

**A.  B. **

**C.  D. **

**Câu 34.** Cho biết  Giá trị của  bằng bao nhiêu ?

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 35.** Cho biết  Giá trị của  bằng bao nhiêu ?

**A.  B.  C.  D. **

**Vấn đề 5. GÓC GIỮA HAI VECTƠ**

**Câu 36.** Cho  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều  Góc nào sau đây bằng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 37.** Cho tam giác đều  Tính 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 38.** Cho tam giác đều  có đường cao  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 39.** Tam giác  vuông ở  và có góc  Hệ thức nào sau đây sai?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 40.** Tam giác  vuông ở  và có  Tính 

**A.  B. **

**C.  D. **

**Câu 41.** Cho tam giác . Tính tổng 

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 42.** Cho tam giác  với . Tính tổng 

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 43.** Tam giác  có góc  bằng  và có trực tâm  Tính tổng 

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 44.** Cho hình vuông . Tính 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 45.** Cho hình vuông  tâm  Tính tổng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| **BAØI**  **2.** | **TÍCH VOÂ HÖÔÙNG CUÛA HAI VECTÔ** |

**1. Định nghĩa**

Cho hai vectơ  và  đều khác vectơ  Tích vô hướng của  và  là một số, kí hiệu là  được xác định bởi công thức sau:



Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ  và  bằng vectơ  ta quy ước 

**Chú ý**

 Với  và  khác vectơ  ta có 

 Khi  tích vô hướng  được kí hiệu là  và số này được gọi là bình phương vô hướng của vectơ 

Ta có:



**2. Các tính chất của tích vô hướng**

Người ta chứng minh được các tính chất sau đây của tích vô hướng:

|  |
| --- |
| Với ba vectơ  bất kì và mọi số  ta có:  (tính chất giao hoán);  (tính chất phân phối);  ; |

***Nhận xét.*** Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra:

|  |
| --- |
|  |

**3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng**

Trên mặt phẳng tọa độ  cho hai vectơ  Khi đó tích vô hướng  là:



Nhận xét. Hai vectơ  đều khác vectơ  vuông góc với nhau khi và chỉ khi



**4. Ứng dụng**

**a) Độ dài của vectơ**

Độ dài của vectơ  được tính theo công thức:



**b) Góc giữa hai vectơ**

Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra nếu  và  đều khác  thì ta có



**c) Khoảng cách giữa hai điểm**

Khoảng cách giữa hai điểm  và  được tính theo công thức:



**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Vấn đề 1. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ**

**Câu 1.** Cho  và  là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 2.** Cho hai vectơ  và  khác . Xác định góc  giữa hai vectơ  và  khi 

**A.  B.**  **C.  D. **

**Câu 3.** Cho hai vectơ  và  thỏa mãn   và  Xác định góc  giữa hai vectơ  và 

**A.  B.**  **C.  D. **

**Câu 4.** Cho hai vectơ  và  thỏa mãn  và hai vectơ  và  vuông góc với nhau. Xác định góc  giữa hai vectơ  và 

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 5.** Cho hai vectơ  và . Đẳng thức nào sau đây sai?

**A.  B. **

**C.  D. **

**Câu 6.** Cho tam giác đều  có cạnh bằng  Tính tích vô hướng 

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 7.** Cho tam giác đều  có cạnh bằng  Tính tích vô hướng 

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 8.** Gọi  là trọng tâm tam giác đều  có cạnh bằng . Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 9.** Cho tam giác đều  có cạnh bằng  và chiều cao . Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 10.** Cho tam giác  vuông cân tại  và có  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 11.** Cho tam giác  vuông tại  và có  Tính 

**A. B.  C.  D.**

**Câu 12.** Cho tam giác  có  Tính 

**A.**   **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 13.** Cho tam giác  có  Tính 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 14.** Cho tam giác  có  Gọi  là trung điểm cạnh  Tính 

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

**Câu 15.** Cho ba điểm  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng  là

**A.** tam giác  đều. **B.** tam giác  cân tại 

**C.** tam giác  vuông tại  **D.** tam giác  vuông cân tại 

**Câu 16.** Cho  là bốn điểm tùy ý. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào sai?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 17.** Cho hình vuông  cạnh  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 18.** Cho hình vuông  cạnh . Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 19.** Cho hình vuông  cạnh  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 20.** Cho hình vuông  cạnh . Gọi  là điểm đối xứng của  qua  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 21.** Cho hình vuông  cạnh bằng  Điểm  nằm trên đoạn thẳng  sao cho . Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 22.** Cho hình chữ nhật  có  Tích 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 23.** Cho hình thoi  có  và  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 24.** Cho hình bình hành  có , góc  nhọn và diện tích bằng  Tính 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 25.** Cho hình chữ nhật  có  và . Gọi  là trung điểm của cạnh  Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Vấn đề 2. QUỸ TÍCH**

**Câu 26.** Cho tam giác . Tập hợp các điểm  thỏa mãn  là:

**A.** một điểm. **B.** đường thẳng. **C.** đoạn thẳng. **D.** đường tròn.

**Câu 27.** Tìm tập các hợp điểm  thỏa mãn  với  là ba đỉnh của tam giác.

**A.** một điểm. **B.** đường thẳng. **C.** đoạn thẳng. **D.** đường tròn.

**Câu 28.** Cho tam giác . Tập hợp các điểm  thỏa mãn  là:

**A.** một điểm. **B.** đường thẳng. **C.** đoạn thẳng. **D.** đường tròn.

**Câu 29\*.** Cho hai điểm  cố định có khoảng cách bằng . Tập hợp các điểm  thỏa mãn  là:

**A.** một điểm. **B.** đường thẳng. **C.** đoạn thẳng. **D.** đường tròn.

**Câu 30\*.** Cho hai điểm  cố định và  Tập hợp các điểm  thỏa mãn  là:

**A.** một điểm. **B.** đường thẳng. **C.** đoạn thẳng. **D.** đường tròn.

**Vấn đề 3. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG HAI VECTƠ**

Cho tam giác  với ba đỉnh có tọa độ xác định  thì

• Trung điểm  của đoạn 

• Trọng tâm 

• Trực tâm 

• Tâm đường tròn ngoại tiếp 

• Chân đường cao  hạ từ đỉnh 

• Chân đường phân giác trong góc  là điểm 

• Chu vi: .

• Diện tích: .

• Góc .

• Tam giác  vuông cân tại 

**Câu 31.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho ba điểm  Tính tích vô hướng 

**A.  B.  C. ** **D.** 

**Câu 32.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai điểm  và  Tính tích vô hướng 

**A.  B.  C. ** **D.** 

**Câu 33.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai vectơ  và  Tính tích vô hướng 

**A.  B.  C. ** **D.** 

**Câu 34.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai vectơ  và  Tìm tọa độ vectơ  biết  và 

**A.  B.  C. ** **D.** 

**Câu 35.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho ba vectơ  và 

Tính 

**A.  B.  C. ** **D.** 

**Câu 36.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và . Tính cosin của góc giữa hai vectơ  và 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 37.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và . Tính cosin của góc giữa hai vectơ  và 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 38.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và . Tính góc  giữa hai vectơ  và 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 39.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và . Tính góc  giữa hai vectơ  và 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 40.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và . Tính góc  giữa hai vectơ  và 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 41.** Trong mặt phẳng tọa độ cho vectơ . Vectơ nào sau đây không vuông góc với vectơ ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 42.** Trong mặt phẳng tọa độ cho ba điểm  và . Tính cosin của góc giữa hai vectơ  và 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 43.** Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác  có  và . Tính số đo góc  của tam giác đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 44.** Trong mặt phẳng tọa độ cho bốn điểm  và  Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hai góc  và  phụ nhau. **B.** Góc  là góc nhọn.

**C.**  **D.** Hai góc  và  bù nhau.

**Câu 45.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và  Tìm  để vectơ  vuông góc với 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 46.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và  Tìm  để vectơ  và vectơ  có độ dài bằng nhau.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 47.** Trong mặt phẳng tọa độ cho ba vectơ  và  với  Biết rằng vectơ  vuông góc với vectơ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 48.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và . Tìm vectơ  biết  và .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 49.** Trong mặt phẳng tọa độ cho ba vectơ  và  với  Tìm  để  vuông góc với trục hoành.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 50.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai vectơ  và  Tìm  để vectơ  tạo với vectơ  một góc 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Vấn đề 4. CÔNG THỨC TÍNH ĐỘ DÀI**

**Câu 51.** Trong mặt phẳng tọa độ  tính khoảng cách giữa hai điểm  và 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 52.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho tam giác  có . Tính chu vi  của tam giác đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 53.** Trong hệ tọa độ , cho vectơ . Độ dài của vectơ  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 54.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai vectơ  và . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  và  cùng phương.

**C.**  vuông góc với . **D.** 

**Câu 55.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho các điểm  và . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.**  cùng phương với  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 56.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho bốn điểm  và . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** 

**B.** Tam giác  đều.

**C.** Tứ giác  là hình vuông.

**D.** Tứ giác  không nội tiếp đường tròn.

**Câu 57.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho bốn điểm  và  Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Tứ giác  là hình bình hành.

**B.** Tứ giác  là hình thoi.

**C.** Tứ giác  là hình thang cân.

**D.** Tứ giác  không nội tiếp được đường tròn.

**Câu 58.** Trong mặt phẳng tọa độ  chotam giác  có  và . Khẳng định nào sau đây là đúng ?

**A.** Tam giác  đều. **B.** Tam giác  có ba góc đều nhọn.

**C.** Tam giác  cân tại . **D.** Tam giác  vuông cân tại .

**Câu 59.** Trong mặt phẳng tọa độ  chotam giác  có  và . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Tam giác  đều. **B.** Tam giác  vuông cân tại .

**C.** Tam giác  vuông cân tại . **D.** Tam giác  có góc  tù.

**Câu 60.** Trong mặt phẳng tọa độ  chotam giác  có  và . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Tam giác  đều. **B.** Tam giác  vuông cân tại .

**C.** Tam giác  vuông tại . **D.** Tam giác  vuông cân tại .

**Vấn đề 5. TÌM ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC**

**Câu 61.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai điểm  và  Tìm tọa độ điểm  thuộc trục hoành sao cho tam giác  vuông tại 

**A. ** **B.**   **C. ** **D.** 

**Câu 62.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm  và  Tìm tọa độ điểm  thuộc trục tung sao cho tam giác  vuông tại 

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** 

**Câu 63.** Trong mặt phẳng tọa độ cho ba điểm  và  Tìm điểm  thuộc trục hoành sao cho 

**A. **  **B. ** **C. ** **D.** 

**Câu 64.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm  và  Tìm tọa độ điểm  thuộc trục hoành sao cho ba điểm  thẳng hàng.

**A. ** **B. ** **C. **  **D.** 

**Câu 65.** Trong mặt phẳng tọa độ  tìm điểm  thuộc trục hoành để khoảng cách từ đó đến điểm  bằng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 66.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm  và  Tìm tọa độ điểm  thuộc trục hoành sao cho  cách đều hai điểm  và 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 67.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai điểm  Tìm điểm  thuộc trục hoàng sao cho 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 68.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai điểm  và  Tìm  thuộc trục tung sao cho  nhỏ nhất.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 69.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hình bình hành  biết    Tìm tọa độ điểm 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 70.** Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác  có  Tìm tọa độ trọng tâm  của tam giác đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 71.** Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác  có   Tìm tọa độ tâm  của đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 72.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho tam giác  có  và  Gọi  là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 73.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho tam giác  có  và  Tìm toạ độ chân đường cao  kẻ từ đỉnh  xuống cạnh 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 74.** Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác  có   Tìm tọa độ chân đường cao  vẽ từ đỉnh  của tam giác đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 75.** Trong mặt phẳng tọa độ , cho ba điểm  và  Tìm tọa độ điểm  để tứ giác  là hình vuông.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 76.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm  và  Tìm tọa độ điểm  sao cho tam giác  vuông cân tại 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 77.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hình vuông  có  và  Tìm tọa độ điểm , biết  có tung độ âm.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 78.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho bốn điểm  và  Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.**  là hình vuông. **B.**  là hình chữ nhật.

**C.**  là hình thoi. **D.**  là hình bình hành.

**Câu 79.** Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác  với  và . Tìm tọa độ điểm  là chân đường phân giác trong góc  của tam giác 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 80.** Trong mặt phẳng tọa độ cho ba điểm  và  Tìm tọa độ đỉnh thứ tư  của hình thang cân 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| **BAØI**  **3.** | **CAÙC HEÄ THÖÙC LÖÔÏNG TRONG TAM GIAÙC**  **VAØ GIAÛI TAM GIAÙC** |

**1. Định lí côsin**

Cho tam giác  có  và .

*c*

*b*

*a*

*C*

*B*

*A*

Ta có



Hệ quả



**2. Định lí sin**

***I***

*c*

*b*

*a*

*C*

*B*

*A*

Cho tam giác  có ,  và  là bán kính đường tròn ngoại tiếp.

Ta có



**3. Độ dài đường trung tuyến**

Cho tam giác  có  lần lượt là các trung tuyến kẻ từ .

Ta có

*c*

*b*

*a*

*C*

*B*

*A*

**

**

**



**4. Công thức tính diện tích tam giác**

Cho tam giác  có

●  là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh ;

●  là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;

●  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác;

●  là nửa chu vi tam giác;

●  là diện tích tam giác.

Khi đó ta có:





**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Vấn đề 1. GIẢI TAM GIÁC**

**Câu 1.** Tam giác  có . Số đo góc  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 2.** Tam giác  có  và . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 3.** Tam giác  có đoạn thẳng nối trung điểm của  và  bằng , cạnh  và . Tính độ dài cạnh cạnh .

**A.**  **B.**  **C.** **D.** 

**Câu 4.** Tam giác  có  và . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 5.** Tam giác  có  và . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 6.** Cho hình thoi  cạnh bằng  và có . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 7.** Tam giác  có . Điểm  thuộc đoạn  sao cho . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 8.** Tam giác  có . Gọi  là chân đường phân giác trong góc . Khi đó góc  bằng bao nhiêu độ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 9.** Tam giác  vuông tại , đường cao . Hai cạnh  và  tỉ lệ với  và . Cạnh nhỏ nhất của tam giác này có độ dài bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 10.** Tam giác  vuông tại . Trên cạnh  lấy hai điểm  sao cho các góc  bằng nhau. Đặt . Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 11.** Cho góc . Gọi  và  là hai điểm di động lần lượt trên  và  sao cho . Độ dài lớn nhất của đoạn  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 12.** Cho góc . Gọi  và  là hai điểm di động lần lượt trên  và  sao cho . Khi  có độ dài lớn nhất thì độ dài của đoạn  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

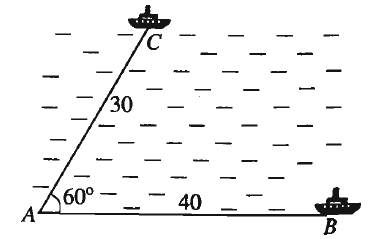
**Câu 13.** Tam giác  có . Các cạnh  liên hệ với nhau bởi đẳng thức . Khi đó góc  bằng bao nhiêu độ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 14.** Tam giác  vuông tại , có . Gọi  là độ dài đoạn phân giác trong góc . Tính  theo  và .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 15.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc . Tàu  chạy với tốc độ  hải lí một giờ. Tàu  chạy với tốc độ  hải lí một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí?

 Kết quả gần nhất với số nào sau đây?

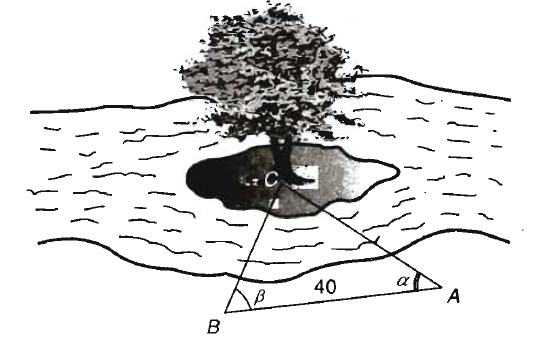
**A.**  hải lí.

**B.**  hải lí.

**C.**  hải lí.

**D.**  hải lí.

**Câu 16.** Để đo khoảng cách từ một điểm  trên bờ sông đến gốc cây  trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm  cùng ở trên bờ với  sao cho từ  và  có thể nhìn thấy điểm . Ta đo được khoảng cách ,  và .

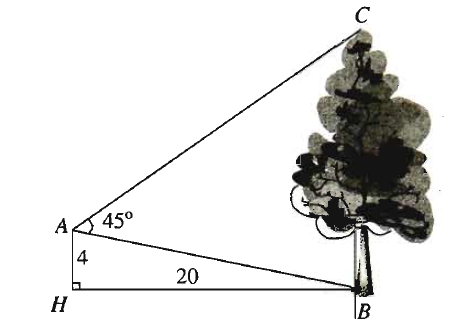
Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách  gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .



**Câu 17.** Từ vị trí  người ta quan sát một cây cao (hình vẽ).

Biết .

Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?

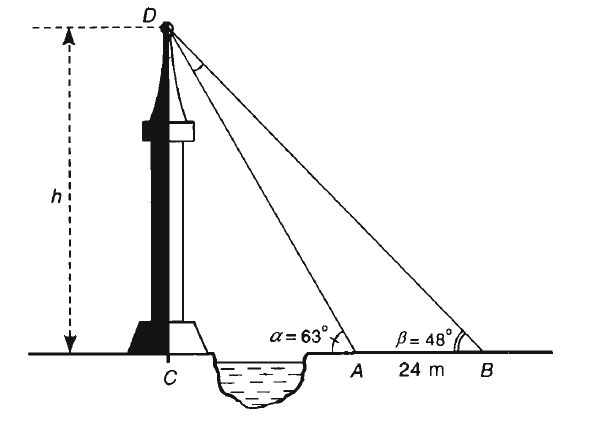
**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 18.** Giả sử  là chiều cao của tháp trong đó  là chân tháp. Chọn hai điểm  trên mặt đất sao cho ba điểm  và  thẳng hàng. Ta đo được , .

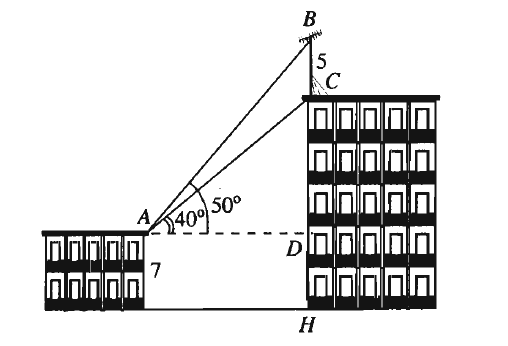
 Chiều cao  của tháp gần với giá trị nào sau đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 19.** Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao . Từ vị trí quan sát  cao  so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh  và chân  của cột ăng-ten dưới góc  và  so với phương nằm ngang.

Chiều cao của tòa nhà gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 20.** **Xác** định **chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp.** Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng , giả sử chiều cao của giác kế là .

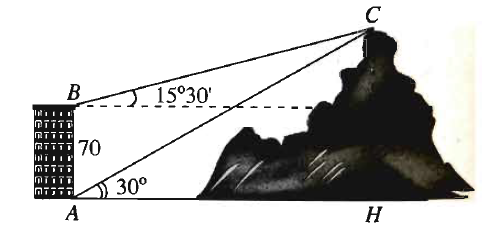
Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhình thấy đỉnh  của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc . Chiều cao của ngọn tháp gần với giá trị nào sau đây:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 21.** Từ hai vị trí  và  của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh  của ngọn núi. Biết rằng độ cao , phương nhìn  tạo với phương nằm ngang góc , phương nhìn  tạo với phương nằm ngang góc .

Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Vấn đề 2. ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN**

**Câu 22.** Tam giác  có  và . Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh  của tam giác bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 23.** Tam giác  vuông tại  và có . Tính độ dài đường trung tuyến  của tam giác đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 24.** Tam giác  có cm, cm và cm. Tính độ dài đường trung tuyến  của tam giác đã cho.

**A.** cm. **B.** cm. **C.** cm. **D.** cm.

**Câu 25.** Tam giác  cân tại , có  và . Gọi  là điểm đối xứng của  qua . Tính độ dài cạnh 

**A.** cm. **B.** cm. **C.** cm. **D.** cm.

**Câu 26.** Tam giác  có . Gọi  là trung điểm của . Biết  và . Tính độ dài cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 27\*.** Tam giác  có trọng tâm . Hai trung tuyến ,  và . Tính độ dài cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 28\*\*.** Tam giác  có độ dài ba trung tuyến lần lượt là . Diện tích của tam giác  bằng:

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 29\*.** Cho tam giác  có . Nếu giữa  có liên hệ  thì độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh  của tam giác tính theo  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 30\*.** Cho hình bình hành  có  và . Trong các biểu thức sau, biểu thức nào đúng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 31\*\*.** Tam giác  có . Các cạnh  liên hệ với nhau bởi đẳng thức . Góc giữa hai trung tuyến  và  là góc nào?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 32\*\*.** Tam giác  có ba đường trung tuyến  thỏa mãn . Khi đó tam giác này là tam giác gì?

**A.** Tam giác cân. **B.** Tam giác đều.

**C.** Tam giác vuông. **D.** Tam giác vuông cân.

**Câu 33\*\*.** Tam giác  có . Gọi  là độ dài ba đường trung tuyến,  trọng tâm. Xét các khẳng định sau:

. . . .

Trong các khẳng định đã cho có

**A.**  đúng. **B.** Chỉ  đúng. **C.** Cả hai cùng sai. **D.** Cả hai cùng đúng.

**Vấn đề 3. BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP**

**Câu 34.** Tam giác  có  và . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 35.** Tam giác  có  và . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 36.** Tam giác  có . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 37.** Tam giác đều cạnh  nội tiếp trong đường tròn bán kính . Khi đó bán kính  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 38.** Tam giác  vuông tại  có đường cao  và . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 39.** Cho tam giác  có  và . Gọi  là trung điểm . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 40\*\*.** Tam giác nhọn  có ,  là đường cao kẻ từ  và . Bán kính đường tròn ngoại tiếp  của tam giác  được tính theo  và  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Vấn đề 4. DIỆN TÍCH TAM GIÁC**

**Câu 41.** Tam giác  có . Tính diện tích tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 42.** Tam giác  có . Tính diện tích tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 43.** Tam giác  có . Diện tích của tam giác  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 44.** Tam giác  có . Tính độ dài đường cao  của tam giác.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 45.** Tam giác  có . Tính độ dài đường cao  uất phát từ đỉnh  của tam giác.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 46.** Tam giác  có . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên cạnh . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 47.** Tam giác  có cm, cm và có diện tích bằng . Giá trị  ằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 48.** Hình bình hành  có  và . Khi đó hình bình hành có diện tích bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 49\*.** Tam giác  vuông tại  có cm. Hai đường trung tuyến  và  cắt nhau tại . Diện tích tam giác  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 50\*.** Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính  cm có diện tích bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** .

**Câu 51\*.** Tam giác  có  và độ dài đường cao . Tính độ dài cạnh .

**A**. . **B**. .

**C**.  hoặc . **D**.  hoặc .

**Câu 52\*.** Tam giác  có  và có diện tích . Nếu tăng cạnh  lên  lần đồng thời tăng cạnh  lên  lần và giữ nguyên độ lớn của góc  thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 53\*.** Tam giác  có  và . Tam giác  có diện tích lớn nhất khi góc  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 54\*.** Tam giác  có hai đường trung tuyến  vuông góc với nhau và có , góc . Tính diện tích tam giác .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Vấn đề 5. BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP**

**Câu 55.** Tam giác  có  và . Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 56.** Tam giác  có . Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .

**Câu 57.** Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 58.** Tam giác  vuông tại  có cm, cm. Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A.**  cm. **B.**  cm. **C.**  cm. **D.**  cm.

**Câu 59.** Tam giác  vuông cân tại , có . Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 60.** Tam giác  vuông cân tại  và nội tiếp trong đường tròn tâm  bán kính . Gọi  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác . Khi đó tỉ số  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI**

TÍCH VOÂ HÖÔÙNG CUÛA HAI VECTÔ

VAØ ÖÙNG DUÏNG



|  |  |
| --- | --- |
| **BAØI**  **1.** | **GIAÙ TRÒ LÖÔÏNG GIAÙC CUÛA MOÄT GOÙC BAÁT KYØ**  **TÖØ  ÑEÁN** |

**Câu 1.** Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được **Chọn B.**



**Câu 2.** Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được **Chọn A.**



**Câu 3.** Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được **Chọn C.**



**Câu 4.** Vì và là hai góc phụ nhau nên



**Chọn D.**



**Câu 5.** Vì và là hai góc phụ nhau nên



**Chọn A.**



**Câu 6.** Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được **Chọn D.**



**Câu 7.** Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được **Chọn A.**



**Câu 8.** Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được **Chọn D.**



**Câu 9.** Từ giả thiết suy ra



Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được **Chọn A.**



**Câu 10.** Ta có . Do đó A sai; B sai.



Ta có Do đó C đúng. **Chọn C.**



**Câu 11.** Hai góc bù nhau và thì cho có giá trị của sin bằng nhau.



**Chọn C.**

**Câu 12.** Hai góc bù nhau và thì cho có giá trị của sin bằng nhau, các giá trị còn lại thì đối nhau. Do đó D sai. **Chọn D.**



**Câu 13.** Hai góc và bù nhau nên ;



Hai góc và bù nhau nên .



Do đó .



**Chọn B.**

**Câu 14.** Hai góc  và  bù nhau nên ; .



Do đó . **Chọn C.**



**Câu 15.** Giả sử . Biểu thức trở thành .



Trong tam giác , có .



Do hai góc  và  bù nhau nên ; .



Do đó, . **Chọn A.**



**Câu 16.** Giả sử . Biểu thức trở thành .



Trong tam giác có .



Do hai góc  và  bù nhau nên ; .



Do đó . **Chọn C.**



**Câu 17.** Hai góc nhọn  và  phụ nhau thì . **Chọn A.**



**Câu 18.** Hai góc và phụ nhau nên



Hai góc và hơn kém nhau nên



Do đó,



**Chọn C.**

**Câu 19.** Hai góc  và  phụ nhau nên .



Do đó, . **Chọn B.**



**Câu 20.** Hai góc  và  phụ nhau nên .



Do đó, . **Chọn A.**



**Câu 21.** **Chọn C. Câu 22.** **Chọn A.**

**Câu 23.** **Chọn A.** Trong khoảng từ đến , khi giá trị của góc tăng thì giá trị cos tương ứng của góc đó giảm.



**Câu 24.** Trong khoảng từ đến , khi giá trị của góc tăng thì:



- Giá trị sin tương ứng của góc đó giảm.

- Giá trị cos tương ứng của góc đó giảm.

**Chọn B.**

**Câu 25.** Trong khoảng từ đến , khi giá trị của góc tăng thì:



- Giá trị sin tương ứng của góc đó giảm.

- Giá trị cos tương ứng của góc đó giảm. **Chọn C.**

**Câu 26.** Từ biểu thức ta suy ra



Do đó ta có ** Chọn D.**

**Câu 27.** Ta có biểu thức



Do đó ta có **Chọn B.**



**Câu 28.** Ta có **Chọn B.**



**Câu 29.** Ta có biểu thức



Ta có



**Chọn B.**

**Câu 30.** Ta có



**Chọn D.**



**Câu 31.** Ta có



: không thỏa mãn vì 



**Chọn A.**



**Câu 32.** Ta có



: không thỏa mãn vì 



**Chọn C.**



**Câu 33.** Ta có



**Chọn C.**



**Câu 34.** Ta có



Ta có



**Chọn B.**



**Câu 35.** Ta có



Ta có



**Chọn B.**



**Câu 36.**  Vẽ . Khi đó

*F*

*O*

*P*

*N*

*E*

*M*



**Chọn A.**



Vẽ . Khi đó



Vì



Ta có



**Câu 37.** Vẽ . Khi đó

*E*

*C*

*B*

*A*



Tương tự, ta cũng có



Vậy . **Chọn C.**



**Câu 38.** Vẽ .

*H*

*E*

*C*

*B*

*A*



Khi đó (hình vẽ)



**Chọn D.**

**Câu 39.** (Bạn đọc tự vẽ hình) **Chọn D.** Vì



**Câu 40.** Xác định được

*C*

*B*

*A*



Ta có



Vậy **Chọn B.**



**Câu 41.**

Ta có



**Chọn B.**

**Câu 42.** Ta có



**Chọn D.**



**Câu 43.** Ta có

*F*

*I*

*C*

*B*

*H*

*A*



(do tứ giác nội tiếp. **Chọn D.**



**Câu 44.** Vẽ .

*E*

*D*

*C*

*B*

*A*



Khi đó



**Chọn B.**



**Câu 45.**

Ta có cùng hướng nên .



Ta có ngược hướng nên .

*E*

*D*

*C*

*B*

*A*

*O*



Vẽ , khi đó



Vậy



**Chọn C.**

|  |  |
| --- | --- |
| **BAØI**  **2.** | **TÍCH VOÂ HÖÔÙNG CUÛA HAI VECTÔ** |

**Câu 1.** Ta có .



Do  và  là hai vectơ cùng hướng nên .



Vậy . **Chọn A.**

**Câu 2.** Ta có .



Mà theo giả thiết , suy ra **Chọn A.**



**Câu 3.** Ta có



**Chọn D.**

**Câu 4.** Ta có



Suy ra **Chọn B.**



**Câu 5.** Nhận thấy C và D chỉ khác nhau về hệ số và nên đáp án sai sẽ rơi vào C hoặc D.



Ta có



**Chọn C.**

A đúng, vì



B đúng, vì



**Câu 6.** Xác định được góc là góc nên



Do đó **Chọn D.**



**Câu 7.** Xác định được góc là góc ngoài của góc nên



Do đó **Chọn C.**



**Câu 8.** Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

Xác định được góc là góc nên



Do đó **A đúng.**



Xác định được góc là góc ngoài của góc nên



Do đó **B đúng.**



Xác định được góc là góc nên



Do đó **C sai.** **Chọn C.**



Xác định được góc là góc nên



Do đó **D đúng.**



**Câu 9.** Xác định được góc là góc ngoài của góc nên



Do đó  **Chọn D.**



**Câu 10.** Xác định được góc là góc ngoài của góc nên



Do đó **Chọn A.**



**Câu 11.** Ta có



**Chọn B.**

**Cách khác.** Tam giác vuông tại suy ra



Ta có **Chọn B.**



**Câu 12.** Ta có ba điểm thẳng hàng và nằm giữa



Khi đó **Chọn B.**



**Cách khác.** Ta có



**Câu 13.** Ta có



**Chọn A.**



**Câu 14.** Vì là trung điểm của suy ra



Khi đó



**Chọn A.**



**Câu 15.** Ta có



**Chọn B.**



**Câu 16.** Đáp án A đúng theo tính chất phân phối.

Đáp án B sai. Sửa lại cho đúng .



Đáp án C đúng theo tính chất giao hoán.

Đáp án D đúng theo tính chất phân phối. **Chọn B**

**Câu 17.** Ta có nên



**Chọn A.**

**Câu 18.** Từ giả thiết suy ra



Ta có



**Chọn C.**



**Câu 19.** Ta có



Khi đó



**Chọn D.**



**Câu 20.** Ta có là trung điểm của nên

*E*

*D*

*C*

*A*

*B*



Khi đó



**Chọn A.**



**Câu 21.** Giả thiết không cho góc, ta phân tích các vectơ theo các vectơ có giá vuông góc với nhau.

*N*

*M*

*D*

*C*

*B*

*A*



Suy ra:



. **Chọn B.**



**Câu 22.** Giả thiết không cho góc, ta phân tích các vectơ theo các vectơ có giá vuông góc với nhau.



Ta có .

*C*

*B*

*D*

*A*



**Chọn D.**

**Câu 23.** Gọi , giả thiết không cho góc, ta phân tích các vectơ theo các vectơ có giá vuông góc với nhau.



Ta có

.



**Chọn D.**

**Câu 24.** Ta có Diện tích tam giác là:

*D*

*B*

*C*

*A*



(vì  nhọn).



Mặt khác góc giữa hai vectơ là góc ngoài của góc



Suy ra **Chọn D.**



**Câu 25.** Ta có

*K*

*D*

*C*

*B*

*A*



Ta có



**Chọn A.**



**Câu 26.** Gọi là trung điểm



Ta có .



Biểu thức chứng tỏ hay nhìn đoạn dưới một góc vuông nên tập hợp các điểm là đường tròn đường kính **Chọn D.**



**Câu 27.** Gọi là trọng tâm tam giác



Ta có



Biểu thức chứng tỏ hay nhìn đoạn dưới một góc vuông nên tập hợp các điểm là đường tròn đường kính **Chọn D.**



**Câu 28.** Ta có



Vậy tập hợp các điểm là đường thẳng đi qua và vuông góc với **Chọn B.**



**Câu 29\*.** Gọi là điểm đối xứng của qua . Khi đó



Suy ra



Kết hợp với giả thiết, ta có



.



Vậy tập hợp các điểm là đường thẳng qua và vuông góc với **Chọn B.**



**Câu 30\*.** Gọi là trung điểm của đoạn thẳng



Ta có



Theo giả thiết, ta có 

**Chọn A.**

**Câu 31.** Ta có .



Suy ra **Chọn A.**



**Câu 32.** Ta có Suy ra **Chọn C.**



**Câu 33.** Từ giả thiết suy ra và



Suy ra **Chọn A.**



**Câu 34.** Gọi



Ta có **Chọn B.**



**Câu 35.** Ta có Suy ra **Chọn B.**



**Câu 36.** Ta có **Chọn B.**



**Câu 37.** Ta có **Chọn A.**



**Câu 38.** Ta có **Chọn C.**



**Câu 39.** Ta có **Chọn D.**



**Câu 40.** Ta có **Chọn D.**



**Câu 41.** Kiểm tra tích vô hướng , nếu đáp án nào cho kết quả khác thì kết luận vectơ đó không vuông góc với **Chọn C.**



**Câu 42.** Ta có và .



Suy ra **Chọn D.**



**Câu 43.** Ta có và . Suy ra:



**Chọn D.**

**Câu 44.** Ta có



Suy ra



**Chọn D.**



**Câu 45.** Từ giả thiết suy ra



Yêu cầu bài toán: . **Chọn C.**



**Câu 46.** Từ giả thiết suy ra



Suy ra và . Do đó để



**Chọn C.**



**Câu 47.** Ta có



Để **Chọn C.**



**Câu 48.** Gọi . Từ giả thiết, ta có hệ **Chọn B.**



**Câu 49.** Ta có Trục hoành có vectơ đơn vị là



Vectơ vuông góc với trục hoành **Chọn B.**



**Câu 50.** Ta có



Yêu cầu bài toán



**Chọn C.**

**Câu 51.** Ta có suy ra **Chọn D.**



**Câu 52.** Ta có



Vậy chu vi của tam giác là **Chọn B.**



**Câu 53.** Ta có **Chọn B.**



**Câu 54.** Ta có suy ra  vuông góc với . **Chọn C.**



**Câu 55.** Ta có và suy ra



Vậy vuông góc với **Chọn C.**



**Câu 56.** Ta có



Lại có nên .



Từ đó suy ra là hình vuông. **Chọn C.**



**Câu 57.** Ta có .



Suy ra và



Mặt khác



Từ và , suy ra tứ giác  là hình thang cân. **Chọn C.**



**Câu 58.** Ta có và



Suy ra Vậy tam giác vuông cân tại **Chọn D.**



**Câu 59.** Ta có và



Suy ra và



Vậy tam giác vuông cân tại **Chọn C.**



**Câu 60.** Ta có và



Do đó



Vậy tam giác vuông cân tại **Chọn B.**



**Câu 61.** Ta có nên và



Tam giác vuông tại nên



**Chọn B.**



**Câu 62.** Ta có nên và



Tam giác vuông tại nên



Vậy . **Chọn A.**



**Câu 63.**

Ta có nên và



Do nên **Chọn A.**



**Câu 64.** Ta có nên và



Do thẳng hàng nên **Chọn D.**



**Câu 65.** Ta có nên và



Theo giả thiết:



**Chọn B.**



**Câu 66.** Ta có nên và



Do .



**Chọn B.**

**Câu 67.** Ta có nên và



Vì suy ra nên



**Chọn B.**



**Câu 68.** Ta có nên và



Khi đó



Suy ra



Dấu xảy ra khi và chỉ khi **Chọn C.**



**Câu 69.** Gọi Ta có và . Vì  là hình bình hành nên **Chọn A.**



**Câu 70.** Tọa độ trọng tâm là **Chọn D.**



**Câu 71.** Gọi . Ta có



Do là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác nên



.



**Chọn B.**

**Câu 72.** Ta có Từ giả thiết, ta có:



**Chọn C.**



**Câu 73.** Gọi . Ta có



Từ giả thiết, ta có



Giải hệ **Chọn C.**



**Câu 74.** Gọi Ta có



Vì là chân đường cao vẽ từ đỉnh  của tam giác nên



**Chọn D.**



**Câu 75.** Dễ dàng kiểm tra



Gọi là tâm của hình vuông Suy ra là trung điểm của



Gọi , do cũng là trung điểm của



**Chọn A.**

**Câu 76.** Gọi . Ta có



Tam giác vuông cân tại



**Chọn C.**



**Câu 77.** Gọi Ta có



Vì là hình vuông nên ta có



hoặc .



Với ta tính được đỉnh : thỏa mãn.



Với ta tính được đỉnh : không thỏa mãn.



**Chọn B.**

**Câu 78.** Ta có là hình hình hành.



**Chọn D.**

**Câu 79.** Theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có



Vì nằm giữa hai điểm nên



Gọi . Ta có



Từ , suy ra **Chọn D.**



**Câu 80.** Để tứ giác là hình thang cân, ta cần có một cặp cạnh đối song song không bằng nhau và cặp cạnh còn lại có độ dài bằng nhau. Gọi



• Trường hợp 1: (với )



Ta có



Từ và , ta có



• Trường hợp 2: . Làm tương tự ta được



Vậy hoặc . **Chọn B.**



|  |  |
| --- | --- |
| **BAØI**  **3.** | **CAÙC HEÄ THÖÙC LÖÔÏNG TRONG TAM GIAÙC**  **VAØ GIAÛI TAM GIAÙC** |

**Câu 1.** Theo định lí hàm cosin, ta có .



Do đó, . **Chọn C.**



**Câu 2.** Theo định lí hàm cosin, ta có

. **Chọn D.**



**Câu 3.**

Gọi lần lượt là trung điểm của .



là đường trung bình của .



. Mà , suy ra .



Theo định lí hàm cosin, ta có



**Chọn A.**

**Câu 4.** Theo định lí hàm cosin, ta có



. **Chọn B.**



**Câu 5.** Theo định lí hàm sin, ta có .



**Chọn A.**

**Câu 6.**

Do là hình thoi, có .



Theo định lí hàm cosin, ta có



**Chọn A.**

**Câu 7.**

Theo định lí hàm cosin, ta có : .



Do .



Theo định lí hàm cosin, ta có



**Chọn C.**

**Câu 8.**

Theo định lí hàm cosin, ta có:



Trong có .



**Chọn C.**

**Câu 9.** Do tam giác  vuông tại , có tỉ lệ 2 cạnh góc vuông là nên là cạnh nhỏ nhất trong tam giác.



Ta có .



Trong có là đường cao



. **Chọn B.**



**Câu 10.**

Ta có .



Theo định lí hàm cosin, ta có



**. Chọn C.**



**Câu 11.** Theo định lí hàm sin, ta có:



Do đó, độ dài lớn nhất khi và chỉ khi



.



Khi đó .



**Chọn D.**

**Câu 12.** Theo định lí hàm sin, ta có





Do đó, độ dài lớn nhất khi và chỉ khi



.



Khi đó .



Tam giác vuông tại .



**Chọn B**

**Câu 13.** Theo định lí hàm cosin, ta có .



Mà



(do )



Khi đó, . **Chọn C.**



**Câu 14.**

Ta có .



Do là phân giác trong của



.



Theo định lí hàm cosin, ta có



.



hay . **Chọn A.**



**Câu 15.** Sau giờ tàu đi được hải lí, tàu đi được hải lí. Vậy tam giác có và



Áp dụng định lí côsin vào tam giác ta có



Vậy (hải lí).



Sau giờ, hai tàu cách nhau khoảng hải lí. **Chọn B.**



**Câu 16.** Áp dụng định lí sin vào tam giác ta có



Vì nên **Chọn C.**



**Câu 17.** Trong tam giác , ta có .



Suy ra .



Suy ra .



Áp dụng định lý sin trong tam giác , ta được



**Chọn B.**



**Câu 18.** Áp dụng định lí sin vào tam giác ta có



Ta có nên



Do đó



Trong tam giác vuông có **Chọn D.**



**Câu 19.** Từ hình vẽ, suy ra và



.



Áp dụng định lí sin trong tam giác , ta có



.



Trong tam giác vuông , ta có



Vậy **Chọn B.**



**Câu 20.** Tam giác vuông tại có



Vậy chiếu cao của ngọn tháp là **Chọn C.**



**Câu 21.** Từ giả thiết, ta suy ra tam giác có và



Khi đó



Theo định lí sin, ta có hay



Do đó



Gọi là khoảng cách từ đến mặt đất. Tam giác vuông có cạnh đối diện với góc nên



Vậy ngọn núi cao khoảng **Chọn A.**



**Câu 22.**

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta được:



**Chọn D.**



**Câu 23.**

 là trung điểm của



Tam giác vuông tại



**Chọn D.**



**Câu 24.**

Áp dụng hệ thức đường trung tuyến ta được:



**Chọn A.**



**Câu 25.**

Ta có: là điểm đối xứng của qua là trung điểm của



là trung tuyến của tam giác



Theo hệ thức trung tuyến ta có:



**Chọn C.**



**Câu 26.**

Ta có: là trung điểm của



Trong tam giác ta có:







Ta có: và là hai góc kề bù.



Trong tam giác ta có:



**Chọn D.**



**Câu 27\*.**

Ta có: và là hai góc kề bù mà



 là trọng tâm của tam giác



Trong tam giác ta có:



là trung điểm của **Chọn D.**



**Câu 28\*\*.** Ta có:



Ta có:



**Chọn C.**



Diện tích tam giác



**Câu 29\*.** Hệ thức trung tuyến xuất phát từ đỉnh của tam giác:



Mà: **Chọn A.**



**Câu 30\*.** Gọi là giao điểm của và Ta có:



là trung tuyến của tam giác



. **Chọn B.**



**Câu 31\*\*.** Gọi là trọng tâm tam giác



Ta có:



Trong tam giác ta có:



**Chọn D.**



**Câu 32\*\*.** Ta có:



Mà:



tam giác vuông. **Chọn C.**



**Câu 33\*\*.** Ta có:



. **Chọn D.**



**Câu 34.** Áp dụng định lí sin, ta có



**Chọn B.**

**Câu 35.** Áp dụng định lí Cosin, ta có



Suy ra tam giác vuông tại do đó bán kính **Chọn A.**



**Câu 36.** Đặt Áp dụng công thức Hê – rông, ta có



Vậy bán kính cần tìm là



**Chọn C.**

**Câu 37.** Xét tam giác đều cạnh gọi là trung điểm của



Ta có suy ra



Vậy bán kính cần tính là



**Chọn C.**

**Câu 38.** Tam giác vuông tại có đường cao



Mặt khác thế vào ta được



Suy ra



Vậy bán kính cần tìm là



**Câu 39.** Vì là trung điểm của



Tam giác có tam giác đều.



Nên có bán kính đường tròn ngoại tiếp là **Chọn B.**



**Câu 40\*\*.** Xét tam giác vuông tại có



Mà và



Tam giác vuông tại có



Bán kính đường tròn ngoại tiếp cần tính là



**Câu 41.** Ta có . **Chọn B.**



**Câu 42.** Ta có .



Suy ra tam giác cân tại nên .



Diện tích tam giác là **Chọn C.**



**Câu 43.** Ta có .



Do đó . **Chọn D.**



**Câu 44.** Áp dụng định lý hàm số côsin, ta có

.



Ta có .



Lại có **Chọn C.**



**Câu 45.** Gọi là chân đường cao xuất phát từ đỉnh .



Tam giác vuông , có



**Chọn A.**

**Câu 46.** Ta có .



Suy ra .



Lại có . **Chọn C.**



**Câu 47.** Ta có **Chọn D.**



**Câu 48.** Diện tích tam giác là



Vậy diện tích hình bình hành là **Chọn C.**



**Câu 49\*.** Vì là trung điểm của



Đường thẳng cắt tại suy ra là trọng tâm tam giác



Khi đó



Vậy diện tích tam giác là:



**Chọn C.**



**Câu 50\*.** Xét tam giác đều, có độ dài cạnh bằng



Theo định lí sin, ta có



Vậy diện tích cần tính là



**Chọn C.**

**Câu 51\*.** Ta có .



Suy ra .



Lại có



Từ đó ta có



**Chọn C.**



**Câu 52\*.** Diện tích tam giác ban đầu là



Khi tăng cạnh lên lần và cạnh lên lần thì diện tích tam giác lúc này là **Chọn D.**



**Câu 53\*.** Diện tích tam giác là



Vì không đổi và nên suy ra



Dấu xảy ra khi và chỉ khi



Vậy giá trị lớn nhất của diện tích tam giác là **Chọn B.**



**Câu 54\*.** Vì . (Áp dụng hệ quả đã có trước)



Trong tam giác , ta có



Khi đó . **Chọn A.**



**Câu 55.** Áp dụng định lý hàm số côsin, ta có

.



Diện tích .



Lại có . **Chọn C.**



**Câu 56.** Ta có .



Suy ra .



Lại có **Chọn C.**



**Câu 57.** Diện tích tam giác đều cạnh bằng: .



Lại có . **Chọn C.**



**Câu 58.** Dùng Pitago tính được , suy ra .



Diện tích tam giác vuông .Lại có



**Chọn C.**

**Câu 59.** Từ giả thiết, ta có và .



Suy ra .



Diện tích tam giác vuông .



Lại có **Chọn C.**



**Câu 60.** Giả sử . Suy ra .



Ta có .



Diện tích tam giác vuông .



Lại có Vậy . **Chọn A.**

