**BỘ ĐỀ CÂU CUỐI HÌNH HỌC TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**

**MÔN TOÁN THPT CÁC TỈNH TRÊN CẢ NƯỚC**

**NĂM HỌC 2020-2021**

**PHẦN 1: CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG, ĐỒNG QUY**

**CẦN THƠ**

**Câu 4. (2,5 điểm)** Cho tam giác có ba góc nhọn và Vẽ đường cao đường tròn đường kính cắt tại D và đường tròn đường kính cắt AC tại E

1. Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp
2. Gọi là giao điểm của hai đường thẳng và Chứng minh 
3. Gọi lần lượt là giao điểm của đường thẳng với đường tròn đường kính HB và đường tròn đường kính Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng và nằm trên đường thẳng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp**

Ta có: là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính 

là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính 

Xét tứ giác ta có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh: **

Ta có: là tứ giác nội tiếp (cmt)(cùng chắn 

Hay ,lại có (cùng phụ với 

hay 

Xét và ta có: chung; 



1. **Chứng minh giao điểm hai đường thẳng nằm trên đường thẳng AH**

Gọi giao điểm của và CN là K

Ta có: là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BH 

Hay , chứng minh tương tự 

Vì là tứ giác nội tiếp (cmt) nên (cùng chắn cung hay 

Vì là tư giác nội tiếp đường tròn đường kính 

(góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Hay mà 

hay 

Mà 

Lại có: , chứng minh tương tự: 

là trực tâm 

**ĐỒNG NAI**

**Câu 5. (2,75 điểm)** Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn có hai đường cao cắt nhau tại trực tâm Vẽ đường kính của Gọi là giao điểm của đường thẳng với đường tròn khác Gọi lần lượt là giao điểm của đường thẳng với đường tròn khác Gọi lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng và và 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn và tâm của đường tròn này thuộc đường thẳng 
2. Gọi là trung điểm của đoạn thẳng Chứng minh 
3. Gọi T là giao điểm của đường tròn với đường tròn ngoại tiếp tam giác khác Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: là đường cao của hay 

là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn 

Xét tứ giác có: mà hai góc này đối diện nên là tứ giác nội tiếp (đpcm)

Có là góc nội tiếp chắn cung là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác Tâm của đường tròn này là trung điểm của 

Gọi là giao điểm của và 

Ta có: (cùng phụ với 

(hai góc nôi tiếp cùng chắn cung hay 

là phân giác của 

Ta có: là đường cao của là đường cao 

Xét ta có: vừa là đường cao, vừa là đường phân giác từ đỉnh B của tam giác

cân tại B và là đường trung tuyến của là trung điểm của 

Gọi là giao điểm của và 

Ta có: mà hay 

Xét ta có: là trung điểm của là đường trung bình của là trung điểm của hay 

1. **Chứng minh **

Ta có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Mà hay là hình bình hành

cắt tại trung điểm mỗi đường, lại có là trung điểm của 

cũng là trung điểm của Xét ta có:

lần lượt là trung điểm của là đường trung bình 



1. **Chứng minh thẳng hàng**

Gọi là giao điểm của tia với đường tròn 

Xét tứ giác ta có: mà đỉnh là các đỉnh kề nhau

Nên là tứ giác nội tiếp (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét và ta có:

chung; 

Ta có tứ giác nội tiếp đường tròn 

(góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét và ta có: chung; 



Xét và ta có:



là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác 

thẳng hàng.(đpcm)

**HÀ NỘI**

**Bài IV. (3,0 điểm)**

Cho tam giác có ba góc nhọn và đường cao Gọi và lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm đến đường thẳng 

1. Chứng minh tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Gọi là chân đường vuông góc kẻ từ điểm đến đường thẳng và là trung điểm của đoạn thẳng Chứng minh ba điểm là ba điểm thẳng hàng

**ĐÁP ÁN**

**Bài IV.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có : 

Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

1. **Chứng minh **

Theo câu a) tứ giác nội tiếp nên (cùng chắn cung 

Ta có:

vuông tại H)

vuông tại E) nên (cùng phụ với 

Mà nên 

Xét và có:

chung;   
(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

1. **Chứng minh thẳng hàng**

Gọi là giao điểm của và 

Xét tứ giác có : nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)(cùng chắn 

Ta có: (cùng vuông góc với (so le trong) do đó 

Theo câu a, tứ giác nội tiếp nên (cùng chắn 

Từ (1) và (2) ta suy ra 

có nên là tam giác cân

Lại có: ;vuông tại H)

Nên hay tam giác cân tại 

Từ và hay là trung điểm   
Do đó nên ba điểm thẳng hàng (đpcm)

**CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN (HÀ NỘI)**

**Câu III. (3 điểm)**

Cho tam giác có là góc nhỏ nhất trong ba góc của tam giác và nội tiếp đường tròn (O). Điểm thuộc cạnh sao cho là phân giác Lấy các điểm thuộc (O) sao cho đường thẳng cùng song song với đường thẳng 

1. Chứng minh rằng 
2. Gọi giao điểm của đường thẳng với các đường thẳng lần lượt là Chứng minh rằng bốn điểm cùng thuộc một đường tròn
3. Gọi theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng Chứng minh rằng các đường thẳng đồng quy.

**ĐÁP ÁN**

**Câu III.**

****

1. **Chứng minh rằng **

Ta có: (so le trong do 

;(so le trong do 

(trong một đường tròn, hai góc nội tiếp bằng nhau thì chắn hai cung bằng nhau).

Vậy (trong một đường tròn, hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau)

1. **Chứng minh rằng 4 điểm cùng thuộc một đường tròn.**

Ta có: (góc có đỉnh ở bên trong đường tròn)

(góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn)

Vậy tứ giác là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện bằng nhau) hay cùng thuộc một đường tròn.

1. **Chứng minh các đường thẳng đồng quy**

Áp dụng định lý Mê-lê-na-uýt trong tam giác cát tuyến , ta có:

(do là trung điểm của nên 



Gọi Ta đi chứng minh 

Áp dụng định lý Mê-lê-na-uýt trong tam giác cát tuyến ta có:

(Do là trung điểm của nên 



Ta sẽ chứng minh (tính chất dãy tỉ số bằng nhau)  
Vì nên áp dụng định lý Ta – let ta có: 

Lại có : (định lý đường phân giác), do đó: 

Xét và có: chung



Từ (1) và (2)

Tiếp tục áp dụng định lý đường phân giác trong tam giác ta có: 

Từ (3) và (4) ta suy ra do đó được chứng minh, tức là 

Từ suy ra , do đó 

Vậy đồng quy tại K

**KHÁNH HÒA**

**Câu 4. (3,00 điểm)** Cho đường tròn và một điểm nằm ngoài đường tròn. Qua kẻ hai tiếp tuyến và với đường tròn Gọi là điểm đối xứng với qua O. Đường thẳng cắt đường tròn tại H

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn
2. Chứng minh 
3. Kẻ vuông góc với Chứng minh đường thẳng đi qua trung điểm của 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: là các tiếp tuyến của tại 

Xét tứ giác ta có: 

Mà hai góc này là hai góc đối diện nên là tứ giác nội tiếp đường tròn

1. **Chứng minh **

Ta có: là điểm đối xứng của qua là trung điểm của và là đường kính của (O)

Ta có: là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)

Áp dụng hệ thức lượng vào vuông tại có đường cao 

Ta có: 

Mà (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

1. **Chứng minh đường thẳng đi qua trung điểm của **

Gọi 

Ta có: nên tam giác cân tại I(hai góc đáy tam giác cân)

Lại có: (so le trong do cùng vuông góc với 

(cùng bằng là phân giác trong 

Lại có : là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên do đó nên là phân giác ngoài của 

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: 

Áp dụng định lý Ta let do ta có: 

Từ đó suy ra là trung điểm của 

Vậy đường thẳng đi qua trung điểm của 

**THÁI NGUYÊN**

**Câu 9.** Cho tam giác cân tại các đường cao cắt nhau tại Chứng minh là tiếp tuyến của đường tròn đường kính 

**Câu 10.** Cho tam giác có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn các đường cao cắt nhau tại Đường thẳng cắt đường tròn tại khác A

1. Chứng minh tam giác cân
2. Gọi lần lượt là điểm đối xứng với qua và Chứng minh ba điểm thẳng hàng.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 9.**

****

Gọi là trung điểm của là tâm của đường tròn đường kính 

Ta có: là đường cao của vuông tại 

Xét vuông tại có đường trung tuyến (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông).

cân tại 

Vì cân tại A, có đường cao là trung điểm 

Xét vuông tại có đường trung tuyến 

(đường trung tuyến ứng với cạnh huyền)



Mặt khác (hai góc đối đỉnh)

Từ (1), (2), (3) suy ra 

Từ là tiếp tuyến của đường tròn đường kính 

**Câu 10.**

****

1. **Chứng minh cân**

Ta có: là hai đường cao của 

Xét tứ giác có : Mà đỉnh là hai đỉnh kề nhau nên là tứ giác nội tiếp (cùng chắn 

hay 

Xét đường tròn ta có: (hai góc nội tiếp cùng chắn 

Xét tứ giác có: là tứ giác nội tiếp (hai góc nội tiếp cùng chắn hay 

Từ (1), (2), (3) suy ra hay là đường phân giác của 

Xét ta có: vừa là đường cao, vừa là đường phân giác

cân tại B 

1. **Chứng minh thẳng hàng**

Gọi là giao điểm của và là giao điểm của và 

Xét tứ giác có: mà hai góc này là hai góc đối diện nên là tứ giác nội tiếp (hai góc nội tiếp cùng chắn 

Xét tứ giác ta có: mà hai góc này kề nhau nên là tứ giác nội tiếp (hai góc nội tiếp cùng chắn 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp đường tròn (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) 

Ta có: vuông tại 

vuông tại 

Từ là hai góc đối đỉnh nên thẳng hàng.

Ta có: là tam giác cân tại có đường cao BD đồng thời là đường trung tuyếnlà trung điểm của . Xét có:

lần lượt là trung điểm của là đường trung bình của 



Xét ta có:lần lượt là trung điểm của 

là đường trung bình 

Từ (4) và thẳng hàng.

**PHẦN 2: CỰC TRỊ HÌNH HỌC**

**BẮC GIANG**

**Câu 4.** (2,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính Gọi là hai điểm phân biệt cố định trên đường tròn (không là đường kính). Trên tia đối của tia lấy một điểm (khác . Qua kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn đã cho là hai tiếp điểm)

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong một đường tròn
2. Đoạn thẳng cắt đường tròn tại điểm Chứng minh rằng khi thì là trọng tâm của tam giác 
3. Gọi là điểm đối xứng của qua O. Đường thẳng đi qua vuông góc với cắt các tia lần lượt tại các điểm và Q. Khi di động trên tia đối của tia tìm vị trí của điểm để tứ giác có diện tích nhỏ nhất

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Xét đường tròn tâm có là các tiếp tuyến 

Tứ giác có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh là trọng tâm **

Xét đường tròn (O) có là hai tiếp tuyến cắt nhau tại nên và là tia phân giác của 

Mà 

Xét vuông có 

Ta có: 

Lại có: nên là đường trung trực của đoạn Gọi là giao điểm của và tại I

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:



Từ đó ta có: 

Xét tam giác có và nên là tam giác đều có là đường phân giác nên cũng là trung tuyến. Lại có nên là trọng tâm tam giác 

1. **Tìm vị trí của M để **

Vì đối xứng với qua nên 

Xét hai tam giác vuông có cạnh chung, 

Suy ra 

Diện tích tứ giác là :



Xét vuông tại O có là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: 

Áp dụng bất đằng thức Cô si ta có: 

Hay 

Từ đó nhỏ nhất là 

Khi đó: Xét có: chung; (cùng chắn 



Đặt (không đổi, 

Ta có:



Vậy điểm thuộc tia đối của tia và cách B một khoảng bằng không đổi thì tứ giác có diện tích nhỏ nhất là 

**BẠC LIÊU**

**Câu 4. (6,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm đường kính Gọi là trung điểm của đoạn thẳng là điểm thay đổi trên đường tròn sao cho không trùng với và Dựng đường thẳng và lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn tại và B. Gọi đường thẳng qua và vuông góc với Đường thẳng cắt lần lượt tại 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh đồng dạng với Từ đó chứng minh 
3. Khi điểm thay đổi, chứng minh tam giác vuông tại I và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác theo 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Vì là tiếp tuyến của tại nên 

Vì tại E nên 

Xét tứ giác có 

Vậy tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng

1. **Chứng minh đồng dạng với Từ đó chứng minh **

Vì là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên 

Ta có: 

(cùng phụ với 

Xét và có: (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn 

(hai cạnh tương ứng)

Mà là trung điểm của 

Lại có là trung điểm của 

. Khi đó ta có:

(nhân cẩ 2 vế với 3)

1. **Chứng minh vuông tại I và tìm GTNN của theo **

Xét tứ giác có: tại E)

là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B)



Tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Lại có : Tứ giác là tứ giác nội tiếp (ý a)

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Xét tam giác có:

(do nên vuông tại E)

vuông tại I (tam giác có tổng hai góc nhọn bằng 

Ta có: 

Đặt 

Xét vuông ta có: 

Xét vuông ta có: 



Ta có: 



Do không đổi nên diện tích tam giác đạt giá trị nhỏ nhất đạt giá trị lớn nhất.

Vì nên . Áp dụng BĐT Cô – si ta có:



Dấu xảy ra 

Vậy giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác là , đạt được khi 

**HÀ NAM**

**Câu 4. (4,0 điểm)** Cho tam giác có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn . Hai đường cao của tam giác cắt nhau tại H. Đường thẳng cắt tại D và cắt đường tròn tại điêm thứ hai là 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh là tia phân giác của 
3. Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác . Chứng minh là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp 
4. Khi hai điểm cố định và điểm di động trên đường tròn nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện tam giác có ba góc nhọn. Chứng minh Xác định vị trí của điểm A để tổng đạt giá trị lớn nhất.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: là các đường cao của 



Xét tứ giác ta có : là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh là tia phân giác của **

Ta có: (cùng phụ góc DAC)

Hay 

Lại có: (cùng chắn cung MC)

là phân giác của 

1. **Chứng minh là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp **

Ta có : là góc nội tiếp chắn cung 

là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác 

là trung điểm của 

Ta có: là tam giác vuông tại E

Đường tròn ngoại tiếp có tâm là trung điểm của 

Gọi là trung điểm của là tâm đường tròn ngoại tiếp 

(tính chất tiếp tuyến của tam giác vuông)

cân tại hay 

Ta có là đường trung tuyến của vuông tại Ecân tại I mà (hai góc đối đỉnh)

Lại có : 

Hay là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp 

1. **Xác định vị trí điểm A………**

Gọi 

Kẻ đường kính 

Khi đó ta có là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn



Xét tứ giác có: mà hai đỉnh E, F kề nhaulà tứ giác nội tiếp (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Hay mà (cùng chắn ccung AC)



Hay 

Chứng minh tương tự ta có: 

Ta có: (tứ giác có hai đường chéo vuông góc)

Tương tự: 



Kéo dài cắt (O) tại 

Khi đó ta có: 

Đặt 

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ta có:





Dấu xảy ra khi đó điểm là điểm chính giữa của cung lớn 

**HÀ NAM (CHUYÊN)**

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn đường kính cố định. Điểm cố định nằm giữa hai điểm và sao cho Kẻ dây cung vuông góc với tại H. Gọi là điểm tùy ý thuộc cung lớn sao cho không trùng với và Gọi là giao điểm của và 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh tam giác đồng dạng với tam giác 
3. Cho độ dài đoạn thẳng Tính theo 
4. Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác Xác định vị trí của điểm để độ dài đoạn thẳng nhỏ nhất

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. Có mà 

Tứ giác có là tứ giác nội tiếp

1. Xét và có:

(cùng chắn 

1. 

Xét và có: (cùng phụ 



Từ (1) và (2) ta có:



1. Vì là tiếp tuyến của (domà 1 góc là góc nội tiếp , 1 góc là góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung)

Ta có: khoảng cách từ xuống nhỏ nhất.

do đó khoảng cách từ đến tâm I nhỏ nhất thì là giao điểm của và (O)

Vậy là hình chiếu của trên 

**HẢI DƯƠNG**

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn . Gọi là chân các đường cao lần lượt thuộc các cạnh và là trực tâm của Vẽ đường kính 

1. Chứng minh tứ giác là hình bình hành
2. Trong trường hợp không cân, gọi là trung điểm của Hãy chứng minh là phân giác của và 4 điểm cùng nằm trên một đường tròn.
3. Khi và đường tròn cố định, điểm thay đổi trên đường tròn sao cho  luôn nhọn, đặt Tìm vị trí của điểm để tổng lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó theo và 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác là hình bình hành**

Ta có: là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)hay 

Mà hay 

Ta có: là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) hay 

Mà 

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác là hình bình hành

1. **Chứng minh là phân giác **

Xét tứ giác ta có: , mà hai góc này ở vị trí đối diện nên là tứ giác nội tiếp (hai góc nội tiếp cùng chắn 

Xét tứ giác có mà hai góc này ở vị trí đối diện nên là tứ giác nội tiếp (hai góc nội tiếp cùng chắn (4)

Xét tứ giác ta có: là tứ giác nội tiếp (dhnb)



Từ 

Hay là phân giác của 

Xét  vuông tại E có đường trung tuyến 

cân tại M(góc ngoài của tam giác). Lại có 

là tứ giác nội tiếp cùng thuộc một đường tròn.

1. **Tìm vị trí điểm A…….**

Gọi 

Ta có: (hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Xét tứ giác có do đó tứ giác là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

(góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp )

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Chứng minh tương tự ta có : 

Ta có: (tứ giác có hai đường chéo vuông góc)





Kéo dài cắt tại (do 

Khi đó ta có: 

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ta có:





Dấu xảy ra khi đó điểm là điểm chính giữa của cung lớn 

Vậy đạt giá trị lớn nhất khi điểm là điểm chính giữa của cung lớn 

**LAI CHÂU**

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn Từ kẻ hai tiếp tuyến và cát tuyến không đi qua tâm tới đường tròn đó (là hai tiếp điểm, D nằm giữa và E). Gọi là giao điểm của và 

1. Chứng minh tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Tiếp tuyến tại D của đường tròn cắt theo thứ tự tại Qua điểm kẻ đường thẳng vuông góc với cắt tại P và cắt tại Q. Chứng minh rằng : 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Xét và có: (cùng chắn 

(1)

Áp dụng hệ thức lượng ta có:

Từ (1) và (2) 

1. **Chứng minh rằng : **

****

Lại có: 

Xét và có:

(cân); 



Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có:



Vậy 

**THÁI BÌNH**

**Câu 4. (3,5 điểm)** Qua điểm nằm bên ngoài đường tròn , kẻ hai tiếp tuyến là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến không đi qua tâm O (C nằm giữa M và D)

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp và 
2. Chứng minh 
3. Gọi là trung điểm của dây cung và E là giao điểm của hai đường thẳng và Tính độ dài đoạn thẳng theo R khi 
4. Qua tâm O kẻ đường thẳng vuông góc với cắt các đường thẳng lần lượt tại P, Q. Tìm vị trị của điểm để diện tích tam giác đạt giá trị nhỏ nhất.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp và **

Vì là các tiếp tuyến của (O) nên 

Xét tứ giác có: 

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

Vì thuộc trung trực của 

(tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)thuộc trung trực của 

là trung trực của đoạn thẳng 

Vậy 

1. **Chứng minh **

Xét và có: chung; (cùng chắn cung AC)



1. **Tính độ dài đoạn thẳng theo R**

Gọi theo ý ta có tại H

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông đường cao ta có:



Mà nên 

Xét và có: chung; 

(hai góc tương ứng)

Vì là trung điểm của nên (đường kính dây cung)

vuông tại 

Lại có: vuông tại H)

Mà nên 

Từ (1) và (2) suy ra 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

vuông tại C, có đường cao 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:



Vậy khi thì 

1. **Tìm vị trí điểm M……….**

Đặt Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông đường cao ta có:



Xét tam giác có đường cao đồng thời là đường phân giác (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên là tam giác cân tại M, do đó đường cao cũng đồng thời là đường trung tuyến 

Khi đó 

Ta có: 

Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có:



Khi đó 

Dấu xảy ra 

Vậy diện tích tam giác đạt giá trị nhỏ nhất bằng cách tâm O một khoảng bằng 

**THANH HÓA**

**Câu IV.(3 điểm)**

Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn . Các đường cao (D thuộc thuộc của tam giác kéo dài lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm và N (M khác B, khác 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp được trong một dường tròn
2. Chứng minh song song với DE
3. Khi đường tròn (O) và dây cố định, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác nhọn, chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác không đổi và tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác đạt giá trị lớn nhất.

**ĐÁP ÁN**

**Câu IV.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Vì là các đường cao của nên 

Suy ra tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau

1. **Chứng minh song song với **

Vì là tứ giác nội tiếp (cmt)(cùng chắn cung BE)

Mà (hai góc nội tiếp cùng chắn 

, mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên 

1. **Tìm vị trí A để lớn nhất.**

Gọi 

Xét tứ giác có là tứ giác nội tiếp

Lai có nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, do đó tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính tâm I là trung điểm của 

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường tròn 

Kẻ đường kính và gọi là trung điểm của 

Vì là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên 

Ta có:



Tứ giác là hình bình hành

Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường mà K là trung điểm BC (theo cách vẽ) nên cũng là trung điểm của HF

Khi đó là đường trung bình của nên (tính chất đường trung bình) , suy ra đường tròn ngoại tiếp là đường tròn 

Mà và cố định, do đó cố định nên OK không đổi

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng OK không đổi

Ta có: mà cố định nên sđ cung BC không đổi.

Do đó không đổi

Xét và có: 

(góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác 

theo tỉ số 

Do đó ta có: 

Xét tam giác vuông có: 

, mà không đổi nên đạt giá trị lớn nhất thì 

Kéo dài cắt tại P nên và 

Do không đổi (giả thiết) nên không đổi lớn nhất

Khi đó phải là điểm chính giữa của cung lớn 

Vậy đạt giá trị lớn nhất khi A là điểm chính giữa của cung lớn 

**PHẦN 3: CÒN LẠI**

**AN GIANG**

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Cho tam giác có ba góc đều nhọn và nội tiếp trong đường tròn Vẽ các đường cao cắt nhau tại 

1. Chứng minh rằng tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Kéo dài cắt đường tròn tại điểm Chứng minh rằng tam giác cân

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: 

Tứ giác có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh cân**

Ta có: 



Lại có: (cùng chắn 



Xét có vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến nên là tam giác cân

**BÀ RỊA VŨNG TÀU**

**Bài 4. (3,5 điểm)** Cho nửa đường tròn có đường kính Lấy điểm C thuộc cung sao cho (C khác Hai tiếp tuyến của nửa đường tròn tại và cắt nhau ở 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Đường thẳng đi qua và vuông góc với cắt tại H. Chứng minh 
4. Hai tia và cắt nhau tại P, đặt 

Chứng minh giá trị của biểu thức là một hằng số

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Vì là các tiếp tuyến của nên 

Xét tứ giác có : Tứ giác là tứ giác nội tiếp.

1. **Chứng minh **

Vì là tứ giác nội tiếp nên (hai góc nội tiếp cùng chắn . Lại có: (cùng chắn ) ****

1. **Chứng minh **

Gọi 

Theo ý b, ta có: 

Mà hai góc này ở vi trí đồng vì nên 

(so le trong)

Ta lại có:

vuông tại N)

(phụ nhau)(cùng phụ với 

Lại có: (hai góc nội tiếp cùng chắn cung 



Từ (1) và (2) suy ra cân tại C

1. **Chứng minh giá trị biểu thức … là một hằng số**

Xét và có: chung;

. Lại có: Khi đó ta có:



Xét vuông ta có: 



Vậy 

**BẮC GIANG**

**Câu 4.** (2,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính Gọi là hai điểm phân biệt cố định trên đường tròn (không là đường kính). Trên tia đối của tia lấy một điểm (khác . Qua kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn đã cho là hai tiếp điểm)

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong một đường tròn
2. Đoạn thẳng cắt đường tròn tại điểm Chứng minh rằng khi thì là trọng tâm của tam giác 
3. Gọi là điểm đối xứng của qua O. Đường thẳng đi qua vuông góc với cắt các tia lần lượt tại các điểm và Q. Khi di động trên tia đối của tia tìm vị trí của điểm để tứ giác có diện tích nhỏ nhất

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Xét đường tròn tâm có là các tiếp tuyến 

Tứ giác có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh là trọng tâm **

Xét đường tròn (O) có là hai tiếp tuyến cắt nhau tại nên và là tia phân giác của 

Mà 

Xét vuông có 

Ta có: 

Lại có: nên là đường trung trực của đoạn Gọi là giao điểm của và tại I

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:



Từ đó ta có: 

Xét tam giác có và nên là tam giác đều có là đường phân giác nên cũng là trung tuyến. Lại có nên là trọng tâm tam giác 

1. **Tìm vị trí của M để **

Vì đối xứng với qua nên 

Xét hai tam giác vuông có cạnh chung, 

Suy ra 

Diện tích tứ giác là :



Xét vuông tại O có là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: 

Áp dụng bất đằng thức Cô si ta có: 

Hay 

Từ đó nhỏ nhất là 

Khi đó: Xét có: chung; (cùng chắn 



Đặt (không đổi, 

Ta có:



Vậy điểm thuộc tia đối của tia và cách B một khoảng bằng không đổi thì tứ giác có diện tích nhỏ nhất là 

**BẮC CẠN**

**Câu 5. (3,0 điểm)** Cho nửa đường tròn đường kính điểm thuộc nửa đường tròn Kẻ bán kính vuông góc với cắt dây MP tại E. Gọi là tiếp tuyến tại của nửa đường tròn. Đường thẳng đi qua và song song với cắt ở F. Chứng minh rằng:

1. Tứ giác nội tiếp đường tròn
2. 
3. 
4. Gọi là chân đường cao hạ từ xuống Hãy tìm vị trí điểm để vuông góc với 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

**a) Tứ giác nội tiếp đường tròn**

Vì là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên 

Xét tứ giác có là tứ giác nội tiếp

**b) **

Xét và có:



**c) OF song song với MP**

Vì mà nên là tứ giác nội tiếp

Lại có là tứ giác nôi tiếp (cmt)điểm cùng thuộc một đường tròn nên tứ giác cũng là tứ giác nội tiếp

mà 

Xét tứ giác có: là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông)là tiếp tuyến của tại N

(cùng chắn 

Mà (do cân tại 



Mà (hai góc nội tiếp cùng chắn 

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên 

**d) Tìm vị trí điểm P……**

Đặt 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:



Ta có:(cùng vuông góc với nên áp dụng định lý Ta let ta có:



Để thì , khi đó (hai góc đồng vị )

Xét tam giác có: 

Xét tam giác vuông có 

Vì 





Vậy khi điểm nằm trên đường tròn thỏa mãn thì 

**BẮC NINH**

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Cho tam giác vuông tại Trên cạnh lấy điểm khác C sao cho Vẽ đường tròn tâm đường kính đường tròn này cắt tại và cắt đường thẳng tại 

1. Chứng minh là một tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh và lầ tia phân giác của góc 
3. Gọi là giao điểm của và Chứng minh rằng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 3.**

****

1. **ADCB là tứ giác nội tiếp**

Xét đường tròn ta có:là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn



Xét tứ giác có mà là 2 đỉnh kề nhau

Nên là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh và lầ tia phân giác của góc** 

Xét đường tròn ta có: là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

(hai góc kề bù)

Xét tứ giác ta có: là tứ giác nội tiếp

(cùng chắn cung 

Ta có: (hai góc nội tiếp cùng chắn của (O)) 

Vì là tứ giác nội tiếp (cmt)(hai góc nội tiếp cùng chắn 

Lại có hay 

Từ (1), (2), (3)là phân giác của 

1. **Chứng minh rằng **

Xét ta có: là phân giác trong của tam giác (tính chất đường phân giác)(tính chất đường phân giác)

Lại có : là đường phân giác ngoài tại đỉnh E của 

(tính chất đường phân giác)

**BẾN TRE**

**Câu 8. (2,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn và có các đường cao cắt nhau tại H 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Gọi là hai giao điểm của đường thẳng và đường tròn (O) sao cho điểm nằm giữa hai điểm và điểm Chứng minh là đường trung trực của đoạn thẳng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 8.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Ta có: 

Tứ giác có Tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Kéo dài cắt tại D

Do là các đường cao trong tam giác và nên H là trực tâm của là đường cao trong 

1. **Chứng minh là đường trung trực của đoạn thẳng **

Xét tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

(cùng bù với 

Kẻ đường kính Gọi là giao điểm của và 

Tứ giác nội tiếp nên (cùng chắn 

Từ (1) và (2) suy ra : 

Mà (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên hay 

tại 

là trung điểm của (tính chất đường kính dây cung)

Nên là đường trung trực của 

**BÌNH ĐỊNH**

**Bài 4.** *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn tâm O, đường kính và là một tiếp tuyến của đường tròn tại điểm A. Trên đường thẳng lấy điểm (khác A) và trên đoạn lấy điểm N (khác và Đường thẳng cắt đường tròn tại hai điểm và D sao cho nằm giữa và Gọi là trung điểm của đoạn thẳng 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong một đường tròn
2. Kẻ đoạn song song với nằm trên đường thẳng Chứng minh rằng và 
3. Đường thẳng cắt đường thẳng tại điểm I. Chứng minh rằng đường thẳng song song với đường thẳng 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh AOHM là tứ giác nội tiếp**

Ta có: là tiếp tuyến của 

là trung điểm của (đường kính – dây cung)



Xét tứ giác có: mà hai góc này đối diện nên là tứ giác nội tiếp (đpcm)

1. **Chứng minh và **

Ta có: (hai góc so le trong)

Vì là tứ giác nội tiếp (cm câu a)(cùng chắn 

Hay 

Xét và ta có: chung; (cùng chắn 



1. **Chứng minh **

Gọi là giao điểm của và Kéo dài cắt BC tại 

Xét tứ giác có (câu b)

là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)(góc nội tiếp cùng chắn 

Mà (cùng chắn nên 

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên 

Trong tam giác là trung điểm CD nên K là trung điểm 

. Lại có: 

Mà 

Xét tứ giác có hai đường chéo và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành 

**BÌNH DƯƠNG**

**Bài 5. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn có đường kính và tiếp tuyến Trên lấy điểm sao cho cắt đường tròn tại Đường phân giác của góc cắt đường tròn tại M và cắt tại 

1. Tính độ dài đoạn thẳng 
2. Gọi là giao điểm của và Chứng minh tứ giác nội tiếp được trong đường tròn.
3. Chứng minh tam giác là tam giác cân
4. Kẻ vuông góc Chứng minh thẳng hàng.

**ĐÁP ÁN**

**Bài 5.**

****

1. Tính độ dài đoạn thẳng 

Vì nội tiếp nửa đường tròn (O) nên hay 

Ta có: là tiếp tuyến của tại nên hay 

là đường kính của nên   
Do đó vuông tại A có đường cao 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:





Vậy 

1. Chứng minh là tứ giác nội tiếp

Ta có : 

Tương tự ta có là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên 

hay 

Xét tứ giác có 

Vậy tứ giác là tứ giác nội tiếp .

1. Chứng minh là tam giác cân

Ta có: (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn 

(hai góc nội tiếp cùng chắn 

Mà do đó là tia phân giác của 

Xét có là đường cao đồng thời là đường phân giác nên tam giác cân tại 

1. Chứng minh thẳng hàng

Xét có   
là trực tâm của tam giác 

Do đó là đường cao thứ ba của tam giác nên   
Lại có : 

Qua điểm nằm ngoài đường thẳng kẻ được hai đường thẳng cùng vuông góc với (Tiên đề Ơ clit)

Vậy thẳng hàng (đpcm)

**BÌNH PHƯỚC**

**Câu 5. (2,5 điểm)**

Từ một điểm ở bên ngoài đường tròn Vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn là hai tiếp điểm). Tia cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt và D (nằm giữa T và O) và cắt đoạn thẳng tại điểm 

1. Chứng minh : Tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh: 
3. Vẽ đường kính của đường tròn Gọi là chân đường vuông góc kẻ từ điểm đến là giao điểm của và Chứng minh là trung diểm của 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Ta có: là hai tiếp tuyến của tại A, B (gt)



Xét tứ giác ta có: , mà hai góc này là hai góc đối diện nên là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh: **

Ta có:thuộc đường trung trực của 

(tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)thuộc đường trung trực của 

là đường trung trực của 

Áp dụng hệ thức lượng cho vuông tại có đường cao ta có:



Xét và ta có:

chung; (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn 



Từ (1) và (2) 

1. **Chứng minh là trung điểm của **

Gọi 

Ta có: (so le trong)

Mà (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên cân tại T

là phân giác của 

Ta có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)hay 

Do đó là phân giác ngoài của 

Áp dụng định lý đường phân giác ta có: 

Lại có (định lý Ta – lét )

Do đó 

Vậy là trung điểm của 

**BÌNH THUẬN**

**Bài 5. (4,0 điểm)**

Cho nửa đường tròn đường kính Trên đoạn thẳng lấy điểm (M khác và Đường thẳng vuông góc với tại cắt các tiếp tuyến của nửa đường tròn lần lượt ở và và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Gọi là giao điểm của và Đường thẳng qua và vuông góc với cắt tại Chứng minh thẳng hàng
4. Khi tính theo diện tích của phần nửa hình tròn tâm O bán kính nằm ngoài 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 5.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Vì là tiếp tuyến của tại nên 

Vì tại nên 

Xét tứ giác có: 

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

1. **Chứng minh **

Vì là tiếp tuyến của tại B nên 

Xét tứ giác có: 

là tứ giác nội tiếp (cùng chắn cung 



Vì là tứ giác nội tiếp (câu a)(cùng chắn cung 



Xét và có: 



1. **Chứng minh thẳng hàng.**

Gọi ta chứng minh 

Vì nên mà (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác có 

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Mà (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

Vì vuông tại B nên (hai góc nhọn trong tam giác vuông phụ nhau)

Mà 



Từ (1) và (2) suy ra mà hai góc này ở vị trí so le trong nên . Lại có 

Vậy đường thẳng qua vuông góc với cắt tại 

1. **Khi , tính theo R diện tích …..**

Xét tam giác vuông vuông tại N có ta có:







Diện tích nửa hình tròn tâm là 

Vậy diện tích của phần nửa hình tròn tâm O, bán kính R nằm ngoài là:



**CÀ MAU**

**Bài 6.**

**Câu 1.**Cho tam giác có các góc đều nhọn. Vẽ các đường cao của tam giác Gọi là giao điểm của 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp được đường tròn
2. Chứng minh rằng: 
3. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác Chứng minh rằng 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 6.**

**Câu 1.**

****

1. Theo giả thiết, ta có: tứu giác nội tiếp đường tròn
2. Vì và cùng nhìn cạnh BC nên là tứ giác nội tiếp



Xét và có: chung; 



1. Gọi 

Ta có: 

Xét có cân tại O



Lại có: (do 

Từ (1), (2), (3) 



**CAO BẰNG**

**Câu 4.** (2.0 điểm)

Qua điểm nằm ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến và của đường tròn là các tiếp điểm)

1. Chứng minh là tứ giác nội tiếp
2. Kẻ đường thẳng qua diểm cắt đường tròn tại hai điểm và sao cho nằm giữa A và F. Chứng minh 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. là tiếp tuyến với nên 

là tiếp tuyến với nên 

Tứ giác có 

Do đó là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

1. Xét và có: chung ; (cùng chắn cung 

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

và 

Xét và có:

chung; (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn 

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

. Ta có:



Mà 

**ĐẮK LẮK**

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho hai đường tròn bằng nhau và cắt nhau tại hai điểm và B sao cho Kẻ đường kính của đường tròn Gọi là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ , và lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai là và 

1. Chứng minh 
2. Chứng minh 
3. Gọi P là giao điểm của và Gọi là giao điểm của và Chứng minh là đường trung trực của 
4. Tính tỉ số 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh **

Ta có:là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn 

(hai góc kề bù)

Mà là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên là đường kính 

Lại có : là góc nội tiếp chắn cung 

1. **Chứng minh **

Ta có: (hai góc nội tiếp cùng chắn cung của hay 

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung của 

Hay 

Ta có: cân tại 

Từ (1), (2), (3) là tam giác cân

1. **Chứng minh là đường trung trực của **

Ta có: thuộc đường trung trực của 

Xét và ta có:

chung(hai cạnh tương ứng bằng nhau)

thuộc đường trung trực của 

Từ (4) và (5) suy ra là đường trung trực của 

1. **Tính tỉ số **

Ta có: là đường trung trực của 

Áp dụng hệ thức lượng cho vuông tại F có đường cao ta có:



Xét vuông tại ta có:



. Vậy 

**ĐẮK NÔNG**

**Bài 4. (3,0 điểm)**

Cho tam giác có ba góc nhọn. Hai đường cao của tam giác là cắt nhau tại 

1. Chứng minh: là tứ giác nội tiếp một đường tròn
2. Chứng minh: 
3. Gọi điểm là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  Chứng minh  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp**

Ta có: là hai đường cao của 

Xét tứ giác ta có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Xét và ta có:

(đối đỉnh); 



1. **Chứng minh là tiếp tuyến ……….**

Xét tứ giác ta có: , mà hai đỉnh là hai đỉnh liên tiếp của tứ giác là tứ giác nội tiếp

Lại có: vuông tại cùng thuộc đường tròn tâm O đường kính 

Ta có: là tứ giác nội tiếp (cmt)(góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện ) (1)

Ta có: là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác là trung điểm của 

vuông tại E có đường trung tuyến (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông)

cân tại (tính chất tam giác cân) hay 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp (cmt)(cùng chắn 

Từ (1), (2), (3) suy ra 

cân tại O (tính chất tam giác cân)

Hay mà 

* là tiếp tuyến của đường tròn đường kính 

**ĐIỆN BIÊN**

**Câu 4. (3 điểm)** Trên nửa đường tròn đường kính bán kính Lấy hai điểm sao cho thuộc cung Gọi C là giao điểm của hai tia là giao điểm của hai dây và Chứng minh rằng:

1. Tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. 
3. luôn không đổi.

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Tứ giác nội tiếp**

Vì là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên 

Xét tứ giác có: nên là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Xét và có: (cùng chắn cung 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



1. **Chứng minh luôn không đổi**

Ta có:



Xét và có:

chung; 

Vậy luôn không đổi (đpcm)

**ĐỒNG THÁP**

**Câu 6. (2,0 điểm)**

Cho đường tròn và một điểm nằm ngoài . Vẽ các tiếp tuyến với là các tiếp điểm)

1. Chứng minh tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Biết rằng Tính phần diện tích của tứ giác nằm bên ngoài đường tròn 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 6.**

****

1. **Chứng minh tứ giác là tứ giác nội tiếp**

Ta có: là các tiếp tuyến tại của 

Xét tứ giác ta có: là tứ giác nội tiếp

1. **Tính phần diện tích …………..**

Ta có: là hai tiếp tuyến cắt nhau tại 

là phân giác của (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)



Xét vuông tại M ta có:



Ta có: là tứ giác nội tiếp (cmt)

(tính chất tứ giác nội tiếp)



Mà là góc ở tâm chắn cung 



Nên diện tích phần cần tìm là 

Vậy diện tích cần tìm là 

**GIA LAI**

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O, đường kính Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng OA, qua C kẻ dây cung vuông góc với Gọi là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM (K không trùng với B và là giao điểm của AK và MN

1. Chứng minh tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Trên đoạn thẳng lấy điểm I sao cho Chứng minh 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. Ta có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn);   
   Do đó Vậy tứ giác nội tiếp
2. **Chứng minh **

Ta có: là đường trung trực của nên và nên dều, 

Xét và có: chung



Mặt khác tam giác vuông tại M có là đường cao ứng với cạnh huyền nên (hệ thức lượng) . Vậy 

1. Ta có:Tứ giác có hai đường chéo và vuông góc nhau tại trung điểm C mỗi đường nên là hình thoi. Do đó 

Từ đó góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung MN)

Mặt khác đều 

Ta có: là trung trực của MN nên và (góc nội tiếp cùng chắn cung BM), do đó đều, suy ra 

Ta có: 

Ta lại có: 

Từ (1), (2) suy ra vì nên 

Vậy 

**HÀ GIANG**

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn và điểm nằm bên ngoài đường tròn Qua điểm dựng hai tiếp tuyến đến đường tròn với là các tiếp điểm. Một đường thẳng đi qua cắt đường tròn tại hai điểm và đường thẳng không đi qua tâm 

1. Chứng minh tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Hai tiếp tuyến của đường tròn tại B và C cắt nhau tại K. Chứng minh rằng điểm luôn thuộc một đường thẳng cố định khi đường thẳng thay đổi và đường thẳng thỏa mãn điều kiện đề bài

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. Vì là tiếp tuyến tại M, N của Tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 
2. Dễ chứng mnh (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Xét và ta có:

(tính chất góc tạo bởi tiêp tuyến dây cung)

Suy ra 

1. Gọi cắt (O) tại 

Vì tứ giác nội tiếp 

Gọi cắt tại 

Dễ thấy điểm cùng thuộc một đường tròn (1)

Áp dụng hệ thức lượng trong vuôn tại B, đường cao ta có:





Tứ giác nội tiếp hay 5 điểm cùng thuộc một đường tròn, kết hợp với (1) suy ra hay cố định

**CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM (HÀ NỘI)**

**Bài 4. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn và một điểm nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến với đường tròn (B là tiếp điểm) và đường kính Trên đoạn thẳng lấy điểm (khác C và O). Đường thẳng cắt tại hai điểm và (nằm giữa A và E). Gọi là trung điểm của đoạn thẳng 

1. Chứng minh 
2. Đường thẳng đi qua điểm song song với cắt tại điểm Chứng minh 
3. Tia cắt tại điểm tia cắt tại điểm Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh **

Xét và có: chung; (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ )

1. **Chứng minh **

Vì là trung điểm của nên (tính chất đường kính và dây cung)



Xét tứ giác có : (do là tiếp tuyến của 

là tứ giác nội tiếp

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung OH)

Mà (so le trong do 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Mà (hai góc nội tiếp cùng chắn (hai góc nội tiếp cùng chắn cung . Lại có hai góc này ở vị trí đồng vị bằng nhau



1. **Chứng minh là hình chữ nhật**

Kẻ tiếp tuyến với đường tròn 

Xét tứ giác có: là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Lại có: (hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)(hai góc nội tiếp cùng chắn 

Mà (đối đỉnh)(hai góc nội tiếp cùng chắn 



Xét và có: (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

( tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

(hai góc tương ứng)

Từ (1) và (2) 



là góc nội tiếp chắn nửa đườn tròn (O) nên là đường kính của 

là trung điểm của 

Xét tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường là hình bình hành. Lại có: nên là hình chữ nhật 

**HÀ TĨNH**

**Câu 5. (2,0 điểm)** Cho đường tròn tâm đường kính điểm I thay đổi trên đoạn 

(khác M). Đường thẳng qua vuông góc với cắt tại và Trên tia đối của tia lấy điểm cố định. Đoạn cắt tại gọi H là giao điểm của và 

1. Chứng minh tam giác và tam giác đồng dạng
2. Chứng minh độ dài đoạn không phụ thuộc vào vị trí của điểm I.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh **

Ta có : bốn điểm cùng thuộc (O) nên tứ giác nội tiếp

(góc nội tiếp cùng chắn cung 

Xét và có : 

1. **Chứng minh độ dài đoạn không phụ thuộc vào I**

Từ câu (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Ta có: 



Xét và có: chung

(Hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

  
Từ (1) và (2) suy ra 

Mà cố định nên không đổi không đổi

không đổi

Vậy độ dài không phụ thuộc vào vị trí điểm 

**HẢI PHÒNG**

**Bài 4. (3,5 điểm)**

1. Qua điểm nằm ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến và của đường tròn và là các tiếp điểm). Gọi là trung điểm của đoạn thẳng là giao điểm thứ hai của đường thẳng với đường tròn là giao điểm thứ hai của đường thẳng với đường tròn . Chứng minh
2. Tứ giác là tứ giác nội tiếp và tam giác đồng dạng với tam giác 
3. 
4. và là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Tứ giác là tứ giác nội tiếp và **

Ta có: là hai tiếp tuyến của tại 

Xét tứ giác ta có: mà hai góc này đối nhau nên là tứ giác nội tiếp 

Xét và ta có: chung; (cùng chắn 



1. **Chứng minh **

Ta có: (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ )

Xét và có: chung; (cùng chắn 

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Mà (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)



1. **Chứng minh EA là tiếp tuyến……**

Ta có: (góc nội tiếp và góc tiếp tuyến dây cung cùng chắn 

Lại có: là tứ giác nội tiếp đường tròn 

(góc ngoài tại 1 điểm bằng góc trong tại đỉnh đối diện)



Xét và ta có: chung; 



Vì 



Xét và ta có: chung; 

(hai góc tương ứng)

Mà là góc nội tiếp chắn cung của đường tròn ngoại tiếp 

được tạo bởi dây cung và (nằm ngoài đường tròn)

là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp 

**HẬU GIANG**

**Câu IV. (2,0 điểm)** Cho đường tròn có bán kính và điểm nằm ngoài đường tròn Kẻ đến hai tiếp tuyến (với là các tiếp điểm.

1) Chứng minh bốn điểm cùng thuộc một đường tròn Xác định tâm và bán kính của đường tròn 

2) Tính diện tích của tứ giác theo biết rằng 

3) Gọi là điểm đối xứng với qua O và là giao điểm của đường thẳng và nằm bên ngoài đoạn Tính 

**ĐÁP ÁN**

**Câu IV.**

****

1. **Xác định tâm và bán kính**

Gọi là trung điểm của 

Ta có: là tiếp tuyến với  vuông tại M

Có là trung tuyến 

là tiếp tuyến của vuông tại N

Có là trung tuyến nên 

Từ (1) và (2) suy ra nên 4 điểm cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính 

1. **Tính diện tích S……..**

Gọi là giao điểm của và 

Ta có:và (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

là đường trung trực của tại trung điểm của   
Tam giác vuông tại M, theo định lý ta có:



Tam giác vuông tại có là đường cao nên:



Tứ giác có hai đường chéo vuông góc nên:



Vậy 

1. **Tính sin MPN**

Nối với N ta có: (hai góc nội tiếp cùng chắn 



Tam giác có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên là tam giác vuông tại 



Vậy 

**THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH**

**Bài 8.**

Cho đường tròn tâm bán kính và điểm nằm ngoài đường tròn sao cho Từ kẻ hai tiếp tuyến đến đường tròn là hai tiếp điểm) Lấy điểm nằm trên cung nhỏ sao cho Tiếp tuyến của đường tròn tại M cắt lần lượt tại Đường thẳng cắt tại 

1. Chứng minh là đường trung trực của đoạn thẳng và 
2. Chứng minh tứ giác nội tiếp và 5 điểm cùng nằm trên một đường tròn
3. Chứng minh và 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 8.**

****

1. **Chứng minh là đường trung trực đoạn thẳng và **

Ta có: là các tiếp tuyến của đường tròn tại 

Mà nên tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có: nên là đường trung trực của đoạn 

Xét và có: chung; (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau); 

(hai góc tương ứng ) (đpcm)

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp và cùng nằm trên một đường tròn**

Vì là tiếp tuyến với tại D nên 

là tiếp tuyến với tại B nên 

Tứ giác có: nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng . Vậy tứ giác là tứ giác nội tiếp

Theo câu a, 

(góc ở tâm bằng số đo cung bị chắn)

Nên 

Xét tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau),

do đó các điểm cùng thuộc một đường tròn

Mà tứ giác nội tiếp (cmt) nên các điểm cùng thuộc một đường tròn. Vậy 5 điểm cùng thuộc một đường tròn

1. **Chứng minh ……..**

Xét và có:chung; (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)(2 góc tương ứng)

Tứ giác nội tiếp (cmt)(tính chất tứ giác nội tiếp)

Mà nên 

Lại có 

Xét tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

(hai góc nội tiếp cùng chắn 

Mà (theo câu b) nên 

Xét và có:



(hai góc tương ứng)



Tứ giác nội tiếp (cmt)(góc ngoại tại 1đỉnh và góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét tam giác và có:

chung; 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ ) 

Từ (1) và (2) suy ra 

**PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU (THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MÌNH)**

**Câu 5. (3,0 điểm)** Cho tam giác nội tiếp đường tròn có tâm O, có và Gọi là trung điểm của đoạn thẳng Tia cắt đường tròn tại điểm Đường thẳng lần lượt cắt các đường thẳng và tại các điểm 

1. Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp và 
2. Tia phân giác của cắt đường thẳng tại điểm Đường thẳng cắt đường thẳng tại điểm Chứng minh rằng và 
3. Chứng minh rằng tam giác cân. Tính tỉ số 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp và **

**\*)** Ta có : thuộc đường trung trực của 

(cùng bằng bán kính)thuộc trung trực của 

Khi đó ta có là trung trực của 

Vì là trung điểm của (gt) nên (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

Xét tứ giác có suy ra là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối dưới các góc bằng nhau)

\*)Xét có là đường cao đồng thời là đường trung tuyến suy ra cân tại D nên cũng là đường phân giác của 



Ta có : nên (trong một đường tròn hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau)(trong 1 đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

là phân giác của 

Từ (1) và (2) suy ra 

1. **Phân giác góc cắt BC tại E, cắt AB tại F. Chứng minh và ME vuông góc với **

Ta có : 



Lại có : (góc nội tiếp chắn cung )

(góc có đỉnh nằm phía trong đường tròn chắn cung 



Suy ra  cân tại C (tam giác có hai góc bằng nhau)

Ta có : (hai góc đối đỉnh )

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Mà (do tam giác cân tại C) (cmt)

cân tại D, do đó phân giác đồng thời là đường cao nên 

Xét tứ giác có Tứ giác là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Mà (đối đỉnh)

Ta có: (do tam giác vuông tại M)

(do tam giác vuông tại D)

Mà nên 

Từ (3) và (4)

Gọi . Ta có: 

vuông tại Ihay 

1. **Chứng minh tam giác cân. Tính **

Ta có: lớn (góc có đỉnh ở bên trong đường tròn)

là tia phân giác của 

cân tại B (phân giác đồng thời là đường cao)

(góc ở đáy tam giác cân)

Ta có: (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp mà nên , hai góc này lại ở vị trí so le trong

(hai góc so le trong ) (6)

Từ (5) và (6) suy ra 

Suy ra cân tại 

Vì cân tại B(cmt) nên 

Xét và có: chung;(theo 

(hai cạnh tương ứng)

Vậy .

**HÒA BÌNH**

**Câu IV. (2,0 điểm)** Cho tam giác nhọn có các đường cao cắt nhau tại 

1. Chứng minh rằng: Tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh rằng 
3. Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác đi qua trung điểm của cạnh 

**ĐÁP ÁN**

**Câu IV.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Xét tứ giác có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Xét tứ giác có: 



là tứ giác nội tiếp (cùng chắn cung HF)



Tương tự xét tứ giác có: 



là tứ giác nội tiếp (cùng chắn 



Ta lại có:

vuông tại E)

vuông tại 

(cùng phụ với 

Từ (1), (2), (3) 

1. **Chứng minh đường tròn ngoại tiếp đi qua trung điểm M của cạnh BC**

Gọi là trung điểm của sẽ chứng minh tứ giác nội tiếp

Xét tam giác vuông tại E có trung tuyến ứng với cạnh huyền 

(định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông)

cân tại M 

(góc ngoài của tam giác)

Vì là tứ giác nội tiếp (cmt)(cùng chắn 

Vì là tứ giác nội tiếp (cùng chắn 

Mà vuông tại E)

vuông tại D)

(cùng phụ với 

Từ (3) và (4) 

Từ (5) và (6)

Từ và 

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác đi qua trung điểm M của 

**HÒA BÌNH (CHUYÊN)**

**Câu III. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm và dây cố định, gọi là điểm chính giữa của cung và là một điểm bất kỳ trên dây (N khác A, N khác B). Tia cắt đường tròn (O) tại E.

1. Chứng minh rằng : Tam giác đồng dạng với tam giác 
2. Chứng minh rằng: 
3. Chứng minh rằng: là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác 
4. Chứng minh rằng : Khi di động trên AB thì tổng bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác và đường tròn ngoại tiếp tam giác không đổi

**ĐÁP ÁN**

**Câu III.**

****

1. Vì là điểm chính giữa (góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau)

Xét và có: chung; 

  
**2)** Xét và có:

chung; (cùng chắn hai cung 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



3) Ta có: (chứng minh câu 2)

Mà xét đường tròn ngoại tiếp thì là góc nội tiếp là góc tạo bởi tiếp tuyến – dây cung là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp 

1. Vẽ đường kính cắt AB tại 

Áp dụng định lý Ta let và tam giác đồng dạng ta có:

mà (tính chất đường kính – dây cung)

là đường kính, M chính giữa)

(không đổi)

HÒA BÌNH (CHUYÊN 2)

**Câu IV. (2,0 điểm)**

Cho đường tròn và dây cung Gọi là điểm chính giữa của cung nhỏ là điểm tùy ý trên cung lớn Qua kẻ tiếp tuyến tới Đường thẳng cắt và lần lượt tại và Các đường thẳng và cắt nhau tại 

1. Chứng minh : là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh rằng: song song với 
3. Tiếp tuyến tại của cắt tại Chứng minh rằng : 
4. Xác định vị trí của sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp lớn nhất

**Câu IV.**

****

Ý 1.là tứ giác nội tiếp

Ta có là điểm chính giữa cung 

(hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Mà 2 góc này cùng nhìn là tứ giác nội tiếp

Ý 2. song song với 

Ta có: là tứ giác nội tiếp ) (1)

(góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau ) 

Từ (1) và (2) suy ra 

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên 

Ý 3.

Dễ chứng minh : và 

Ta có: (hệ quả Ta let)



Ý 4.

Ta có : (góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau)

là tiếp tuyến của đường tròn 

Kẻ đường kính của . Gọi là giao điểm đường trung trực của đoạn và 

là tâm đường tròn 

Tương tự dựng là tâm 

Dễ dàng chứng minh được cân   
là hình bình hành (không đổi)

Ta có: mà 



Dấu xảy ra khi là điểm chính giữa của cung lớn 

**HƯNG YÊN (KHÔNG CÓ)**

**KIÊN GIANG**

**Bài 4. (2,0 điểm)** Cho tam giác nhọn có nội tiếp đường tròn tâm O. Kẻ hai đường cao 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong một đường tròn
2. Chứng minh 
3. Tính diện tích tam giác biết diện tích tam giác là 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4**

****

1. **Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp**

Vì là hai đường cao của 

Xét tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

1. **Chứng minh **

Xét và có: chung; (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Vậy 

1. **Tính **

Ta có: theo tỉ số 

Xét tam giác vuông tại E ta có: 

Do đó ta có: 

Vậy 

**KON TUM**

**Câu 5. (2,5 điểm)** Từ điểm ở ngoài đường tròn (O),, kẻ hai tiếp tuyến tới đường tròn là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua cắt đường tròn (O) tại hai điểm và và không đi qua tâm O)

1. Chứng minh là tứ giác nội tiếp
2. Gọi là giao điểm của và Chứng minh 
3. Gọi là giao điểm của và M là trung điểm 

Chứng minh 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp**

Ta có: là các tiếp tuyến của (O) nên 

Xét tứ giác ta có: mà hai góc này ở vị trí đối diện nên là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Ta có: đường trung trực của 

(tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà , Áp dụng hệ thức lượng cho vuông tại B có đường cao ta có: 

Xét và ta có:

(cùng chắn cung 



Mà 

1. **Chứng minh **

Xét và có: 



(phương tích)

Xét và có: (cùng chắn 





Chứng minh tương tự : 

Cộng (1), (2) vế theo vế:



Vậy 

**LÂM ĐỒNG**

**Câu 10.** Cho tam giác nhọn có là ba đường cao Chứng minh là tia phân giác của góc 

**Câu 12.** Cho đường tròn cố định đi qua hai điểm và cố định khác đường kính). Điểm di chuyển trên đường tròn (không trùng với và là trọng tâm Chứng minh rằng điểm chuyển động trên một đường tròn cố định.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 10.**

****

Ta gọi I là giao điểm của và BK, CQ

Vì là tứ giác nội tiếp

(cùng chắn 

Xét tứ giác có cùng nhìn là tứ giác nội tiếp 

Xét tứ giác có là tứ giác nội tiếp



Từ (1) , (2), là tia phân giác của 

**Câu 12.**

****

Gọi là trung điểm từ G kẻ 

Xét có nên theo hệ quả Ta let

(do là trọng tâm)

 và 

Mà cố định (do cố định), O cố định cố định

Vậy di động trên đường tròn tâm bán kính 

**LẠNG SƠN**

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho nửa đường tròn đường kính Trên nửa đường tròn lấy điểm C sao cho Trên đoạn thẳng lấy điểm sao cho nằm giữa và Đường thẳng đi qua vuông góc với cắt tia tại N, cắt tại 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong một đường tròn
2. Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại C cắt đường thẳng tại Chứng minh cân
3. Gọi là giao điểm của với nửa đường tròn Chứng minh là tiếp tuyến của nửa đường tròn 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn**

Ta có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); 

Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

1. **Chứng minh cân**

****là tiếp tuyến của nên 

Tam giác vuông tại M nên mà (đối đỉnh)

Nên 

Tam giác cân tại O nên 

Từ (1), (2), (3) suy ra cân tại 

1. **Chứng minh là tiếp tuyến**

Tứ giác nội tiếp nên 

Tứ giác nội tiếp nên (tính chất)

Nên 

Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)



vuông tại H

Theo câu b, cân tại F nên 

Ta có: 

Mà cân tại F

Từ (4) và (5) suy ra hay F là trung điểm 

Tam giác vuông tại H có là trung tuyến nên 

Xét và có: chung; 

mà nên 

là tiếp tuyến của O

**LÀO CAI**

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho tam giác có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm Kẻ đường thẳng là tiếp tuyến tại của đường tròn Gọi  là đường thẳng qua B và song song với cắt các đường thẳng lần lượt tại Kẻ là đường cao của tam giác 

1. Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh rằng 
3. Gọi lần lượt là trung điểm của Chứng minh rằng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp**

Ta có: 

Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kể nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau) 

1. **Chứng minh rằng **

Ta có: (so le trong)

Mà (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn 



Xét và có: chung; 

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



1. **Chứng minh **

Gọi là giao điểm của với 

Ta có: (đối đỉnh)

Tứ giác nội tiếp nên (góc nội tiếp cùng chắn cung 



Lại có (góc tương ứng)



Mà là đường trung bình của nên 

Từ (1) và (2) suy ra 

**LONG AN**

**Câu 5.** (2,5 điểm) Cho tam giác cân tại , các đường cao và cắt nhau tại Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác 

1. Chứng minh bốn điểm cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh 
3. Chứng minh là tiếp tuyến của đường tròn 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Chứng minh bốn điểm cùng thuộc một đường tròn**

Ta có: là các đường cao của 

hay 

Xét tứ giác ta có: mà hai góc này ở vị trí đối diện nên là tứ giác nội tiếp hay 4 điểm cùng thuộc một đường tròn

1. **Chứng minh **

Ta có: là đường cao của cân tại A nên cũng là đường trung tuyến của 

(tính chất tam giác cân)là trung điểm của 

Xét vuông tại E có đường trung tuyến 

1. **Chứng minh là tiếp tuyến của đường tròn **

Ta có:vuông tại E (gt)Tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm của cạnh huyền là trung điểm của 

là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của vuông tại 

cân tại O

Ta có:cân tại D (tính chất tam giác cân)

Ta có: vuông tại mà (hai góc đối đỉnh)



là tiếp tuyến của tại 

**NAM ĐỊNH**

**Bài 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác nhọn nôi tiếp đường tròn . Hai đường cao của tam giác cắt nhau tại Các tia cắt đường tròn lần lượt tại điểm thứ hai la 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp và cung bằng cung 
2. Chứng minh là trung điểm của và 
3. Cho góc bằng Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp và cung cung **

Ta có: là các đường cao của 



Xét tứ giác ta có: mà hai đỉnh là hai đỉnh kề nhau

Nên là tứ giác nội tiếp

Vì là tứ giác nội tiếp nên (hai góc nội tiếp cùng chắn ED)



Lại có: lần lượt là tứ giác nội tiếp chắn các cung 

1. **Chứng minh E là trung điểm HQ…..**

Xét tứ giác ta có: , mà hai góc này ở vị trí đối diện nên là tứ giác nội tiếp (cùng chắn cung )

Vì là tứ giác nội tiếp (cmt) (cùng chắn cung 



Lại có :(hai góc nội tiếp cùng chắn cung QB)

là tia phân giác của 

Xét ta có: vừa là đường cao, vừa là đường phân giác nên cân tại A. cũng là đường trung tuyến là trung điểm 

Kéo dài cắt đường tròn (O) tại F

Khi đó ta có: (cùng chắn cung AC)

Vì là tứ giác nội tiếp (cmt)(góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện )

Ta có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

hay 

1. **Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác AED**

Theo chứng minh b, ta có: là tứ giác nội tiếp

Nên Đường tròn ngoại tiếp là đường tròn ngoại tiếp tứ giác 

Ta có: và là góc nội tiếp chắn cung AH nên là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác 

Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm của Gọi M là trung điểm của 

Ta có: hay 

hay 

là hình bình hành nên cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Mà là trung điểm của cũng là trung điểm của 

Xét ta có: lần lượt là trung điểm của 

là đường trung bình của 

Ta có : là góc ở tâm chắn cung BClà góc ở tâm chắn cung 

là góc nội tiếp chắc cung BC

cân tại O có đường trung tuyến cũng là phân giác của 



Xét ta có: 



Vậy bán kính của đường tròn ngoại tiếp là : 

**NGHỆ AN**

**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tứ giác nội tiếp đường tròn tâm đường kính Hai đường chéo và cắt nhau tại Gọi H là hình chiếu của trên 

1. Chứng minh là tứ giác nội tiếp
2. Tia cắt đường tròn tại điểm thứ hai là Gọi là giao điểm của và Chứng minh 
3. Khi tam giác không cân, gọi là trung điểm của cắt tia tại N. Tia cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại điểm thứ hai là Chứng minh thuộc đường tròn (O)

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: (góc nôi tiếp chắn nửa đường tròn)



Tứ giác có: nên là tứ giác nội tiếp (đpcm)

1. **Chứng minh **

Tứ giác nội tiếp nên (hai góc nội tiếp cùng chắn 

Xét tứ giác có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)



Do đó tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Từ (1) và (2) suy ra 

Lại có nên hay 



nên DI là đường cao trong tam giác vuông 

(theo hệ thức lượng) (

1. **Chứng minh F thuộc đường tròn (O)**

Theo câu b, tại I nên là đường trung trực của 



là tia phân giác của góc 



Tam giác vuông tại H có là trung điểm nên là đường trung tuyến

cân tại M



Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp

Suy ra 

Từ (3), (4), (5) suy ra là tứ giác nội tiếp

(tính chất)

Xét và có: 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Tứ giác nội tiếp nên (tính chất )

Xét và có: 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Từ suy ra 

Xét và có: 

(các góc tương ứng)

Mà (kề bù) nên 

Do đó tứ giác nội tiếp nên nằm trên đường tròn 

**NINH BÌNH**

**Câu 4. (3,5 điểm)**

1. Cho nhọn nội tiếp đường tròn tâm Hai đường cao của cắt nhau tại 
2. Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn
3. Chứng minh rằng 
4. Kẻ đường kính của đường tròn tâm Chứng minh tứ giác là hình bình hành

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. Ta có: là đường cao nên 

là đường cao nên 

Xét tứ giác có: nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

Vậy tứ giác nội tiếp

1. Theo câu a, là tứ giác nội tiếp nên (tính chất)

Mà (kề bù) nên 

Xét và có: chung; 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

1. Chứng minh là hình bình hành

là đường kính nên (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)



Ta có:

Tứ giác có nên là hình bình hành (đpcm)

**NINH THUẬN**

**Bài 4. (4,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O đường kính Vẽ dây cung vuông góc với tại nằm giữa A và O). Lấy điểm trên cung nhỏ khác và C), cắt tại .

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong một đường tròn.
2. Tính độ dài cạnh theo và .
3. Chứng minh khi điểm chạy trên cung nhỏ thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Xét đường tròn có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Lại có: tại 

Xét tứ giác có là tứ giác nội tiếp

1. **Tính độ dài cạnh AC theo R**

Xét đường tròn (O) có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tam giác vuông tại C ta có: 

Ta có: 

Xét đường tròn có tại I nên I là trung điểm của dây (tính chất đường kính – dây cung) hay là đường trung trực đoạn suy ra 

Do đó cung 

Xét đường tròn (O) có (hai góc nội tiếp chắn hai cung AC và AD bằng nhau) nên 

Vậy 

1. **Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp thuộc đường thẳng cố định**

Xét đường tròn có (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau 

Xét đường tròn ngoại tiếp tam giác có 

Mà là góc nội tiếp chắn cung là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác 

Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tại C (do là tiếp tuyến)

Lại có hay 

Hay tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác luôn thuộc đường thẳng cố định.

**PHÚ THỌ**

**Câu 3. (3,0 điểm)** Cho có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn Tia phân giác cắt cạnh tại D và cắt đường tròn tại Gọi là hình chiếu của trên là hình chiếu của trên AC. Chứng minh rằng:

1. là tứ giác nội tiếp
2. 
3. Khi đường tròn và cố định, điểm thay đổi trên cung lớn thì tổng có giá trị không đổi.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 3.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: 

Xét tứ giác có: là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Xét ta có:

là góc nội tiếp chắn cung ; là góc nội tiếp chắn cung 

Lại có: là tia phân giác của (hai góc nội tiếp bằng nhau chắn hai cung bằng nhau)

Ta có :

là góc nội tiếp chắn 

là góc nội tiếp chắn cung 

(hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét và ta có:

chung ; 



Lại có: (hai cung bằng nhau chắn hai dây bằng nhau)

Vậy 

1. **Khi đường tròn (O) và B, C cố định………**

Đặt . Xét và có:

(cạnh huyền – góc nhọn)

(hai cạnh tương ứng)

Giả sử, khi đó ta có:



Xét và có:

(cạnh huyền – cạnh góc vuông)

(hai cạnh tương ứng)



Xét tam giác vuông tại K có: 

Xét tam giác vuông vuông tại T có: 



Vì đường tròn (O) và BC cố định nên số đo cung không đổi

số đo cung BC không đổi (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn)không đổi không đổi

Vậy không đổi, với số đo cung BC không đổi.

**PHÚ YÊN**

**Câu 16.** *(2,00 điểm)* Cho đường tròn đường kính Trên (O) lấy điểm sao cho .Trên đoạn thẳng lấy điểm cố định (I khác O, B). Đường thẳng qua

vuông góc với cắt tại E, cắt tại F

1. Chứng minh rằng: là tứ giác nội tiếp
2. Gọi là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác với (M khác A). Chứng minh rằng tam giác cân
3. Chứng minh rằng khi di chuyển trên thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác chạy trên một đường thẳng cố định

**ĐÁP ÁN**

**Câu 16.**

****

1. **Chứng minh rằng tứ giác là tứ giác nội tiếp**

Vì là góc nôi tiếp chắn nửa đường tròn nên 

Xét tứ giác có: Tứ giác là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh rằng cân**

Vì tứ giác là tứ giác nội tiếp (các điểm cùng thuộc đường tròn ngoại tiếp (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp). Ta lại có:

vuông tại 

vuông tại C)

(cùng phụ với 

Từ và cân tại E

1. **Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF chạy trên một đường thẳng cố định**

Ta có: cân tại E (cmt), mà nên là trung điểm của đường cao đồng thời là đường trung tuyến)là điểm đối xứng với B qua I và 

Mà cố định không đổi nên không đổi.

Lại có cố định nên M cố định

Đường tròn ngoại tiếp tam giác đi qua điểm nên tâm đường tròn nội tiếp thuộc đường trung trực của 

Vì cố định nên trung trực của là cố định

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác thuộc trung trực của AM cố định, với là điểm đối xứng với B qua I

**QUẢNG BÌNH**

**Câu 5. (3,5 điểm)** Cho tam giác vuông ở có đường cao Trên nửa mặt phẳng bờ chứa điểm vẽ nửa đường tròn đường kính cắt tại (khác và nửa đường tròn đường kính cắt tại Kkhác C). Chứng minh rằng:

1. Tứ giác là hình chữ nhật
2. Tứ giác là tứ giác nội tiếp
3. là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn và 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. Xét tứ giác có 

Và theo giả thiết:  nên là hình chữ nhật

1. Vì là hình chữ nhật nên 

Hơn nữa, ta có:(cùng chắn cung của nửa đường tròn 

Do đó tứ giác là tứ giác nội tiếp

1. Ta có:



Tương tự ta cũng có: 

Từ đó ta có: là tiếp tuyến chung của hai đường tròn và 

**QUẢNG NAM**

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn là điểm cố định nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ đường thẳng vuông góc với tại lấy điểm tùy ý trên d (khác A). Vẽ hai tiếp tuyến của đường tròn là hai tiếp điểm; và khác phía với đường thẳng 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong đường tròn
2. Hạ vuông góc với tại gọi là giao điểm của và Chứng minh 
3. Chứng minh rằng khi thay đổi trên thì đường thẳng luôn đi qua điểm cố định

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Vì là hai tiếp tuyến nên 

Tứ giác có là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Ta có: là hai tiếp tuyến của (O)(tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

đường trung trực của 

Có thuộc trung trực của BC (2)

Từ (1) và (2)là đường trung trực của tại H

Vì tứ giác nội tiếp trong đường tròn (câu a)

(cùng chắn cung OB)

Mà cân tại O (vì (tính chất tam giác cân)

Ta có: tại A)

là tiếp tuyến của (O))



Xét tứ giác có hai đỉnh A và B kề nhau cùng nhìn dưới một góc 

là tứ giác nội tiếp(cùng chắn cung OB ) (5)

Từ 

Xét và có:

;



1. **Chứng minh rằng khi thay đổi trên thì đường thẳng luôn đi qua điểm cố định**

Gọi giao điểm của và là I

Xét và có: chung; 

(hệ thức lượng)

. Do (O), điểm cố định suy ra là khoảng cách từ O đến d không đổi, R không đổi nên không đổi, I thuộc cố định, do đó là điểm cố định.

**QUẢNG NGÃI**

**Bài 4. (3,5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm đường kính và điểm bất kỳ trên nửa đường tròn đó . Trên nửa mặt phẳng bờ chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến Tia cắt tại I, tia phân giác của góc cắt nửa đường tròn tại và cắt tia tại F. Tia cắt tại và cắt tại H

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn
2. Chứng minh là tam giác cân
3. Chứng minh tứ giác là hình thoi
4. Xác định vị trí của điểm để tứ giác nội tiếp được đường tròn.

**ĐÁP ÁN**

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn**

Xét đường tròn ta có:

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

Vậy tứ giác nội tiếp đường tròn (đpcm)

1. **Chứng minh là tam giác cân**

Tứ giác nội tiếp nên (cùng chắn 

Mà là tia phân giác của nên 

Mà 

Nên 

Tam giác có nên cân tại B

1. **Chứng minh tứ giác là hình thoi**

Tam giác cân tại B (cmt) nên vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến

Nên là trung điểm 

Tam giác có vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên cân tại Acũng là đường trung tuyến là trung điểm HK

Tứ giác có hai đường chéo, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình bình hành, mà nên tứ giác là hình thoi 

1. **Xác định vị trí của điểm M để tứ giác nội tiếp được đường tròn**

là hình thoi nên nên tứ giác là hình thang

Để tứ giác là tứ giác nội tiếp thì 

Mà (kề bù) nên hay 

Do đó tam giác vuông cân nên 

là điểm chính giữa của cung 

**QUẢNG NINH**

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn và là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. Từ điểm kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn là hai tiếp điểm). Gọi là giao điểm của và Kẻ đường kính của đường tròn cắt đường tròn tại điểm thứ hai là 

1. Chứng minh là tứ giác nội tiếp
2. Tính độ dài biết 
3. Chứng minh 
4. Tia cắt tại F. Chứng tỏ là trung điểm của 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Xét đường tròn có là các tiếp tuyến 

Xét tứ giác có là tứ giác nội tiếp

1. **Tính độ dài biết **

Xét đường tròn có là hai tiếp tuyến cắt nhau tại 

Suy ra (tính chất) mà là đường trung trực của đoạn thẳng 

Do đó tại 

Xét tam giác vuông tại theo định lý Pytago ta có:



Xét vuông tại B có là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: Vậy 

1. Xét vuông tại B có là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

Xét và có: chung; (cùng chắn 



Từ (1) và (2) suy ra : 

d) **Chứng tỏ là trung điểm của **

Xét đường tròn (O) có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Lại có: (so le trong)

Xét có (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn 

Suy ra 

Xét và có: chung; 



Theo câu ta có: 



Suy ra tứ giác là tứ giác nội tiếp (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)(cùng phụ với 

Xét đường tròn có (hai góc nội tiếp cùng chắn 

Lại có: (do vuông tại 

Nên hay 

Xét tam giác vuông tại có là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: 

Từ (\*) và (\*\*) suy ra là trung điểm 

**QUẢNG TRỊ**

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn Các đường cao và của tam giác cắt nhau tại H. Gọi là giao điểm thứ hai của và đường tròn Chứng minh rằng:

1. là tứ giác nội tiếp
2. 
3. 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. Ta có: tứ giác nội tiếp
2. Ta có : (tứ giác nội tiếp cùng chắn cung AC)

là tứ giác nội tiếp

(góc trong tại 1 đỉnh bằng góc ngoài tại đỉnh đối diện)



Mặt khác (do tứ giác nội tiếp)

Tương tự ta có: là tứ giác nội tiếp)

là tứ giác nội tiếp); (đối đỉnh)

Nên 

Từ (1) và (2) suy ra 

1. Kẻ đường kính chứng minh được là hình bình hành nên đi qua trung điểm M của BCmà vuông tại I - tính chất đường kính dây cung)

Áp dụng định lý Pytago và các biến đổi ta có:



Mà 



**SÓC TRĂNG**

**Bài 5. (3,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại A. Gọi là trung điểm và O là trung điểm của Vẽ đường tròn tâm bán kính Kẻ cắt tại D, đường thẳng cắt tại 

1. Chứng minh là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh và tính tích theo 
3. Gọi là giao điểm của với và là giao điểm của với 

Chứng minh 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 5.**

****

1. **Chứng minh là tứ giác nội tiếp**

Ta có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

1. **Chứng minh và tính tích theo AC**

Xét và có:

(đối đỉnh); 

(hai cạnh tương ứng)

Mà là trung điểm nên 

Vậy 

1. **Chứng minh **

Kẻ và (định lý Ta – let )

Nhân hai vế của và ta được:



**SƠN LA**

**Câu 6. (3,0 điểm)** Từ điểm A bên ngoài đường tròn tâm vẽ các cát tuyến (B, C là các tiếp điểm). Gọi là giao điểm của và 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp được đường tròn .
2. Tính diện tích tam giác trong trường hợp bán kính đường tròn (O) bằng và 
3. Dây cung thay đổi nhưng luôn đi qua Chứng minh là tia phân giác của góc 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 6.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp được đường tròn**

Ta có: là các tiếp tuyến của đường tròn (O)



Xét tứ giác có: là tứ giác nội tiếp

1. **Tính diện tích tam giác ABC**

Ta có: thuộc đường trung trực của 

(tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)thuộc đường trung trực của 

là đường trung trực của 

là trung điểm của (tính chất đường kính dây cung)

Áp dụng định lý Pytago vào vuông tại B ta có:



Áp dụng hệ thức lượng cho vuông tại B, đường cao BH ta có:





Vậy khi thì 

1. **Chứng minh AO là tia phân giác của **

Ta có : là tứ giác nội tiếp (theo câu a)

điểm cùng thuộc đường tròn đường kính 



Ta có 4 điểm cùng thuộc một đường tròn (phương tích ) (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

Xét và có:

(đối đỉnh)

(hai góc tương ứng)

là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh liên tiếp A, E cùng nhìn cạnh OF dưới các góc bằng nhau)

Xét đường tròn ngoại tiếp có (vì 

là tia phân giác của 

**TÂY NINH**

**Câu 5.(1,0 điểm)** Cho tam giác cân Biết Gọi M là trung điểm tính theo độ đoạn thẳng 

**Câu 9.(1,0 điểm)** Cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng Gọi là trung điểm của và N là điểm trên cạnh AD sao cho Hai đoạn CM và BN cắt nhau tại K. Tính diện tích của tam giác 

**Câu 10.(1,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại A có và đường cao thuộc cạnh BC). Trên cạnh lấy D sao cho Gọi là trung điểm đường thẳng cắt tại E. Tính 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

****cân mà 



Xét vuông tại M, áp dụng định lý Pytago ta có:



**Câu 9.**

****

Kẻ 

Có: 





Mà 



**Câu 10.**

****

Xét  vuông tại A mà vuông cân tại A

Lại có: là trung điểm của 

có là đường trung tuyến, đồng thười cũng là đường cao

mà là đường cao)

Xét tứ giác có 2 đỉnh H và I kề nhau cùng nhìn cạnh dưới 1 góc vuông

Nên tứ giác là tứ giác nội tiếp (cùng chắn cung AI)

Mà 



vuông tại (hai góc phụ nhau)

hay (2)

Ta có: là góc ngoài của 

Từ 

**THỪA THIÊN HUẾ**

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho tam giác có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm Gọi là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ sao cho nhọn không trùng A và C). Gọi và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ đến và Gọi  là trung điểm của là trung điểm của Chứng minh rằng :

1. Tứ giác nội tiếp
2. Tam giác và tam giác đồng dạng
3. và 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 5.**

****

1. **Tứ giác là tứ giác nội tiếp**

Ta có: 

Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau).

1. **Tam giác và tam giác đồng dạng**

Theo câu tứ giác nội tiếp nên 

Tứ giác nội tiếp nên 

Từ (1) và (2) suy ra (cùng bù với 

(hai góc nội tiếp cùng chắn 

(cùng chắn 

Từ (3) và (4) suy ra 

Xét và có:



1. **và **

Từ câu b ta có: (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Xét và có:

(2 cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Lại có: (hai góc tương ứng)



Xét và có:



(hai góc tương ứng) mà nên 

**TIỀN GIANG**

**Bài V. (3 điểm)**

1. Cho tam giác vuông tại biết Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho hai đường tròn và tiếp xúc ngoài tại với Kẻ là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn với tiếp tuyến chung trong tại của hai đường tròn cắt tại 
3. Chứng minh 4 điểm cùng thuộc một đường tròn
4. Gọi là giao điểm của và là giao điểm của và Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật
5. Chứng minh rằng tam giác đồng dạng với tam giác 
6. Cho biết và Tính diện tích tứ giác 

**ĐÁP ÁN**

**Bài V.**



****

Áp dụng định lý ta có:



Vậy 



****

1. **Chứng minh bốn điểm cùng thuộc một đường tròn**

Gọi là trung điểm của ta có:

là tiếp tuyến với tại B)vuông tại 

(trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền)

là tiếp tuyến với tại vuông tại A

 (trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền)

Từ và 

Vậy bốn điểm cùng thuộc đường tròn tâm đường kính 

1. **Chứng minh là hình chữ nhật**

Ta có: 

(tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)là đường trung trực của đoạn 

Tương tự 

cân tại 

cân tại 

Từ (1) và (2) suy ra 

Mà (tổng 3 góc trong tam giác)



Tứ giác có ba góc vuông nên là hình chữ nhật 

1. **Chứng minh **

Theo câu b, tứ giác là hình chữ nhật nên 

Mà tứ giác nội tiếp (câu a) nên cùng chắn cung BM) (4)

Từ và suy ra 

Xét và có: chung; 



1. **Tính diện tích tứ giác **

Tứ giác là hình chữ nhật nên vuông tại M

là đường cao trong tam giác vuông nên:





Ta có: 

Tứ giác có và nên là hình thang vuông



Vậy 

**TRÀ VINH**

**Đề 1.**

Cho tam giác có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O). Các đường cao cắt nhau tại H

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn
2. và cắt đường tròn lần lượt tại Chứng minh 
3. Chứng minh là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác 

**Đề 2**

Từ một điểm ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến đến đường tròn là hai tiếp điểm). Qua vẽ đường thẳng song song với cắt đường tròn tại đoạn thẳng cắt đường tròn tại Hai đường thẳng và cắt nhau tại I. Chứng minh

1. Tứ giác nội tiếp đường tròn
2. 
3. 

**ĐÁP ÁN**

**Đề 1.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Ta có: 

Xét tứ giác có 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

Xét tứ giác có: 

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)(hai góc nội tiếp cùng chắn 

Lại có (hai góc nội tiếp cùng chắn cung   
Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên 

1. **Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp **

Xét tứ giác có: 

là tứ giác nội tiếp

(hai góc nội tiếp cùng chắn 

Lại có là tia phân giác của 

Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có là phân giác của 

Vậy H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác 

**Đề 2.**

****

1. **Tứ giác nội tiếp đường tròn**

Ta có là các tiếp tuyến tại của 

Xét tứ giác có mà hai góc này đối diện nên là tứ giác nôi tiếp

1. ****

Xét và có:chung

(góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn 



1. **Chứng minh **

Ta có: (hai góc so le trong)

Hay 

Lại có: (cùng chắn 

Xét và có:chung; 





**TUYÊN QUANG**

**Câu 32.(1,0 điểm)** Cho hình chữ nhật có Gọi H là chân đường cao kẻ từ xuống đường thẳng Tính độ dài đoạn thẳng và diện tích tam giác 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 32.**

****

Xét tam giác vuông có: 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông tại A, ta có:



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ta có:



Vậy 

**VĨNH LONG**

**Bài 6. (2,5 diểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính Vẽ đường thẳng vuông góc với tại Trên lấy điểm sao cho nằm bên ngoài nửa đường tròn Kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn là tiếp điểm, và nằm cùng một phía đối với đường thẳng 

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp được đường tròn
2. Nối cắt nửa đường tròn tại C. Chứng minh 
3. Gọi là giao điểm của và là giao điểm của tia và nửa đường tròn 

Chứng minh 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 6.**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

Ta có: 

là tiếp tuyến của tại E nên 

Tứ giác có  nên tứ giác là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề cùng 1 cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau.(đpcm)

1. **Chứng minh **

Nối với C, với B

Xét và có: chung; (cùng chắn 

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Vậy 

1. **Chứng minh **

Xét và có:

chung;(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) mà 

Xét và có: (góc tương ứng ) (1)

Kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O)

Do (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Xét và có: chung; 

(các góc tương ứng) (2)

Lại có tứ giác nội tiếp (câu a) nên 4 điểm cùng thuộc một đường tròn(3)

Tứ giác có nên là tứ giác nội tiếp,do đó 4 điểm cùng thuộc một đường tròn (4)

Từ (3) và (4) suy ra 5 điểm cùng thuộc một dường tròn suy ra tứ giác nội tiếp nên 

Từ (1), (2), (5) suy ra 

 thẳng hàng hay là giao điểm của với nửa đường tròn (O)

Tứ giác nội tiếp

(cùng chắn cung 

**VĨNH PHÚC**

**Câu 7. (3,0 điểm)** Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn .Từ điểm kẻ hai tiếp tuyến và đến là các tiếp điểm). Kẻ đường kính của đường tròn Đường thẳng đi qua O vuông góc với đường thẳng và cắt lần lượt tại Gọi là giao điểm của và BC.

1. Chứng minh rằng các tứ giác nội tiếp đường tròn
2. Chứng minh rằng 
3. Biết đường tròn có bán kính Tính độ dài đoạn thẳng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 7.**

****

1. **Chứng minh rằng các tứ giác nội tiếp đường tròn**

Vì là các tiếp tuyến của nên 

là tứ giác nội tiếp

Vì (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

là trung trực của tại 

Xét tứ giác có : 

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

1. **Chứng minh **

Vì là tứ giác nội tiếp (góc và góc trong tại đỉnh đối diện). Xétvà có:





1. **Tính độ dài đoạn thẳng **

Vì là trung trực của 

Xét vuông tại B, đường cao BI ta có:

(hệ thức lượng trong tam giác vuông)

(Định lý Pytago)

Ta có là đường kính của nên 

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ta có:



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác ta có:



Xét và có:chung; 



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có :



Xét và có: chung; 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Vậy 

YÊN BÁI (KHÔNG CÓ)

-----------------------------------------END----------------------------------------

*-NGUYỄN ĐÌNH PHÚC (TP.HCM)-*