**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẬN DỤNG CAO**

**VECTƠ - TÍCH VÔ HƯỚNG**

**VẤN ĐỀ 1. BIỂU DIỄN VÉC TƠ**

**Câu 1.** Cho tam giác ABC biết  ,  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  .Gọi  là các số thực dương thỏa mãn .Tính 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Vũ Ngọc Thành Tên FB: Vũ Ngọc Thành***

**Chọn B**



Dựng hình bình hành  như hình vẽ. Khi đó 

Theo tính chất đường phân giác trong tam giác :  , 

Suy ra .

Từ  suy ra .

Do là hai véc tơ không cùng phương suy ra  với .

Vậy .

***Email: tiethanh.78@gmail.com***

**Câu 2.** Cho hình bình hành . Gọi  là trung điểm của ,  là trọng tâm tam giác . Đặt . Hãy tìm đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau?

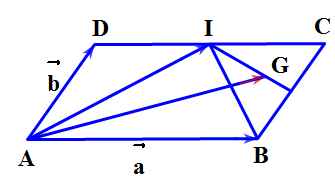
**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Thi Tiết Hạnh Tên FB: Hạnhtiettiet***

**Chọn A**



\*  là trung điểm của  nên:  .

\*  là trọng tâm tam giác  nên: , thay  và  ta được .

Email: [ilovemath.ddt@gmail.com](mailto:ilovemath.ddt@gmail.com)

**Câu 3.** Cho tam giác  với các cạnh . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác AB**C.** Đẳng thức nào sau đây đúng.

**A**.  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**



***Họ và tên : Dương Bảo Trâm Facebook: Bảo Trâm***

Chọn A

Qua C dựng đường thẳng song song với AI cắt BI tai B’;song song với BI cắt AI tại A’

Ta có  (\*)

Theo định lý Talet và tính chất đường phân giác

trong ta có :



Tương tự : 

Từ (1) và (2) thay vào (\*) ta có :



Đ/c mail: honganh161079@gmail.com

**Câu 4.** Cho hình thang cân ABCD có CD là đáy lớn,  . Biết DA = a, DC = b, hãy biểu diễn  theo hai vectơ  và .

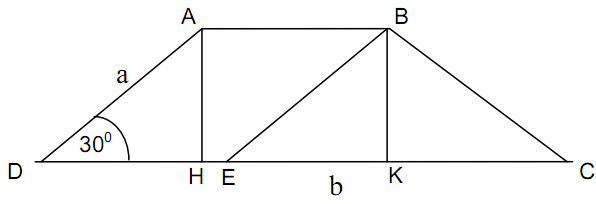


**A.** **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Họ tên: Đỗ Thị Hồng Anh***



Kẻ BE // AD , E nằm trên cạnh C**D.** Ta có:

.

Vậy đáp án đúng là câu **B.**

Email: [kimduyenhtk@gmail.com](mailto:kimduyenhtk@gmail.com)

**Câu 5.** Cho hình bình hành ,  là điểm thỏa mãn . Trên các cạnh,  lần lượt lấy các điểmsao cho . Gọi  là giao điểm của  và  . Giá trị của tổng   bằng:

**A.** **B.**  **C.**  **D.**

**Lời giải**

***FB: Kim Duyên Nguyễn***.



Đặt 

Vì 

Ta có: 

Nên 

Do  thẳng hàng nên 

Mặt khác 

Từ (1) và (2) suy ra  . Do đó  . Đáp án D

***Email: thuangiaoyen@gmail.com***

**Câu 6.** Cho tứ giác ABCD, M là điểm tùy ý. K là điểm cố định thỏa mãn đẳng thức . Tìm x :

**A.**2. **B.**6. **C.**5. **D.**4.

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Phạm Thị Ngọc Tên FB: Giang Thao***

**Chọn B**

Vì đẳng thức  (1) thỏa mãn với mọi M nên nó đúng khi M trùng với K. Khi đó ta có : (2).

Gọi G là trọng tâm , ta có  (3).

Thay (3) vào (2) ta được , suy ra K là trung điểm của G**D.**

Từ (1) ta có:

Vậy suy ra x = 6.

**Email:** [**ngthhoai1705@gmail.com**](mailto:ngthhoai1705@gmail.com)

**Facebook: https://www.facebook.com/hoaihappy**

**Câu 7.** Cho tam giác , trên cạnh  lấy điểm , trên cạnh  lấy điểm  sao cho , . Gọi  là giao điểm của  và . Tính diện tích tam giác  biết diện tích tam giác  bằng 1.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

***Họ và tên: Nguyễn Thanh Hoài***



**Chọn C**

Ta có:  và .

  (1)

Đặt  ta được 

Thay vào (1) và thu gọn ta được: 

Suy ra . Với  ta được 



Vì .

***Email: ngocuyen203@gmail.com***

**Câu 8.** Cho tam giác , gọi  là điểm trên  kéo dài sao cho  . Gọi  lần lượt là những điểm trên cạnh  sao cho  . Khi đó  . Tính tổng  ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Trần Ngọc Uyên Tên FB: Tran Ngoc Uyen***

**Chọn B**

Ta có:  (1)

 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 

Ta có:  . Chọn đáp án **B.**

**Email: huanpv@dtdecopark.edu.vn**

**Câu 9.** Cho hình bình hành ABCD, lấy M trên cạnh AB và N trên cạnh CD sao cho . Gọi I và J là các điểm thỏa mãn .

Khi J là trọng tâm tam giác BMN thì tích m.n bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***(Họ và tên tác giả : Phạm Văn Huấn, Tên FB: Pham Van Huan)***

**Chọn A**



J là trọng tâm tam giác BMN khi và chỉ khi  (9)

Ta có

\* 

\* 

\* 

Nên thay vào (9) ta có 



Email: [namlongkontum@gmail.com](mailto:namlongkontum@gmail.com) FB: nguyennga

**Câu 10.** Cho tam giác ABC, trên cạnh AB lấ điểm M, trên cạnh BC lấ N sao cho AM=3MB, NC=2BN. Gọi I là giao điểm của AN với CM. Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác ICN bằng 2.

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

***Họ và tên: Hứa Nguyễn Tường Vy***

**Chọn đáp án B**



Đặt  .

Suy ra 

Do A, I, N thẳng hàng nên 

Và M, I, C thẳng hàng nên 

Mặt khác 

Mà  không cùng phương suy ra 

Với 

Hay 

Mà 

**congsondienan@gmail.com**

**Câu 11.** Cho ∆ABC có trọng tâm G và hai điểm M, N thỏa mãn: , . Chọn mệnh đề đúng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***(Họ và tên tác giả : Trần Công Sơn, Tên FB: Trần Công Sơn)***

**Chọn B**

.

Gọi E là trung điểm B**C.** M, N là các điểm như hình vẽ.

Ta có: .

.

Nên .

Vậy .

**Câu 12.** (Đẳng thức vec tơ) Cho tam giác . Gọi A', B' ,C' là các điểm xác định bởi , , . Khi đó , mệnh đề nào sau đây đúng?

**A. ** và có cùng trọng tâm.

**B. **.

**C. **.

**D. ** và  có cùng trực tâm.

**Lời giải**

***(Email): tranminhthao2011@gmail.com***

**Chọn A**

Ta có 



 (1)

Tương tự ta có 

Cộng vế với vế lại ta được

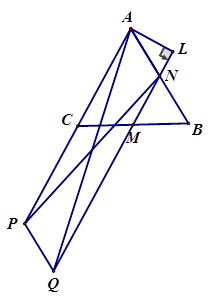
.

Vậy  và có cùng trọng tâm

**Câu 13.** ( tính độ dài vec tơ) Cho tam giác đều  cạnh . Gọi điểm là trung điểm . Tính độ dài của vec tơ 

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

****

**Chọn B**

Gọi  là trung điểm ,  là điểm đối xứng của  qua  và  là đỉnh của hình bình hành .

Khi đó ta có  suy ra theo quy tắc hình bình hành ta có 

Gọi  là hình chiếu của  lên 

Vì 

Xét tam giác vuông  ta có 



Ta lại có 

Áp dụng định lí Pitago trong tam giác  ta có



Vậy 

Email: tranquocan1980@gmail.com

**Câu 14.** Cho ΔABC có M là trung điểm của BC, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Tìm  để .

**A.  B. . C.  D..**

**Lời giải**

***Họ và tên: Trần Quốc An Facebook: Tran Quoc An***



**Chọn A**

Gọi  là điểm đối xứng với A qua O , ta có :



Tương tự ta chứng minh được 

Từ (1) ,(2) suy ra tứ giác BHCA’ là hình bình hành .

Do đó M là trung điểm của  .

Ta có : 



buiduynam1993@gmail.com

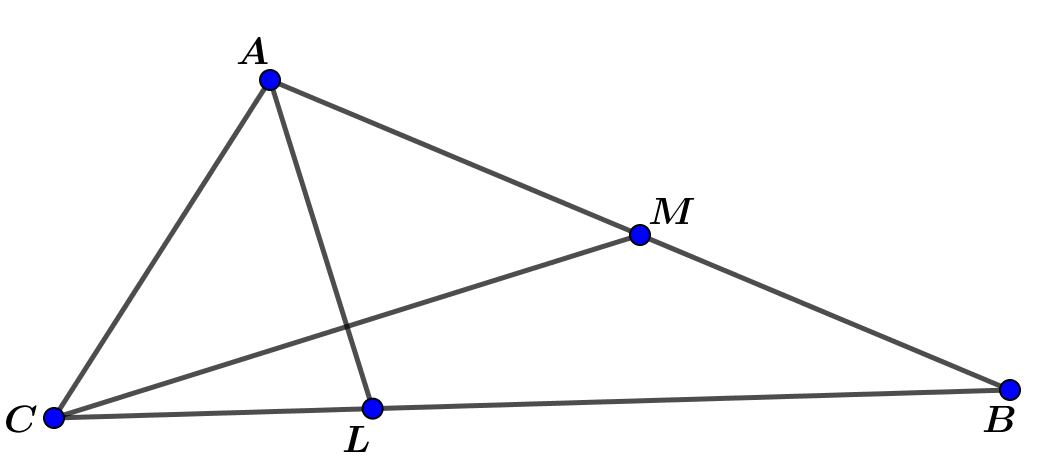
**Câu 15.** Cho tam giác  có đường trung tuyến  vuông góc với phân giác trong . Giả sử ngoài ra còn có . Biết . Tính 

**A.**. **B.** . **C.**. **D.**.

**Lời giải**

***Bùi Duy Nam sưu tầm. FB: Bùi Duy Nam***

**Chọn A**

****

Ta có  cân tại  với , .

Theo đề bài  là phân giác trong của góc  nên: .

.

Lai có .

Từ .

Vậy .

**Email:** [**phamthanhmy@gmail.com**](mailto:phamthanhmy@gmail.com)

**Câu 16.** Cho tam giác . Gọi  là các điểm lần lượt thỏa mãn , ,  Gọi  là giao điểm của  và . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A. . B. .**

**C. . D. .**

**Lời giải**

***Họ và tên: Phạm Thanh My Facebook: Pham Thanh My***

**Chọn C**

****

Gọi  là giao điểm của  và .

Áp dụng định lý Menelaus ta có  mà  là trung điểm .

Áp dụng định lý Menelaus ta có 



Email: ntyen.c3lqd@gmail.com

**Câu 17.** Cho hình thang  có hai đường chéo vuông góc với nhau. Biết  Tìm 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Yến Tên FB: Nguyễn Yến***

**Chọn B**





**Mail:quyphucvn@gmail.com Fb:Thanh Lâm Lê**

**Câu 18.** Cho tam giác  có .Gọi là đường phân giác trong của góc .Biết .Khi đó tổng  có giá trị là:

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Lời giải**

A

***Họ và tên tác giả :Lê Thanh Lâm***

**Chọn A**

B

C

D

Theo tính chất đường phân giác trong của góc trong tam giác  ta có:



 .Ta có  .Vậy tổng . Chọn A

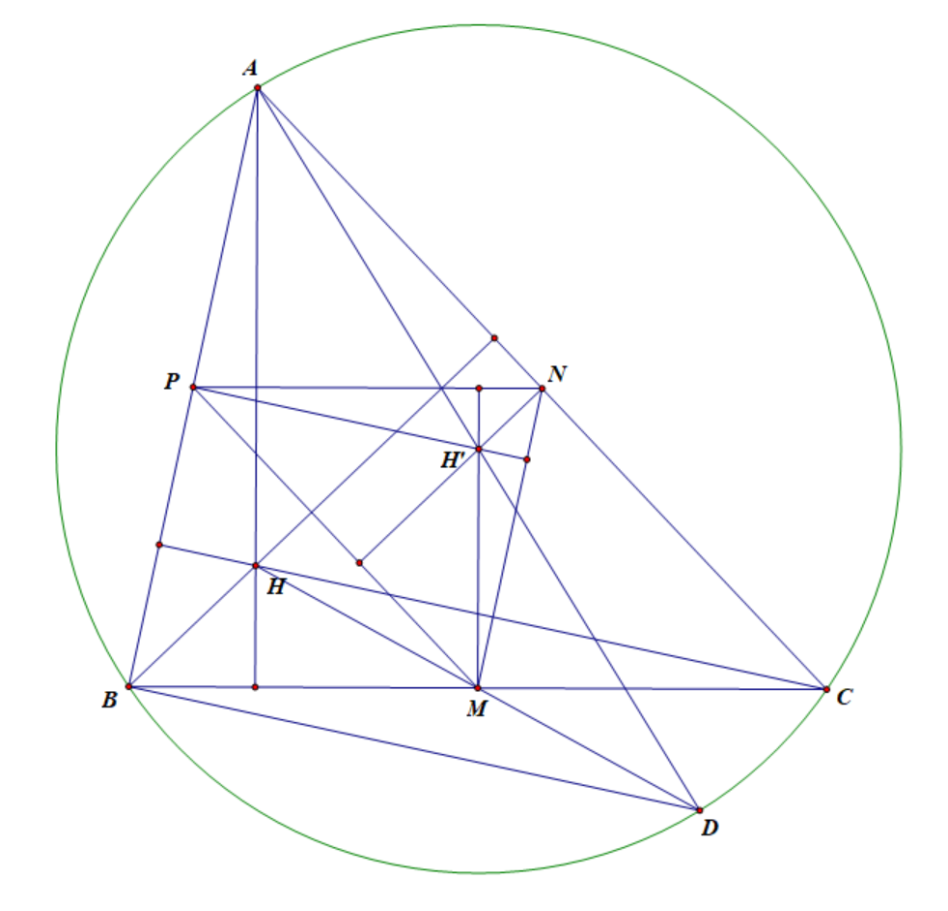
**Câu 19.** Cho tam giác  bất kỳ, gọi  lần lượt là trung điểm các cạnh .  lần lượt là trực tâm các tam giác . Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



 là trực tâm tam giác  nên  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Gọi  là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  nên  là hình bình hành suy ra .

**Mail :** [**kimlinhlqd@gmail.com**](mailto:kimlinhlqd@gmail.com)

**Câu 20.** Cho tam giác đều ABC tâm O. M là một điểm bất kì bên trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M lên BC, CA, A**B.** Với giá trị nào của k ta có hệ thức:

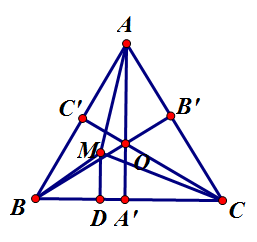


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

***Huỳnh Kim Linh GV Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn Khánh Hòa***

**Chọn** **C**



Gọi hình chiếu của M lên cạnh BC là **D.** Ta có

.



Tương tự cho các đánh giá khác.

Do đó :







**Cách Khác: Qua M kẻ các đường thẳng song song với các cạnh BC, CA, AB**

***Email: thanhdungtoan6@gmail.com***

**Câu 21.** Một giá đỡ hình tam được gắn vào tường (như hình vẽ). Tam giác ABC vuông cân tại **B.** Người ta treo vào điểm A một vật nặng 10N. Tính độ lớn của các lực tác động vào tường tại B và C? (Bỏ qua khối lượng của giá đỡ)



**A.**

**B**. 

**C.**

**D.** 

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Thanh Dũng Tên FB: Nguyễn Thanh Dũng***

**Đáp án: B**



Hệ chất điểm cân bằng nên 

Tam giác ABC vuông cân tại B suy ra 

***Email: giachuan85@gmail.com***

**Câu 22.** Cho ba điểm , , thuộc đường tròn tâm , thỏa mãn . Tính góc ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên: Trần Gia Chuân Tên facebook: Trần Gia Chuân***

**Chọn A**

Do  nên  là trọng tâm tam giác .

Mà  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác nên tam giác ABC đều. Vậy góc 

***Email: giachuan85@gmail.com***

**Câu 23.** Cho tam giác . Điểm  trên cạnh  thỏa mãn , khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên: Trần Gia Chuân Tên facebook: Trần Gia Chuân***

**Chọn B**

**Cách 1:** Giả sử  khi đó

Ta có



Mà  suy ra 

**Cách 2:**



***Email: cvtung.lg2@bacgiang.edu.vn***

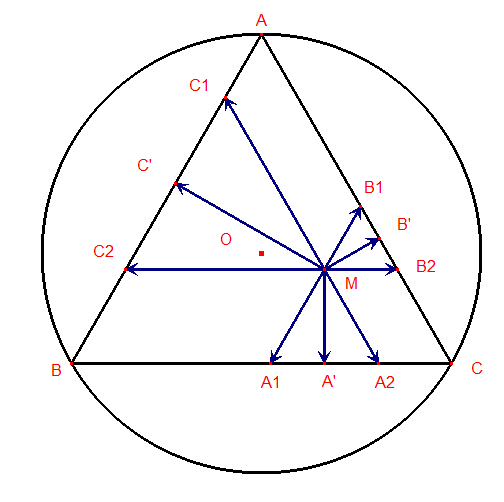
**Câu 24.** Cho tam giác đều nội tiếp đường tròn tâm  là một điểm tùy ý nằm bên trong tam giác đã cho; gọi theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của  lên các cạnh  và . Khi đó ta có đẳng thức vectơ  là phân số tối giản. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Cao Văn Tùng Tên FB: Cao Tung***

**Chọn B**

****

Từ *M* kẻ các đường thẳng song song với các cạnh  và các đường thẳng này cắt các cạnh của tam giác  tại các điểm  như hình trên.

Xét tam giác  do tam giác đều và tính chất của góc đồng vị nên góc  suy ra tam giác  đều và  là trung điểm của từ đó ta có: 

Chứng minh tương tự ta có .

Suy ra , mặt khác các tứ giác  là hình bình hành nên  .

Vậy .

Email: [trang145@gmail.com](mailto:trang145@gmail.com)

**Câu 25.** Cho hình vuông ABCD , E,F thõa mãn  ; 

Ta có . Khi đó tỉ số k,l thõa mãn cặp nào sau:

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Họ tên: Nguyễn Thị Trang Fb: Trang Nguyen***

**Chọn B**



Kẻ EK//AB

Ta có: 

**Câu 26.** Cho tam giác , trên cạnh lấy điểm , trên cạnh lấy điểm  sao cho: , , gọi  là giao điểm của  và .Tính diện tích  biết diện tích  bằng 1.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***(Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Phương Thảo, Tên FB: Nguyễn Thị Phương Thảo)***

**Chọn D**



Vì  thẳng hàng nên: 

Tương tự: 



hay  (1)

Đặt , .

Ta có: 

Thay vào (1) ta có: 



Từ đó ta có: 

Với  **** 

**** hay **** .

Vì .

***Email: Quanvan09@gmail.com***

**Câu 27.** Cho tam giác  có trực tâm H, trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O. Chọn khẳng định đúng?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên : Nguyễn Văn Quân Tên FB: Quân Nguyễn***



Dễ thấy:  nếu tam giác  vuông.

Nếu tam giác không vuông gọi D là điểm đối xứng của A qua O. Khi đó:

(vì cùng vuông góc với AC).

(vì cùng vuông góc với AB).

Suy ra  là hình bình hành, do đó theo quy tắc hình bình hành thì  (1).

Mặt khác vì O là trung điểm của AD nên  (2).

Từ (1) và (2) suy ra ..

***Tên facebook: NT AG***

**Câu 28.** Cho tam giác  có  là trung điểm của ,  là một điểm trên đoạn  sao cho . Gọi ,, . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả: Nguyễn Đặng***

**Chọn B**

****

Đặt:, , .

Theo bài ra ta có 

Do  thẳng hàng nên 

Do  thẳng hàng nên 

Từ đó: , lại có 

**Câu 29.** Cho hình thang  có . Gọi  lần lượt là trung điểm của . Kẻ và . Gọi , kẻ . Khi đó trong tam giác hệ thức nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta chứng minh 

Kẻ . Tứ giác  nội tiếp  

Khi đó  là tứ giác nội tiếp.

 là các đường trung bình của các tam giác 

 là các đường trung trực của  nên . Vậy   

Từ đó suy ra  là trực tâm tam giác . Nên đáp án đúng là B

***Email: nguyenvantoannbk@gmail.com***

**Câu 30.** Cho , điểm thuộc cạnh  sao cho . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

**A.** . **B.** .

**C.**  **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Toản Tên FB: Dấu Vết Hát***

**Chọn C**

Kẻ đường cao  của .

Ta có , suy ra **A** đúng.

Tương tự **D** cũng đúng.

Từ giả thiết ta có , suy ra **B** đúng.

**(C** sai vì ).

**(Tác giả: Nguyễn Văn Phùng ,Gmail: nvpmaster0808@gmail.com)**

**Câu 31.** Cho tam giác .  là điểm nằm trên cạnh  sao cho . Một đường thẳng cắt các cạnh  lần lượt tại  phân biệt. Biết rằng . Tìm số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***(Tác giả: Nguyễn Văn Phùng ,Gmail: nvpmaster0808@gmail.com)***

**Chọn C**



Ta có 

Đặt 

Ta có 



Lại có: 

Mặt khác ,  cùng phương nên 

Hay .

Từ đó suy ra .

**nguyenchitrung12@gmail.com**

**Câu 32.** Cho  điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là . Bạn Bình kí hiệu chúng là  (). Vectơ tổng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**(Sưu tầm, Tên FB: Trung Nguyễn Chí)**

**Chọn A**

Lấy điểm  bất kì. Khi đó

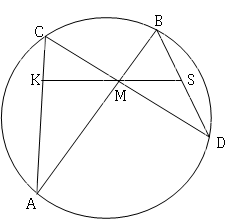


Vì  nên



Do đó .

**Câu 33.** Trong đường tròn (O) với hai dây cung AB và CD cắt nhau tại M. Qua trung điểm S của BD kẻ SM cắt AC tại K sao cho  .Tính: 

**

**A.** 2a **B.**  **C.**  **D**. a

**Lời giải**



Ta có:  (1)

Do  cùng phương nên: 

Mặt khác



Từ (1) và (2) suy ra 

**Câu 34.** Cho tam giác AB**C.** Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn:.

Điểm K trên AD sao cho 3 điểm B, K ,E thẳng hàng. Xác định tỷ số 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**



Ba điểm K, B, E thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại  sao cho:

 (1)

Đặt 

 (2)

Áp dụng hệ quả 5 thì từ (1) và (2) ta có:



Vậy  

**Email:** lethithuy@thpthv.vn

**Câu 35.** Cho tam giác ABC vuông tại C, có , D là chân đường cao kẻ từ **C.** Khẳng định nào sau đây là đúng?

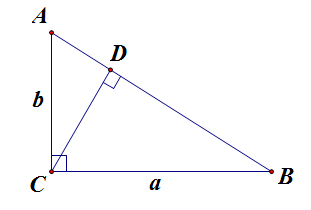
**A.** . **B.** .

**C.**  **D.** .

**Lời giải**

**Facebook: Lê Văn Kỳ**

**Chọn A**



Ta có  .

Lại có: .

Vậy 

Email: [huyenbla81@gmail.com](mailto:huyenbla81@gmail.com)

**Câu 36.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi I là điểm xác định bởi  Gọi E là giao điểm của AI và BG. Tính tỷ số 

**A.** 2. **B.**  **C.** 3. **D.** 

**Lời giải**

**(Họ tên tác giả: Nguyễn Thị Thu Huyền. Tên FB: Thu Huyen Nguyen)**

**Chọn B**

G

A

B

C

E

I

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có:



Mà: 

Vậy ta có: 



 (hình vẽ)



**Email:** [**nghiepbt3@gmail.com**](mailto:nghiepbt3@gmail.com)

**Câu 37.** Cho 2 tia Ox, Oy vuông góc. Trên tia Ox lấy các điểm A,B sao cho OA = OB = 1. C là điểm thuộc đoạn OA, N là một điểm thuộc đoạn OB và dựng hình vuông OCMN. Trên đoạn CM lấy điểm Q và dựng hình vuông ACQP. Gọi S là giao điểm của AM và PN. Giả sử , , , 

Khi x + y =  thì k = , với  và a, b nguyên tố cùng nhau thì a.b bằng

**A.** 7 **B.** 4 **C.** 5 **D.**

**Lời giải**

**FB: Ngô Quang Nghiệp**

Ta có: 



 , (1).

Mặt khác: 

 , (vì AP = CA = 1 - k nên )

 , (2).

Từ (1) và (2), ta có 

Ta có: 

Đối chiếu điều kiện, ta chọn . ĐÁP ÁN **D.**

***Email: Duyleag@gmail.com***

**Câu 38.** Cho tam giác . Giả sử điểm  nằm trên cạnh  thỏa các tam giác  lần lượt có diện tích là . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Họ Tên: Lê Duy Tên FB: Duy Lê**

**Chọn A**



Gọi .

Ta có 





***Email: Duanquy@gmail.com***

**Câu 39.** Cho tam giác ABC có có M là trung điểm của BC,  . Điểm K thuộc cạnh AC sao cho B,I,K thẳng hàng. Khi đó  . Tính 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Họ và tên tác giả : Nguyễn Đức Duẩn Tên FB: Duan Nguyen Duc**

**Chọn B**

Ta có  .

Gọi điểm  thuộc cạnh AC sao cho  .

Ta có  và 

Để B,I,K thẳng hàng thì  

Vậy 

Email : [boigiabao98@gmail.com](mailto:boigiabao98@gmail.com)

**Câu 40.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G, lấy các điểm I, J sao cho  và  và thỏa mãn đẳng thức . Giá trị của biểu thức  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Họ và tên : Nguyễn Quang Huy Fb: Nguyễn Quang Huy**

Thật vậy nếu ta gọi M là trung điểm của BC ta có:

Mặt khác ta lại có 

Do đó 

Nhận thấy do đó .vậy chọn B

**(Email): nguyenmy181@gmail.com**

**Câu 41.** Cho tam giác . M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho . Một đường thẳng cắt các cạnh  lần lượt tại  phân biệt. Biết . Tính .

**A.**2. **B.**5. **C.**3. **D.**4.

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Trà My, Tên FB: Nguyễn My)**

Ta có 

Đặt 

Ta có 





Mặt khác ,  cùng phương nên 

Hay 

***Tên facebook: NT AG***

**Câu 42.** Cho tam giác  có  là trung điểm của ,  là một điểm trên đoạn  sao cho . Gọi ,, . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Họ và tên tác giả: Nguyễn Đặng**

**Chọn B**

****

Đặt:, , .

Theo bài ra ta có 

Do  thẳng hàng nên 

Do  thẳng hàng nên 

Từ đó: , lại có 

**Câu 43.** Cho hình thang  có . Gọi  lần lượt là trung điểm của . Kẻ và . Gọi , kẻ . Khi đó trong tam giác hệ thức nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta chứng minh 

Kẻ . Tứ giác  nội tiếp  

Khi đó  là tứ giác nội tiếp.

 là các đường trung bình của các tam giác 

 là các đường trung trực của  nên . Vậy   

Từ đó suy ra  là trực tâm tam giác . Nên đáp án đúng là B

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Thi Tiết Hạnh Tên FB: Hạnhtiettiet***

***Email: tiethanh.78@gmail.com***

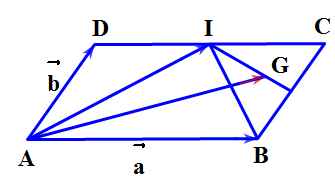
**Câu 44.** Cho hình bình hành . Gọi  là trung điểm của ,  là trọng tâm tam giác . Đặt . Hãy tìm đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



\*  là trung điểm của  nên:  .

\*  là trọng tâm tam giác  nên: , thay  và  ta được .

**(Email): locleduc10@gmail.com**

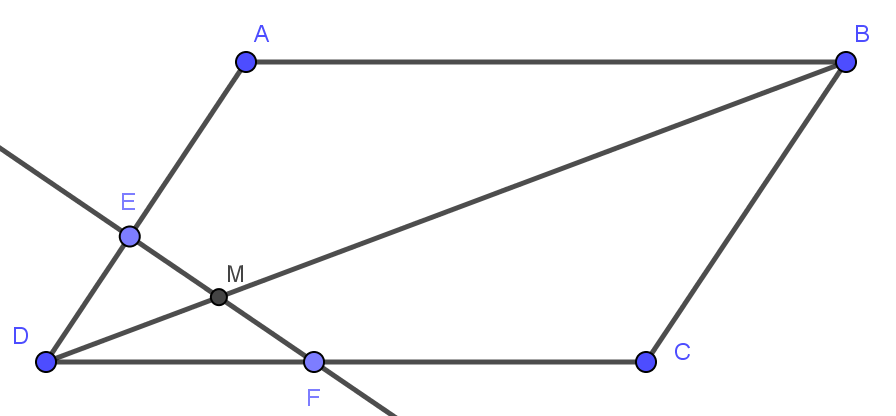
**Câu 45.** Một đường thẳng cắt các cạnh  và đường chéo  của hình bình hành  lần lượt tại các điểm  và  Biết    Khẳng định đúng là:

**A. ** . **B. **.

**C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**



Đặt 

Khi đó:





Ta có:



Do  không cùng phương nên 

Giải hệ được  và 

Vậy ****

***(Họ và tên tác giả : Lê Đức Lộc, Tên FB: Lê Đức Lộc)***

Email: [phuogthu081980@gmail.com](mailto:phuogthu081980@gmail.com)

**Câu 46.** Hình thang cân ABCD có độ dài đường cao 

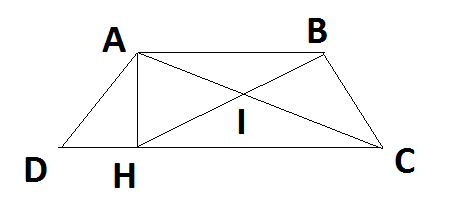
AC cắt BH tại I. Biết  .

Tính tổng 

**A.**20 **B.** 18 **C.**17 **D**.21

**Lời giải**

Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Phương Thu FB: Buisonca Bui





Mà  không cùng phương



**tambc3vl@gmail.com**

**Câu 47.** Cho hình thang ABCD với O là giao điểm của hai đường chéo AC và B**D.** Qua O vẽ đường thẳng song song với đáy hình thang, đường thẳng này cắt các cạnh bên AD và BC theo thứ tự tại M và N. Với , , khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên: Nguyễn Thanh Tâm Tên FB:* Tâm Nguyễn**

**Chọn B**

Do  nên: .

Do đó ;

, nên:

; 

Có: 

**Câu 48.** Cho tam giác  đều tâm ; điểm  thuộc miền trong tam giác ; , ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên , , . Khẳng định nào sau đây đúng?

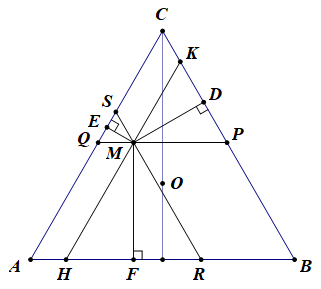
**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Lời giải.**

**Phan Minh Tâm**

**Chọn D**



Từ  kẻ đường thẳng  cắt ,  tại , ;

Từ  kẻ đường thẳng  cắt ,  tại , ;

Từ  kẻ đường thẳng  cắt ,  tại , ;

Suy ra , ,  là các tam giác đều nên , ,  là các đường cao đồng thời cũng là đường trung tuyến. Khi đó

;

;

.

Ta được .

Hay .

Mặt khác ta có tam giác  đều nên tâm  cũng là trọng tâm tam giác  nên ;

Vậy .

**VÁN ĐỀ 2. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG**

***Email: phunghang10ph5s@gmail.com***

**Câu 1.** Cho hình bình hành  có các điểm lần lượt thuộc các cạnh  sao cho . Gọi là trọng tâm tam giác . Xác định  để  đi qua .

**A.**. **B.** . **C.**. **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Phùng Hằng Tên FB: Phùng Hằng***

**Chọn C**



Gọi  là trung điểm của . Khi đó:



Ta có: 



Do  và điểm nằm trên đoạn nên 



Do  đi qua nên  thẳng hàng .

**Câu 2.** Cho tam giác . Gọi M là điểm thuộc cạnh AB, N là điểm thuộc cạnh AC sao cho . Gọi O là giao điểm của CM và BN. Trên đường thẳng BC lấy E . Đặt .

Tìm x để A, O, E thẳng hàng.

Chọn C

**A.** **B.**  **C**.  **D.** 

**Lời giải**

Ta có: 



A, E, O thẳng hàng 



Vậy  là giá trị cần tìm.

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Thanh Dũng Tên FB: Nguyễn Thanh Dũng***

***Email: thanhdungtoan6@gmail.com***

 **Ý tưởng**: Cho tam giác, ** là trung điểm của . Gọi  là các điểm xác định bởi:

 với .

Chứng minh rằng: thẳng hàng khi và chỉ khi .

***Chứng minh***

Ta có

****

Do đó,thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại số thực  sao cho 

****

 (vì  không cùng phương)



**Câu 3.** Cho tam giác . Gọi  là trung điểm;  là điểm đối xứng với  qua ;  là điểm trên cạnh sao cho . Khi đó đường thẳng  đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

**A.** Trọng tâm tam giác . **B**. Trọng tâm tam giác .

**C.** Trung điểm . **D.** Trung điểm .

**Lời giải**

**Đáp án: B**

****

Theo đề bài, 

Gọi  là trọng tâm tam giác , ta được 

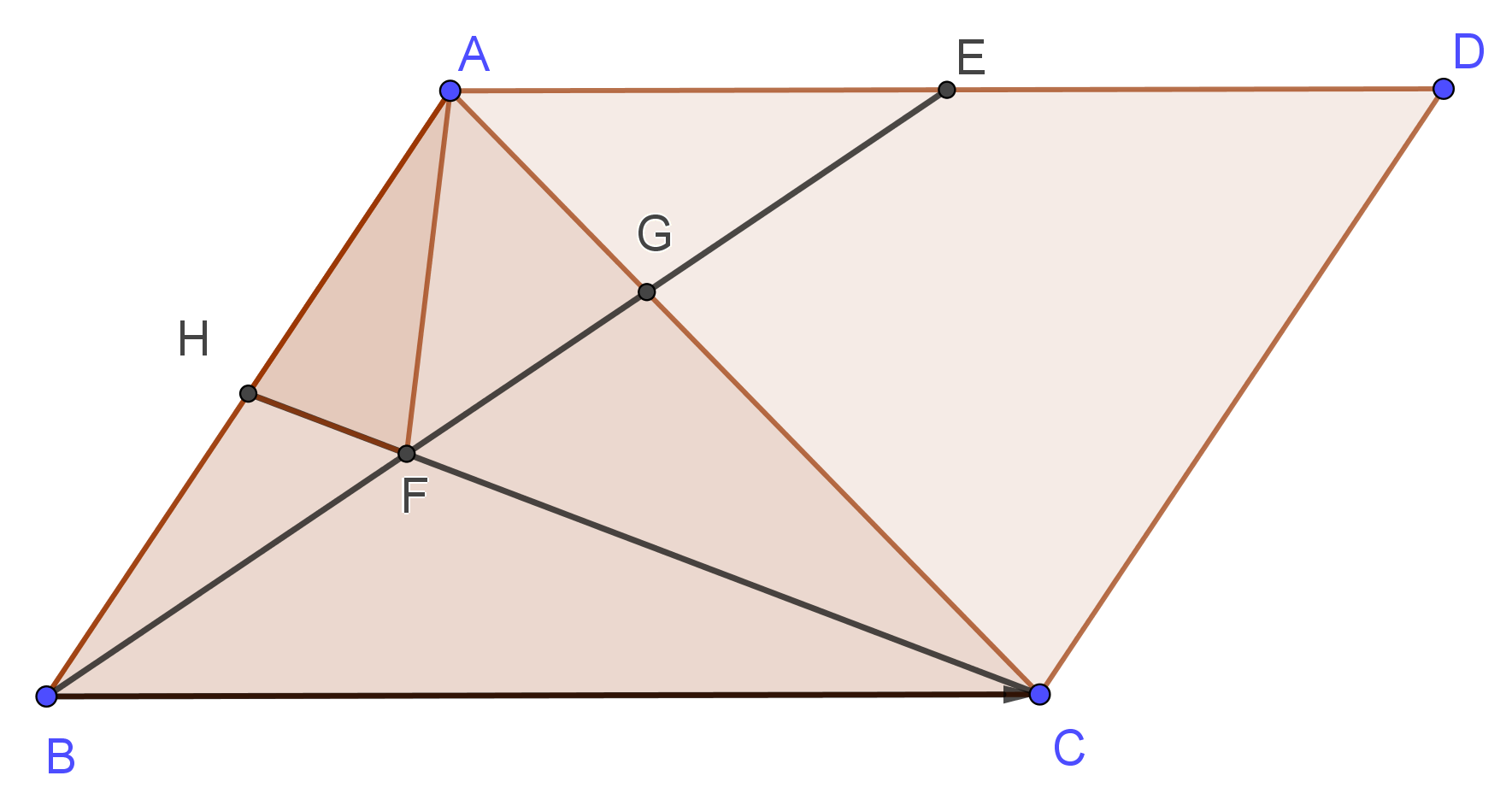
Ta có  suy ra *P, G, R* thẳng hàng.

 (có thể phát triển P, J, G, M, R thẳng hàng với J – có lẽ là trung điểm BH, còn M chia AI theo tỷ số tính được)

**Câu 4.** Cho có  là trung điểm của  và . Gọi  là giao điểm của  và . Tìm điểm  trên  sao cho  thẳng hàng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**



Gọi  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  và  là trung điểm của  Khi đó, ta có: 

Vận dụng định lý trong  có  thẳng hàng



Vậy 

***Họ và tên tác giả: Hoàng Thị Trà FB: Hoàng Trà***

**Câu 5.** Cho tam giác AB**C.** I là trung điểm của B**C.** Gọi M, N, P lần lượt là các điểm xác định bởi , với . Tìm điều kiện của  để M, N, P thẳng hàng.

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

Ta có  . Mà 



Do  nên M, N, Q thẳng hàng khi và chỉ khi 

Chọn đáp án **B.**

Nhận xét: Với bài toán trên thì việc cụ thể hóa bộ ba số m,n,p sao cho thỏa mãn điều kiện trên ta đều ra được bài toán chứng minh ba điểm thẳng hàng. Kết quả trên chúng ta có thể vận dụng vào để giải nhanh bài toán sau:

**Câu 6.** Cho tam giác AB**C.** Gọi G là trọng tâm của tam giác, I là trung điểm của BC, M và N là các điểm được xác định bởi  . Gọi P là giao điểm của AC và MN. Tính tỉ số diện tích tam giác ANP và tam giác CNP.

**A.** 3 **B.**  **C.** 4 **D.** 2

**Lời giải.**

Ta có . Yêu cầu bài toán dẫn đến tìm tỉ số .

Ta dễ dàng chứng minh được M, N, G thẳng hàng.

**Ta có **

Vậy G, M, N thẳng hàng. Mặt khác MN cắt AC tại P, nên M, G, P thẳng hàng.

Áp dụng kết quả G, M, P thẳng hàng theo câu 1 vào ta có 

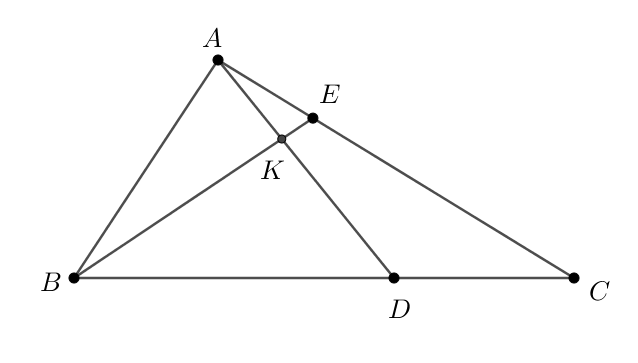
,  Khi đó , khi đó  . Vậy 

**Câu 7.** Cho tam giác**.** Gọi  lần lượt là các điểm thỏa mãn:  . Điểm  trên  thỏa mãn  (với  là phân số tối giản) sao cho 3 điểm  thẳng hàng. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì 

Giả sử 

Mà  nên 

Vì  thẳng hàng ()nên có m sao cho 

Do đó có: 

Hay 

Do  không cùng phương nên

 Từ đó suy ra 

Vậy 

**Email:** [**themhaitotoanyp1@gmail.com**](mailto:themhaitotoanyp1@gmail.com)

**Câu 8.** Cho tam giác *ABC, I* là điểm thỏa mãn: 

*K* là điểm thỏa mãn: 

*P* là điểm thỏa mãn: 

Có bao nhiêu cặp  sao cho  thẳng hàng.

**A.** 2 **B.** 3 **C. D.** 5

**Lời giải**

Ta có 

Có:   



Có:  

I,K,P thẳng hàng khi và chỉ khi  cùng phương 

Do  nên 

***(Fb: Lưu Thêm)***

**Email :** [**boyhanam@gmail.com**](mailto:boyhanam@gmail.com)

**Bài em sưu tầm ạ !**

**Câu 9.** Cho tam giác ,  và  là hai điểm thỏa mãn: , . Xác định  để , ,  thẳng hàng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có



Để  thẳng hàng thì  sao cho 

Hay 

**Huonghungc3@gmail.com**

**Câu 10.** Cho tam giác  có  là trọng tâm,  là trung điểm  , lấy  thuộc cạnh  sao cho . Nếu  thẳng hàng thì giá trị của  nằm trong khoảng?

**A.  B.  C. D. **

**Lời giải**

**(Họ tên: Nguyễn Thu Hương. Tên FB: Thu Hương)**

N

O

B

C

G

K

Chọn **B**

I

Không giảm tính tổng quát: giả sử tam giác có:  thì 

Gọi  Khi đó: . Để  thẳng hàng :

suy ra 

Họ và tên: Trần Văn Luật

Email: [Tvluatc3tt@gmail.com](mailto:Tvluatc3tt@gmail.com)

FB: Trần Luật

**Câu 11.** Cho tam giác , là điểm thuộc cạnh  sao cho,  thuộc  sao cho,  là điểm thuộc . Biết rằng ba điểm  thẳng hàng khi . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**

****

Ta có

.

Do  là điểm thuộc  nên  **.**

Ba điểm  thẳng hàng khi và chỉ khi .

Vậy .

**Họ và tên: Hoàng Thị Kim Liên**

**Email: lientiencl@gmail.com**

**Facebook: Kim Liên**

**Câu 12.** Cho tam giác . Gọi  lần lượt nằm trên đường thẳng   sao cho, . Tính tích  để thẳng hàng?

**A.****. B.****. C.****. D.****.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có :







Để  thẳng hàng thì ta có :

**Câu 13.** 

**(Email): thuhangnvx@gmail.com**

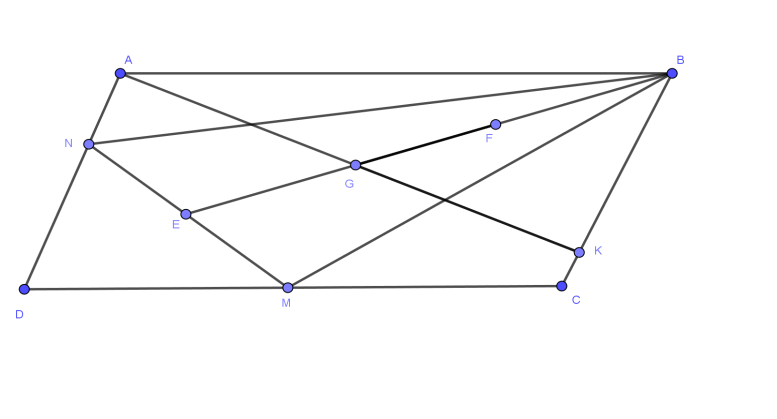
**Câu 14.** Cho hình bình hành *ABCD* gọi *M* là trung điểm của cạnh *CD*, *N* là điểm thuộc cạnh *AD* sao cho  . Gọi *G* là trọng tâm của tam giác *BMN*, đường thẳng *AG* cắt *BC* tại *K*. Khi đó  ( là tối giản) . Tính 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***( Tên FB: Phùng Hằng )***

**Chọn B**

******

Ta có





 .

Đặt  .

Do *A,G,K* thẳng hàng thì 

Suy ra 

Vậy 

**Email:** [**builoiyka@gmail.com**](mailto:builoiyka@gmail.com)

**Câu 15.** Cho hình thang  có đáy ,  , .,  lần lượt là các điểm thuộc cạnh  và  sao cho , . Gọi  là giao điểm của  và ;  là giao điểm của  và ; Khi đó , với  là phân số tối giản. Khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Họ tên: Bùi Thị Lợi Facebook: LoiBui**

**Chọn A**

****

Gọi  là giao điểm của  và . Ta có A, lần lượt là trung điểm của, **.**

Giả sử  ; .

Ta có 

Do  thẳng hàng nên .

Vậy .

Ta có 

Do  thẳng hàng nên .

Vậy .

Suy ra .

Cách 2:

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác  với ba điểm thẳng hàng là , ta có

 .

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác  với ba điểm thẳng hàng là , ta có

 .

Vậy .

***Email: datltt09@gmail.com***

**Câu 16.** Cho tam giác *ABC*, trên cạnh *AC* lấy điểm *M*, trên cạnh *BC* lấy điểm *N* sao cho *AM = 3MC*, *NC = 2BN*. Gọi *I* là giao điểm của *AN* và *BN*. Tính diện tích tam giác *ABC* biết diện tích tam giác *ABN* bằng 4.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Vũ Thị Hằng Tên FB: Đạt Lâm Huy***

**Chọn D**

**Giả sử** ta có



Tương tự 

Vì *B,I,M* thẳng hàng nên từ(1) và(2) ta có 

Suy ra 



(*Có thể dùng định lý Menelauyt để tính tỷ số)*

**Email: samnk.thptnhưthanh@gmail.com**

**Câu 17.** Cho tam giác ABC M thuộc cạnh AC sao cho , N thuộc BM sao cho , P thuộc BC sao cho  . Tìm giá trị k để ba điểm A, N, P thẳng hàng.

**A. *.* B. . C. . D..**

**Lời giải**

**Họ và tên: Nguyễn Khắc Sâm Facebook: Nguyễn Khắc Sâm**

**Chọn B**

A

B

C

M

P

N

Ta có:







Ba điểm A, N, P thẳng hàng khi và chỉ khi:

 .

**VẤN ĐỀ 3. QUỸ TÍCH**

Nguyễn Văn Dũng ***Fb: Nguyễn Văn Dũng***

Email: dungtoanc3hbt@gmail.com

**Câu 1.** Cho tam giác  với  là điểm thoả mãn , gọi  là điểm thuộc  và thoả mãn . Xác định  để  thẳng hàng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

Ta có

Để  thẳng hàng thì . **Chọn C**

[**Leminh0310@gmail.com**](mailto:Leminh0310@gmail.com)

**Câu 2.** Cho hình vuông  tâm  cạnh . Biết rằng tập hợp các điểm  thỏa mãn  là một đường tròn có bán kính . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**(Sưu tầm: Lê Hồ Quang Minh – FB: Lê Minh)**

**Chọn C**



Vì  là hình vuông tâm  nên ta có: 

Theo giải thiết: 



.

Vậy tập hợp các điểm  là đường tròn tâm  bán kính .

***Email:*** [***thuyhung8587@gmail.com***](mailto:thuyhung8587@gmail.com)

**Câu 3.** Cho tam giác  . Tập hợp những điểm  thỏa mãn :

 là :

**A.** Đường thẳng đi qua  **B.** Đường thẳng qua và

**C.** Đường tròn **D.** Một điểm duy nhất.

**Lời giải**



 , (: là trung điểm )

 , ( : trọng tâm  )

 ,( là trung điểm của )

 (không đổi). Vậy tập hợp điểmlà đường tròn tâm, bán kính . Chọn đáp án **C.**

(***Họ và tên tác giả : Cấn Việt Hưng, Tên FB: Viet Hung)***

**ngoletao@gmail.com**

**Câu 4.** Cho tam giác ABC có hai đỉnh B, C cố định với . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và M là trung điểm của đoạn B**C.** Nếu đỉnh A thay đổi nhưng luôn thỏa  thì điểm A luôn thuộc một đường tròn cố định có bán kính bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Ngô Lê Tạo, Tên FB: Ngô Lê Tạo)**

**Chọn B**

A

B

C

H

M

Ta có

 .

 (do 

 (định lý chiếu vectơ)



Suy ra

 .

**Câu 5.** Cho hai điểm  và  cố định. Tìm giá trị  để tập hợp điểm  thỏa mãn điều kiện  là một đường tròn.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  là điểm thỏa mãn:  ta có

 ta có:



Mà ; nên 



Nếu : Quỹ tích điểm  là rỗng.

Nếu : Quỹ tích điểm  là điểm .

Nếu : Quỹ tích điểm  là đường tròn tâm  bán kính .

PHẠM THANH LIÊM FB: Liêm Phạm

Email: Phamthanhliem1@gmail.com

**Câu 6.** Cho tam giác vuông  tại . Tìm tập hợp sao cho .

**A.**Đường thẳng. **B.**Đường tròn. **C.**Đoạn thẳng. **D**.Một điểm.

**Lời giải**

**Chọn D**

. Gọi  là điểm được xác định bởi . ( E là điểm thứ tư của hình bình hành  ).

Ta có: 



. Vậy . Nên tập hợp điểm là điểm .

( Cách chứng minh trên phục vụ cho cả tam giác  là tam giác thường và khi đó các tập hợp điểm là khác nhau )

**Email: thachtv.tc3@nghean.edu.vn**

**Câu 7.** Cho tam giác  vuông cân tại  có . Gọi  là tập hợp các điểm  trong mặt phẳng thỏa mãn hệ thức: . Gọi  là trung điểm của . Kết luận nào sau đây **đúng**?

**A.**  là đường thẳng trung trực của đoạn thẳng .

**B.**  là đoạn thẳng .

**C.**  là đường tròn cố định bán kính .

**D.**  là đường tròn tâm  bán kính 

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả: Trịnh Văn Thạch, FB: www.facebook.com/thachtv.tc3)**

**Chọn C**

****

Từ giả thiết: 



Gọi  là điểm thỏa mãn 

  là trung điểm của đoạn thẳng 

Ta có 

Và , .

Suy ra 

Ta có kết quả: 

Như vậy  là đường tròn tâm  bán kính .

**Câu 8.** Cho tam giác đều  cạnh . Tập hợp các điểm  thỏa mãn đẳng thức  nằm trên một đường tròn  có bán kính là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  lần lượt là trung điểm của .

Gọi  là điểm thỏa mãn điều kiện: 

Khi đó, ta có: 

 .

Suy ra :  ;.

Ta lại có: 







.

Vậy tập hợp điểm  là đường tròn tâm  bán kính .

**Câu 9.** Cho . Tìm tập hợp các điểm  sao cho: .

**A.** Tập hợp các điểm  là một đường tròn.

**B.** Tập hợp của các điểm  là một đường thẳng.

**C.** Tập hợp các điểm  là tập rỗng.

**D.** Tập hợp các điểm  chỉ là một điểm trùng với .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  là điểm thỏa mãn .

 .

Gọi  là trung điểm . Ta được: .

, ,  cố định nên tập hợp các điểm  là đường tròn tâm , bán kính .

**Câu 10.** Cho tam giác đều  cạnh . Tập hợp các điểm  thỏa mãn đẳng thức  nằm trên một đường tròn  có bán kính là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  lần lượt là trung điểm của .

Gọi  là điểm thỏa mãn điều kiện: 

Khi đó, ta có: 

 .

Suy ra :  ;.

Ta lại có: 







.

Vậy tập hợp điểm  là đường tròn tâm  bán kính .

***Họ và tên tác giả : Vũ Thị Nga Tên FB: Linh Nga***

***Email: linhnga.tvb@gmail.com***

**Câu 11.** Cho  đều, có cạnh bằng a. Khi đó tập hợp những điểm sao cho  là:

**A.** Đường tròn có bán kính  .

**B.** Đường tròn có bán kính  .

**C.** Đường tròn có bán kính  .

**D.** Đường tròn có bán kính  .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  là trọng tâm . Suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp  và cố định.

Ta có 



Mà 



Ta có 



Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm  bán kính  .

***Họ và tên tác giả : Tô Quốc An Tên FB: Tô Quốc An***

***Email: antq4949@gmail.com***

**Câu 12.** Cho  tìm tập hợp điểm : 

**Lời giải**

Gọi  là trung điểm của , ta có: 





Gọi  là trung điểm của , suy ra: 

Suy ra: 

Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho hay , suy ra điểm  xác định duy nhất.

Dựng đường thẳng  đi qua  và vuông góc với , khi đó với mọi điểm  nằm trên ta có:

.

Vậy tập hợp điểm  là đường thẳng 

Email: [**B**ichhai1975@gmail.com](mailto:Bichhai1975@gmail.com)

**Câu 13.** Cho tam giác đều  cạnh bằng . Biết rằng tập hợp các điểm  thỏa mãn đẳng thức  là đường tròn cố định có bán kính bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Họ tên: Lê Thị Bích Hải. Tên face: Bich Hai Le**

**Chọn B**

Gọi  là trọng tâm của tam giác 

Ta có 

Chọn điểm  sao cho 

Mà  là trọng tâm của tam giác 

Khi đó 

Do đó 

Vì  là điểm cố định thỏa mãn  nên tập hợp các điểm  cần tìm là đường tròn tâm  bán kính 

**thongqna@gmail.com**

**Câu 14.** Cho tam giác có là trọng tâm . Tìm tập hợp điểm  thỏa mãn .

**A.** Đường tròn đường kính . **B.** Đường trung trực đoạn thẳng.

**C.** Đường tròn đường kính . **D.** Đường trung trực đoạn thẳng.

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Trần Văn Thông, Tên FB: Trần Thông)**

**Chọn A**

Ta có  .

Gọi điểm  là trung điểm cạnh  .

Ta có  .

Do đó .

Từ đó suy ra tam giác  vuông tại  hay tập hợp các điểm là đường tròn đường kính .

**Câu 15.** Cho đoạn thẳng . Biết rằng tập hợp điểm  thỏa mãn  là một đường tròn có bán kính . Tìm giá trị của .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Trần Văn Thông, Tên FB: Trần Thông)**

**Chọn A**

Ta có  .

Gọi điểm  là trung điểm cạnh  .

Ta có  .

Vậy tập hợp điểm  thỏa mãn  là đường tròn tâm  có bán kính .

***Họ và tên: Võ Khánh Huyền Vân Fb: Vân Võ***

***Email:*** [***huyenvanqt050185@gmail.com***](mailto:huyenvanqt050185@gmail.com)

**Câu 16.** Cho tam giác , có bao nhiêu điểm  thỏa ?

**A. **. **B. **.

**C.** vô số. **D.** Không có điểm nào.

**Lời giải*.***

**Chọn C**

Gọi  là trọng tâm của tam giác  , ta có .

Thay vào ta được : , hay tập hợp các điểm là đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác  và bán kính bằng  .

**Vấn đề 4. TỈ LỆ**

**Họ và Tên: Trần Quốc Đại**

**Email:** [**quocdai1987@gmail.com**](mailto:quocdai1987@gmail.com)

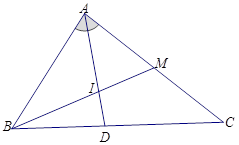
**Facebook: https://www.facebook.com/tqd1671987**

**Câu 1.** Cho  có;. Phân giác trong  của góc  cắt trung tuyến  tại . Tính .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**

**Chọn** **B**

****

*\* Phân tích*  *theo các vectơ* .

Ta có:   .

.

Lấy  suy ra:   .

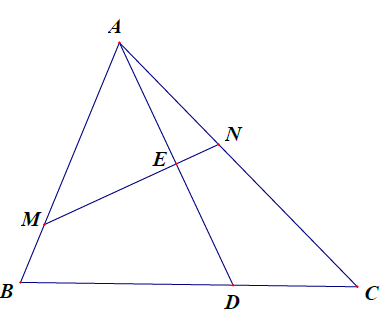
**Câu 2.** [Đề thi olympic 30/4 TPHCM khối không chuyên lần 2 ] Cho  gọi điểm  nằm trên cạnh  sao cho  ,  là trung điểm của  . Một đường thẳng bất kì qua  và cắt các cạnh  lần lượt tại  . Tình tỉ số 

**A.** . **B.** .

**C. **. **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**



Do  nằm trên cạnh  nên ta có 

Do  nằm trên cạnh  nên ta có 

Ta có 

Suy ra 

Suy ra 

Do hai vecto  và  không cùng phương nên suy ra 

***Họ và tên tác giả : Đỗ Văn Đức Tên FB: Đỗ Văn Đức***

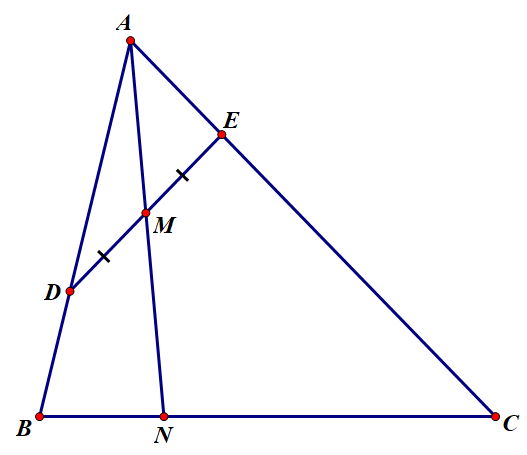
***Email: hoctoancunganhduc@gmail.com***

**Câu 3.** Cho tam giác . Trên cạnh  lấy điểm  sao cho . Trên cạnh  lấy điểm  sao cho . Gọi  là trung điểm của . Tia  cắt  tại . Tỉ số  có giá trị là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Giả sử  chia  theo tỉ số . Ta có:  (1).

Lại có:  (2).

Vì  và  là 2 vectơ cùng phương nên .

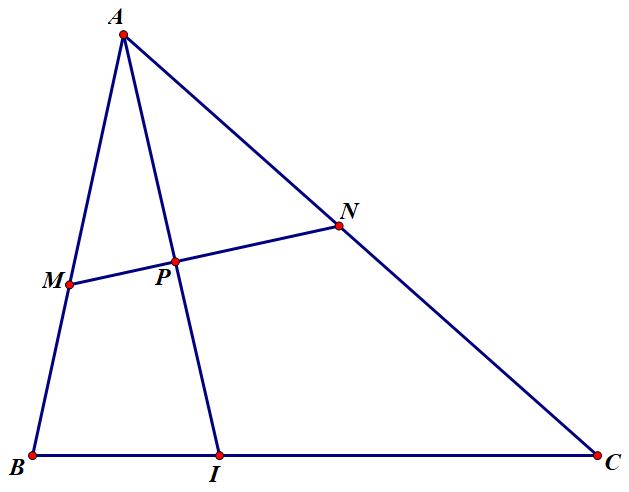
Do đó .

**Câu 4.** *(Bài toán tổng quát của bài toán 1)*. Cho tam giác . Gọi  là điểm chia  theo tỉ số . Trên các tia  và  lấy các điểm .  cắt  tại . Đặt , . Tỷ số  có giá trị bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Giả sử *P* chia *MN* theo tỉ số *x*. Ta có  .

Lại có:  (1).

Vì  và  đồng phương nên   .

Do đó  (2).

Từ  và , ta có .

**Câu 5.** *(Hệ quả hay dùng của bài toán 2)*. Cho tam giác . Gọi  là trung điểm của *B****C*.** Trên các tia  và  lấy các điểm .  cắt  tại . Đặt , . Tỷ số  có giá trị bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

 là trung điểm của  nên *I* chia *BC* theo tỷ số . Áp dụng kết quả ở bài 2, ta có:

.

**Tên: Nam Phương Tên FB: Nam Phương**

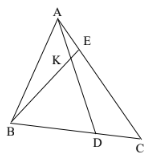
**Email:nguyentrietphuong@gmail.com**

**Câu 6.** Cho tam giác . Gọi  lần lượt là các các điểm thỏa mãn . Điểm  trên đoạn thẳng  sao cho ba điểm  thẳng hàng. Tìm tỉ số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Vì  nên 

Giả sử 

Do  thẳng hàng ta có: 

Vậy 

Email: [haivanxinh99@gmail.com](mailto:haivanxinh99@gmail.com) **Face Hải Vân**

**Câu 7.** Cho tứ giác  có hai đường chéo cắt nhau tại  thỏa mãn . Qua trung điểm  của  dựng đường thẳng  cắt  tại . Tính tỉ số  .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Ta có 

Đặt , ta có 



Vì  cùng phương nên có số thực  sao cho 

Suy ra .

**(Email): hatoanlgm@gmail.com**

**Câu 8.** Cho tam giác  và điểm  thỏa mãn . Đường thẳng  cắt đường thẳng  tại . Giá trị của tỉ số  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

***(Họ và tên tác giả : Ngô Ngọc Hà, Tên FB: Ngô Ngọc Hà)***

Giả sử  .

Từ giả thiết suy ra:

 .

Do  thẳng hàng nên  cùng phương

.

Gmail: [**B**inh.thpthauloc2@gmail.com](mailto:Binh.thpthauloc2@gmail.com)

**Câu 9.** Cho tam giác  . Điểm chia trung tuyến  theo tỷ số  kể từ đỉnh.

Đường thẳng  chia diện tích tam giác theo tỷ số  , giá trị của  bằng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D**. 

**Lời giải**

**Đáp án D**

K

F

D

B

A

C

Do  là trung điểm của  thiết: 

Gọi F là giao điểm của BK và A**C.**

Mà thẳng hàng :   thẳng hàng : 

 thẳng hàng và 

Từ suy ra : 

Từ suy ra : 

Do hai véctơ  không cùng phương nên từ ta có: 

Do đó: 

Vậy 

**(Họ tên : Phạm Văn Bình, tên FB: Phạm văn Bình)**

**Họ và tên: Tăng Lâm Tường Vinh**

**Email:** [**tanglamtuongvinh@gmail.com**](mailto:tanglamtuongvinh@gmail.com)

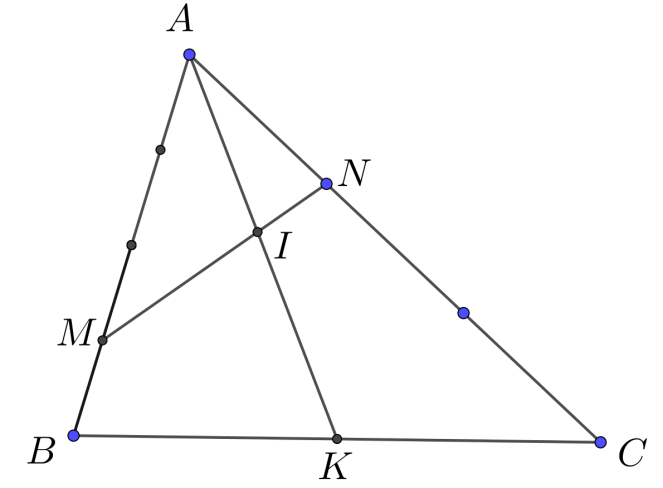
**Facebook:** [**tanglamtuong.vinh**](https://www.facebook.com/tanglamtuong.vinh)

**Câu 10.** Cho tam giác  với  là trung điểm . Lấy các điểm  thỏa mãn , . Gọi  là giao điểm của và . Đặt . Hỏi 

**A. . B. . C. . D..**

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Ta có 





Mà là 2 vector không cùng phương nên ta có 

Gmail: [**B**inh.thpthauloc2@gmail.com](mailto:Binh.thpthauloc2@gmail.com)

**Câu 11.** Cho tam giác  . Trên cạnh  lấy điểm D, trên cạnh BC lấy E, F sao cho  ; ;. Đường thẳng chia đoạn  theo tỷ số  . Giá trị của  bằng?

**A**.  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Đáp án A**

**Theo giả thiết:**  



Mà thẳng hàng :   thẳng hàng : 

Từ suy ra : 

Từ suy ra : 

Do hai véctơ  không cùng phương nên từ ta có: 

Vậy 

**(Họ tên : Phạm Văn Bình, tên FB: Phạm văn Bình)**



Họ và tên: Hoàng Ngọc Lâm

Email: [hoangngoclammath1112@gmail.com](mailto:hoangngoclammath1112@gmail.com)

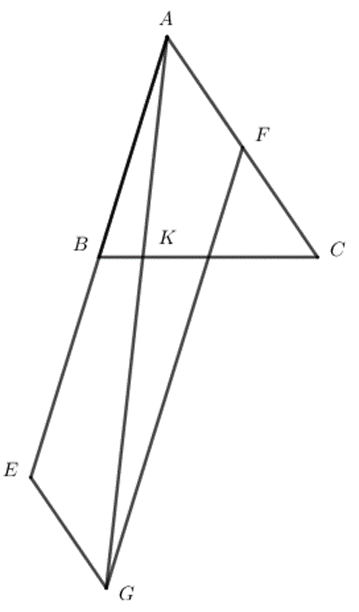
Facebook: Hoàng Ngọc Lâm

**Câu 12.** Cho tam giác . Kéo dài  một đoạn , gọi  là trung điểm của . Vẽ hình bình hành . Đường thẳng  cắt  tại . Tính tỉ số ?

**A**. . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Để xác định giao điểm  của  và , ta tính  theo  và .

Ta có: .

 cắt  tại điểm  mà .

Suy ra .

**Câu 13.** Cho tam giác  có , . Phân giác trong  của góc  cắt trung tuyến  tại . Tính tỉ số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Phương Thảo, Tên FB: Nguyễn Thị Phương Thảo)**

**Chọn C**

Theo tính chất đường phân giác ta có 

Và 

Vậy ta có 

Suy ra .

Hoặc ta có thể giải như sau:

Ta có 

Ta lại có .

Theo tính chất phân giác, ta lại có 





Vậy .

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Toản Tên FB: Dấu Vết Hát***

***Email: nguyenvantoannbk@gmail.com*** *Nhờ thầy cô góp ý!*

**Câu 14.** Cho hình bình hành , là điểm bất kì trên đoạn , đường thẳng cắt cạnh tại và đường thẳng tại sao cho . Tỷ số bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C**



Đặt: và .



Theo định lý talet: .



Ta có: ; .



Theo đề bài: .



**Họ và Tên : Nguyễn Văn Mạnh FB : Nguyễn Văn Mạnh**

**Email :** [**manhluonghl4@gmail.com**](mailto:manhluonghl4@gmail.com)

**Câu 15.** Cho hai tam giác  và  ; gọi  lần lượt là trọng tâm các tam giác . Gọi  lần lượt là trọng tâm các tam giác , . Tính tỉ số  ta được kết quả :

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  là trọng tâm tam giác  suy ra 



Tương tự  là trọng tâm tam giác  suy ra 



Mặt khác 

Mà  lần lượt là trọng tâm các tam giác 

Suy ra 



Do đó 

. Vậy .

**VẤN ĐỀ 5. MIN,MAX**

***Email: phunghang10ph5s@gmail.com***

**Câu 1.** Cho  đều cạnh bằng 3, là điểm thuộc đường tròn ngoại tiếp . Đặt . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của . Khi đó, giá trị biểu thức  là:

**A.**. **B.**. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Phùng Hằng Tên FB: Phùng Hằng***

**Chọn B*.***



Gọi  lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp . Ta có:



 khi và chỉ khi  trùng 

 khi và chỉ khi  trùng  là điểm đối xứng của  qua 



 đều cạnh bằng 3 .

***Họ và tên tác giả : Trần Văn Ngờ Tên FB: Tran Van Ngo Tth***

***Email: vanngodhqn@gmail.com***

**Câu 2.** Cho  và 3 số dương x, y, z thay đổi có tổng bình phương: ,  . Giá trị lớn nhất của  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đặt 3 vectơ , ,  tương ứng là , ,  như hình vẽ.

Ta có:  





Vậy Max 

**Câu 3.** Cho hai điểm  và , thỏa mãn : . Khi  thay đổi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  ?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Bổ đề :** Cho hai véc tơ và khác véc tơ , ta luôn có : 

**Chứng minh :** Bình phương vô hướng vế phải ta được :



Từ đó suy ra :  (đpcm).

**Áp dụng vào bài toán cân bằng hệ số :** Chúng ta có thể ghi nhớ công thức để áp dụng nhanh vào các bài toán cân bằng hệ số đối với đường tròn và mặt cầu như sau :

Ta có :  và 

Trong đó : 

Suy ra : 

Có : 

Suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là  **chọn đáp án C.**

**Câu 4.** Cho tứ giác , *M* là điểm tùy ý và các điểm *I*, *J*, *K* cố định sao cho đẳng thức thỏa mãn với mọi điểm *M*:  Giá trị của k là

**A.** *k* = 3 **B.** *k* = 4 **C.** *k* = 5 **D.** *k* = 6

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  thỏa mãn với mọi M.

Do đó, đẳng thức cũng đúng với 

Tức là: 

Gọi G là trọng tâm 

 là trung điểm *G****D*.**

Mặt khác:





**Câu 5.** Cho tam giác *ABC* vuông tại ***A*.** Gọi  là góc giữa hai đường trung tuyến *BD* và *CK*. Giá trị nhỏ nhất của  bằng

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: 



 (Vì tam giác *ABC* vuông tại *A* nên 

Mặt khác,





Suy ra, 

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi *BD* = *CK* hay *ΔABC* vuông cân tại *A*

**Câu 6.** Cho hai điểm cố định *G* và  là trọng tâm của tam giác *ABC* và tam giác Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  bằng

**A.  B. C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn B**

Do *G* và  là trọng tâm nên  và 

Ta có:







Mặt khác, 



Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  cùng hướng

***Họ và tên: Nguyễn Đức Hoạch – email: nguyenhoach95@gmail.com***

Mail: [nguyennga82nvc@gmail.com](mailto:nguyennga82nvc@gmail.com)

FB: Nguyễn Nga Nvc

**Câu 7.** Cho hình thang  có . Với mỗi điểm  di động trên cạnh  ta xác định điểm  sao cho . Tìm độ dài nhỏ nhất của .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi , từ giả thiết suy ra tam giác  đều cạnh . Gọi  lần lượt là trung điểm của , suy ra  cố định và 

Từ giả thiết ta có tứ giác  là hình bình hành, nên  .

Vậy độ dài nhỏ nhất của  bằng .

Nguyễn Văn Công- Trường THPT Kinh Môn II

Gmail: [nguyencongkm2@gmail.com](mailto:nguyencongkm2@gmail.com)

**Câu 8.** Cho tam giác ABC vuông ở A; BC = 2 ; CA = b; AB = c và điểm M di động

Biểu thức F=  đạt giá trị lớn nhất bằng



**A.** 4 **B**. 12 **C.** 16 **D.** 24

**Lời giải**

Xét điểm I thỏa mãn:  (1)

( Dựng đường cao AH, dựng I sao cho A là trung điểm IH ; I thỏa (1))

Bình phương hai vế của (1) chú ý rằng



rồi biến đổi ta được kết quả .



***Họ và tên tác giả : Vũ Viên Tên FB: Vũ Viên***

***Email: tieplen@gmail.com***

**Câu 9.** Cho  đều có cạnh bằng . Gọi  là đường thẳng qua  và song song , điểm  di động trên . Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**A.** **.** **B.** **.** **C.** **.** **D.** .

**Lời giải**



**Chọn B.**

Xét điểm  sao cho**:**  



(với  là trung điểm ).

 là điểm thứ 4 của hình bình hành .

Ta có: 

.

Min đạt được khi . Khi đó:



**.**

**Họ và tên tác giả: Phạm Khắc Thành**

**Email: phamkhacthanhkt@gmail.com**

**Câu 10.** Trong mặt phẳng cho tam giác ABC và một điểm M bất kỳ. Đặt . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Theo công thức độ dài đường trung tuyến ta có:



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC khi đó:



Từ đó suy ra:



Lại có  và 

Do đó . Đẳng thức xảy ra khi tam giác ABC đều đồng thời M trùng với trọng tâm của tam giác AB**C.**

Mail: [thuytrangmn@gmail.com](mailto:thuytrangmn@gmail.com)

Chủ đề: Vectơ.

**Câu 11.** Cho tam giác ABC có trung tuyến  . Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**:

Chọn. **A.**

A

A’

C

C’

B

G

Đặt ,  ta có:

 và 

Do  nên 



+ Nếu  thì 

+ Nếu  thì . Dấu đẳng thức xảy ra khi

Vậy giá trị nhỏ nhất của cosB là , đạt dược khi tam giác ABC cân tại 

***Họ và tên tác giả : Vũ Thị Hồng Lê Tên FB: Hồng Lê***

***Email: hongle.ad@gmail.com***

**Câu 12.** Cho tam giác ABC có các cạnh AB = c, AC = b, BC = a. Tìm điểm M để vecto  có độ dài nhỏ nhất

**A.** M trùng với trọng tâm G của tam giác AB**C.**

**B.** M trùng với tâm đường tròn nội tiếp I của tam giác AB**C.**

**C.** M trùng với trực tâm H của tam giác AB**C.**

**D.** M trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác AB**C.**

**Lời giải**

**Chọn B.**

****

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC

Theo tính chất phân giác trong: , mà hai vecto ,  ngược hướng nên ta có 

hay  (\*)

Mặt khác 



Mà  ngược hướng nên 

Thay vào (\*) ta có 

Vậy độ dài của  nhỏ nhất bằng 0 khi M trùng I

**Họ và tên: Ngô Gia Khánh**

**Địa chỉ mail: ngkhanh4283@gmail.com**

**Câu 13.** Cho tam giác  là tam giác đều cạnh bằng , là điểm di động trên đường thẳng . Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

+, Gọi G là trọng tâm tam giác, ta có: 

+, Dựng hình bình hành , ta được:



+, Khi đó 

( Vì G,D nằm khác phía với đường thẳng AC)

Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của GD và đường thẳng AC hay M là trung điểm của AC

+ Nhận xét 

**Vậy**  .

**Email: vntip3@gmail.com**

**Câu 14.** Cho và có các trọng tâm G và cố định và . Khi đó giá trị nhỏ nhất của  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:



Vậy



Giâ trị nhỏ nhất của T là 3a khi  cùng phương.

***(Họ và tên tác giả : Phạm văn Tài, Tên FB: TaiPhamVan)***

**Mail: thongbui1987@gmail.com**

**Câu 15.** Cho tam giác  với các cạnh ; . Gọi  là đường phân giác trong của góc . Biết biểu thị vectơ . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**



Theo tính chất đường phân giác trong của tam giác ta có

 điểm  chia đoạn thẳng  theo tỉ số 

Nên ta có: .

**Câu 16.** Cho  có ;. Phân giác trong  của góc  cắt trung tuyến  tại . Biết , với  và  tối giãn. Tính .

**A. . B. . C. . D. .**

**Lời giải:**

**Chọn C.**

**

Ta có:   .

 .

Từ  và  ta có hệ 

***Họ và tên tác giả : Lê Hồng Phi Tên FB: Lê Hồng Phi***

***Email: lehongphivts@gmail.com***

**Câu 17.** Cho tứ giác  có  và  cùng vuông góc với , , , . Gọi  là một điểm thuộc cạnh . Biết , giá trị lớn nhất của  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Vì  là một điểm thuộc cạnh nên tồn tại  sao cho

.

Khi đó,  và .

Suy ra

Do .

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có .

Đẳng thức xảy ra chẳng hạn khi và .

Vậy .

**Câu 18.** Cho tứ giác  có  và  cùng vuông góc với , , , . Cho  là số thực dương thuộc và điểm  thỏa mãn . Tìm hệ thức liên hệ giữa , , ,  để góc ?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ  suy ra

 và .

Khi đó,

Do  nên  .

Vậy hệ thức liên hệ giữa , , ,  để góc là .

**Câu 19.** Cho tam giác có trọng tâm , qua  dựng đường thẳng  cắt cách cạnh ,  lần lượt tại , . Đặt , , gọi ,  lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của . Tính  .

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả: Hoàng Thị Thanh Nhàn, Tên FB: Hoàng Nhàn)**

**Chọn B**



Ta có , , .

 .

.

Do , ,  thẳng hàng nên    .

.

Do ,  lần lượt nằm trên các cạnh ,  nên .

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

 giá trị nhỏ nhất .

Ta có      .

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Ta có 

 giá trị lớn nhất là .

Vậy .

**Họ và tên: Nguyễn Thị Thu**

**Email:** [**thutoan83@gmail.com**](mailto:thutoan83@gmail.com)

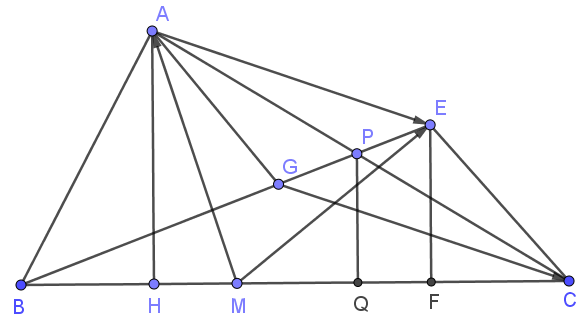
**Facebook: Nguyễn Thị Thu**

**Câu 20.** Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho . Điểm M di động trên BC sao cho . Tìm x sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn B.**



Dựng hình bình hành AGCE. Ta có .

Do đó  nhỏ nhất khi .

Gọi P là trung điểm của AC; Q, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của P, E trên B**C.**

Ta có  và  đồng dạng nên  hay  .

Có PQ là đường trung bình của  nên Q là trung điểm của HC hay .

.

Do đó . Vậy .

gmail: [hoangthuyvinhuni@gmail.com](mailto:hoangthuyvinhuni@gmail.com)

**Câu 21.** Cho tam giác ABC đều cạnh ,  là đường thẳng qua B và tạo với AB một góc  . Tìm giá trị nhỏ nhất của ?

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**



Gọi E là trung điểm A**B.**

Gọi I là điểm thỏa mãn: 

nằm giữa đoạn EC và 

Ta có: 

Vậy min M là hình chiếu của I trên đường thẳng d.

Đường thẳng d qua B và tạo với AB 1 góc  nên d song song AC và cắt EC tại K.

 nên  là trung điêm KC





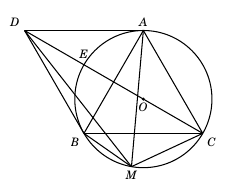


***(Tác giả: Hoàng Thị Thúy - Facebook: Cỏ ba lá )***

**Câu 22.** Cho tam giác  đều cạnh  nội tiếp đường tròn  và điểm  thay đổi trên . Gọi ,  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức . Tính .

**A.** . **B**. . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Dựng hình bình hành . Ta có



Gọi  là giao điểm khác  của  với . Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có

 và 

Dấu bằng xảy ra lần lượt khi  trùng  và  trùng .

Vậy .

buiduynam1993@gmail.com

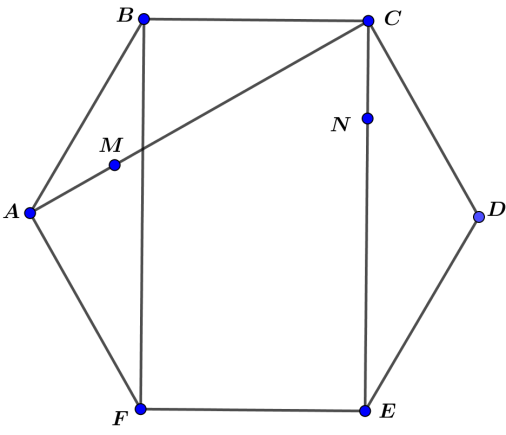
**Câu 23.** Cho lục giác đều  cạnh . Trên đường chéo ,  lấy hai điểm ,  sao cho . Độ dài  đạt giá trị nhỏ nhất khi  bằng bao nhiêu ?

**A.**. **B.** . **C.**. **D.**.

**Lời giải**

**(Bùi Duy Nam sưu tầm. FB: Bùi Duy Nam )**

**Chọn B.**

****

Ta có  mà .

Vậy .

Lại có  mà .

Vậy .

Khi đó 

.

Mà  và .

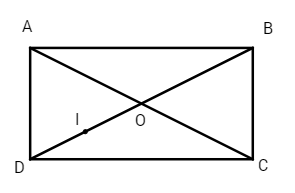
Vậy  .

.

Xét  , ta có .

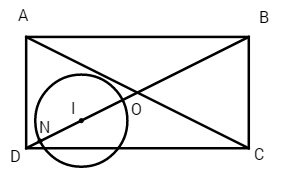
Vậy  khi .

**Câu 24.** Cho hình chữ nhật  có , .  và  lần lượt là trung điểm  và .  là điểm thỏa mãn  và  lớn nhất. Tính .

****

**A.  B.  C.  D. .**

**Lời giải**





Suy ra 

Để  lớn nhất thì  là giao điểm của đường tròn tâm  bán kính  với  ( và  khác phía so với ).

Do đó 

Họ tên tác giả : Đoàn Phú Như Tên fb : Như Đoàn

Email : [doanphunhu@gmail.com](mailto:doanphunhu@gmail.com)

**Câu 25.** Cho tam giác ABC,  Điểm M thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác AB**C.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.**.

Lời giải :



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì O là trung điểm A**C.**.

Gọi D đỉnh thứ tư của hình bình hành ABDC thì 

Ta có 



Do đó P nhỏ nhất khi và chỉ khi DM nhỏ nhất.

Vì M thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên DM nhỏ nhất khi và chỉ khi O,M,D theo thứ tự thẳng hàng.

Ta có 



Vậy .

Chọn đáp án B

**Phuongthao.nguyenmaths@gmail.com**

**Câu 26.** Cho tam giác  có  là trọng tâm. Gọi  là chân đường cao hạ từ  sao cho . Điểm  di động nằm trên  sao cho . Tìm  sao cho độ dài của vectơ  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Phương Thảo, Tên FB: Nguyễn Thị Phương Thảo)**

**Chọn B.**

****

Dựng hình bình hành . Ta có .

Kẻ  . Khi đó .

Do đó  nhỏ nhất khi .

Gọi  là trung điểm ,  là hình chiếu vuông góc của  lên  .

Khi đó  là trung điểm  nên .

Ta có  và  đồng dạng nên  hay .

Mặt khác, .

 là đường trung bình  nên  là trung điểm  hay .

Suy ra 

Do đó .

**Câu 27.** Cho hình thang ABCD có đáy CD gấp đôi đáy A**B.** Lấy một điểm E sao cho  và đồng thời thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của góc  nằm trong khoảng nào dưới đây ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

B

C

A

D

E

Gọi  . Ta có:  (1)

Lại có:  (2)

Lấy (2) – (1) vế theo vế ta được :



Suy ra:  của  nằm trong khoảng  **chọn đáp án D.**

**Câu 28.** Cho hình thang ABCD có , , góc tạo bởi hai véc tơ  và  bằng . Khi đó giá trị của  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

B

C

A

D

Ta có:  và . Suy ra: 

Bình phương vô hướng hai vế ta được:



Tương tự ta có:

Ta có:  và . Suy ra: 

Bình phương vô hướng hai vế ta được:



Suy ra:  **chọn đáp án B.**

**Câu 29.** Cho hình thang ABCD có , . Giá trị của biểu thức  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

B

C

A

D

Ta có:  và . Suy ra: 

Bình phương vô hướng hai vế ta được:

 (1)

Tương tự ta có:

Ta có:  và . Suy ra: 

Bình phương vô hướng hai vế ta được:

 (2)

Lấy (1) trừ đi (2) vế theo vế, ta được : **Chọn đáp án A.**

Suy ra:  **chọn đáp án B.**

**Câu 30.** Cho tam giác  có  và  đã biết. Biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  với mọi giá trị thực . Giá trị của  nằm trong khoảng nào dưới đây ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

Ta có:  và: . Áp dụng vào bài này, ta có :



. Giả thiết cho biết: 

Suy ra: 

Sử dụng bình phương vô hướng để tính: 

Suy ra: . Vậy ta **chọn đáp án B.**

***Email: hongle.ad@gmail.com***

**Câu 31.** Cho tam giác ABC có các cạnh AB = c, AC = b, BC = a. Tìm điểm M để vecto  có độ dài nhỏ nhất

**A.** M trùng với trọng tâm G của tam giác AB**C.**

**B.** M trùng với tâm đường tròn nội tiếp I của tam giác AB**C.**

**C.** M trùng với trực tâm H của tam giác AB**C.**

**D.** M trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác AB**C.**

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Vũ Thị Hồng Lê Tên FB: Hồng Lê***

**Chọn B.**

****

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC

Theo tính chất phân giác trong: , mà hai vecto ,  ngược hướng nên ta có 

hay  (\*)

Mặt khác 



Mà  ngược hướng nên 

Thay vào (\*) ta có 

Vậy độ dài của  nhỏ nhất bằng 0 khi M trùng I

**Email:** [**nguyentuyetle77@gmail.com**](mailto:nguyentuyetle77@gmail.com)

**Câu 32.** Cho tam giác  đều cạnh a và điểm M thay đổi. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Họ và tên: Nguyễn Thị Tuyết Lê FB: Nguyen Tuyet Le**

Gọi G là trọng tâm tam giác . Ta có:  

= 







(Vì )

.

Dấu “=”xẩy ra .

Vậy min  khi M là điểm thỏa mãn 

***Họ và tên tác giả : Đặng Văn Tâm Tên FB: Đặng Văn Tâm***

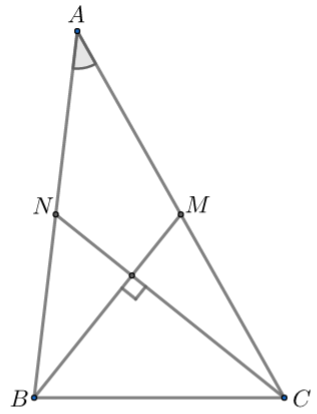
***Email: dvtam0189@gmail.com***

**Câu 33.** Cho tam giác  có hai đường trung tuyến kẻ từ  và  vuông góc với nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  lần lượt là trung điểm của  Ta có:



Theo giả thiết  nên ta có  hay



Mà  và  nên suy ra



Áp dụng định nghĩa tích vô hướng, kết hợp Bất đẳng thức Cosi ta có



Dấu  xảy ra khi  hay tam giác  cân tại  Vậy 

***Họ và tên : Cấn Việt Hưng***

***Email:*** [***thuyhung8587@gmail.com***](mailto:thuyhung8587@gmail.com)

***FB: Viet Hung***

**Câu 34.** Cho đoạn thẳng  có độ dài bằng  Một điểm  di động sao cho . Gọi  là hình chiếu của  lên . Tính độ dài lớn nhất của ?

**A. ** **B.**  **C. ** **D.** 

**Lời giải*:***



**Chọn A.**

Gọi  là đỉnh thứ 4 của hình bình hành . Khi đó .

Ta có  hay .

Suy ra  là hình chữ nhật nên .

Do đó  nằm trên đường tròn tâm  đường kính .

 lớn nhất khi  trùng với tâm  hay 

***Họ và tên tác giả : Phương Xuân Trịnh Tên FB: : Phương Xuân Trịnh***

***Email: phuongtrinhlt1@gmail.com***

**Câu 35.** Cho tam giác  vuông tại . Gọi là góc giữa hai trung tuyến và . Giá trị nhỏ nhất của  là:.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Ta có:

(do  )

.

Mặt khác:



.

Do đó:

.

 vuông cân tại .

Vậy .

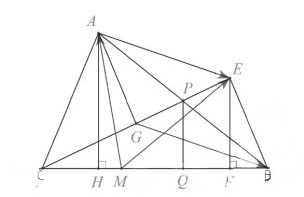
vanphu.mc@gmail.com

**Câu 36.** Cho  có trọng tâm G. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A sao cho . Điểm M di động trên BC sao cho . Tìm x sao cho độ dài vecto  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Dựng hình bình hành AGBE. Ta có  .

Gọi  là trung điểm của . Khi đó  cũng là trung điểm của  và 

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên B**C.**

Ta có  và  đồng dạng nên  .

Mặt khác  là đường trung bình của nên . Theo giả thiết 

Suy ra 

Từ giả thiết . Do đó 

( Họ và tên tác giả: Nguyễn Văn Phu, Tên FB Nguyễn Văn Phu)

***Họ và tên tác giả: Trần Tuyết Mai Tên FB: Mai Mai***

***Email: maimai1.hn@gmail.com***

**Câu 37.** Cho đoạn thẳng  có độ dài bằng  Một điểm  di động sao cho . Gọi  là hình chiếu của  lên . Tính độ dài lớn nhất của ?

**A.  B.**  **C.  D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  là trung điểm của . Khi đó .

Ta có  hay  Suy ra  vuông tại  nên . Do đó  nằm trên đường tròn tâm  đường kính .

 lớn nhất khi  trùng với tâm  hay 

**Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Thanh Thảo Tên FB: Nguyễn Thanh Thảo**

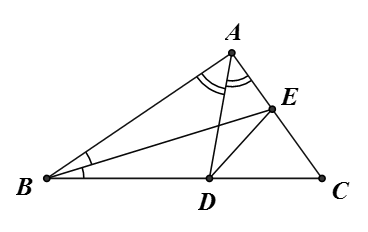
**Email: nghianguyennhan78@gmail.com**

**Câu 38.** Cho  và  là hai phân giác trong của tam giác . Biết ,  và . Khi đó  bằng:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A.**

****

 là phân giác trong của tam giác  nên 

.

Tương tự: .

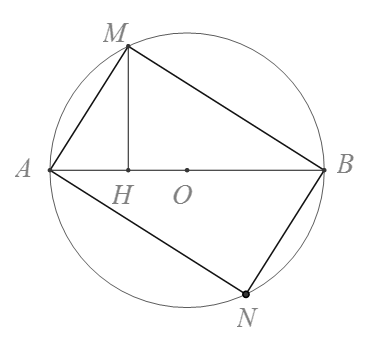
Vậy .

**Câu 39. :** Cho đoạn thẳng  có độ dài bằng  Một điểm  di động sao cho . Gọi  là hình chiếu của  lên . Tính độ dài lớn nhất của ?

**A.  B.**  **C.  D.** 

**Lời giải**

**Chọn A.**

****

Gọi  là đỉnh thứ 4 của hình bình hành . Khi đó .

Ta có  hay .

Suy ra  là hình chữ nhật nên .

Do đó  nằm trên đường tròn tâm  đường kính .

 lớn nhất khi  trùng với tâm  hay 

***Họ và tên tác giả : Hoàng Tiến Đông Tên FB: tiendongpt***

***Email:*** [dongpt@c3phuctho.edu.vn](mailto:dongpt@c3phuctho.edu.vn)

**Câu 40.** Một miếng gỗ có hình tam giác có diện tích là  điểm ,  lần lượt thỏa mãn ; . Cắt miếng gỗ theo một đường thẳng qua , đường thẳng này đi qua  lần lượt trên các cạnh . Khi đó diện tích miếng gỗ chứa điểm  thuộc đoạn:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Từ  kẻ , suy ra: là trung điểm .

Ta có:  .

.

.

Ta có: .

Xét hàm số:  trên . suy ra: .

Đỗ Công Dũng

Email: [congdung812@gmail.com](mailto:congdung812@gmail.com)

**Câu 41.** Cho tam giác  có bán kính đường tròn ngoại tiếp. Tìm giá trị lớn nhất của .

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác. Dựng hình bình hành 

Ta có  

Tương tự ta có :  

Lấy  từng vế ta có:

 ( do tứ giác  là hình bình hành nên )

Khi đó 



 mà, 

nên  

Vậy giá trị lớn nhất của là .

Đẳng thức xảy ra . Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC có . Hay là tam giác  cân tại  và có .

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Tân Quang Tên FB: Nguyễn Tân Quang***

***Email: quangmath@gmail.com***

**Câu 42.** Cho tam giác đều  cạnh  Gọi  là điểm nằm trên cạnh  Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức  theo 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có 

trong đó  lần lượt là trung điểm của  Do đó  cố định . 

Kẽ  vuông góc với  Ta có 

Tính được 

**Email:** [**themhaitotoanyp1@gmail.com**](mailto:themhaitotoanyp1@gmail.com)

**Câu 43.** Cho hình bình hành ABCD, M thuộc đường chéo AC, (M không trùng với các đỉnh A, C)

Trên các đường thẳng AB, BC, lấy các điểm P và Q sao cho MP // BC, MQ // A**B.** Gọi N là giao hai đường thẳng AQ và CP. Giả sử . Tìm giá trị lớn nhất của m + n

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 2

**Lời giải**



Đặt   và , 

Có 

, (1)

Mặt khác 

 , (2)

Từ (1) và (2), ta có 

Do đó 



, đạt được khi k = hay M là trung điểm A**C.**

***(Fb: Lưu Thêm)***

**Họ và tên: Lê Thị Lan FB: Lê Lan**

**Email:** [**lelanqx2@gmail.com**](mailto:lelanqx2@gmail.com)

**Câu 44.** : Cho tam giác  có  là trọng tâm. Gọi  là chân đường cao hạ từ  sao cho . Điểm  di động nằm trên  sao cho . Tìm  sao cho độ dài của vectơ  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B.**

Dựng hình bình hành . Ta có .

Kẻ  . Khi đó .

Do đó  nhỏ nhất khi .

Gọi  là trung điểm ,  là hình chiếu vuông góc của  lên  .

Khi đó  là trung điểm  nên .

Ta có  và  đồng dạng nên  hay .

Mặt khác, .

 là đường trung bình  nên  là trung điểm  hay .

Suy ra 

Do đó .

**Tác giả: Nguyễn Văn Hưng Facebook: Nguyễn Hưng**

**Câu 45.** Cho tam giác ABC có nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. M là điểm thuộc đường tròn (O). Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  . Khi đó giá trị của  bằng

**A.** **. B.** **.**

**C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:





Vậy :

` 



Mà : 



***Họ và tên tác giả : Nguyễn Xuân Giao Tên FB: giaonguyen***

***Email: giaohh2@gmail.com***

**Câu 46.** Cho tam giác đều nội tiếp đường tròn tâm ,bán kính , là một điểm bất kì trên đường tròn. Giá trị lớn nhất của biểu thức  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có 





Trong đó 

Do tam giác  đều nội tiếp đường tròn bán kính  nên có cạnh là 





Dấu bằng xảy ra khi  cùng chiều.

Vậy 

**Email:** [**anhtu82t@gmail.com**](mailto:anhtu82t@gmail.com)

**Câu 47.** Cho tam giác **.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức ****

**A. . B. . C. . D. .**

**Lời giải**

**Họ và tên: Đồng Anh Tú Facebook: Anh Tú**

**Chọn A**

Gọi  lần lượt là tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ****

Ta có: ****







. Dấu bằng xẫy ra khi .

Vậy **.**

**VẤN ĐỀ 6 TÍCH VÔ HƯỚNG**

**Email: ngvnho93@gmail.com**

**Câu 1.** Cho tam giác đều  cạnh  . Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Họ và tên: Nguyễn Văn Nho Facebook: Nguyễn Văn Nho**

**Chọn A**

**Cách 1**

**Nhận xét:** Với mọi điểm *M* bất kỳ, ta luôn có 



Do đó  .

**Cách 2**

Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, AC, B****C*.** Do tam giác *ABC* đều nên  lần lượt là các hình chiếu của  lên các cạnh *BA, CB, A****B*.**

Áp dụng công thức chiếu, ta có



Cộng vế theo vế ta được .

**Cách 3.** Vì tam giác *ABC* đều nên .

Do đó  

**Câu 2.** Cho tam giác  có là trung tuyến,  là trọng tâm. Một đường thẳng qua  cắt các cạnh  lần lượt tại . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

****

Trước hết ta chứng minh 

 Thật vậy, kẻ  

Do đó 

 ( luôn đúng)

Vậy ta có 



 ( Do  )

**Câu 3.** Cho các véc tơ  thỏa mãn  và . Tính .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Tác giả : Quang Phi**

**Chọn A**

Ta có

****

Tương tự ta có.

Và ta lại có .

Suy ra .

**Họ và tên: Đoàn Thị Hường**

**Email:** [**ngochuongdoan.6@gmail.com**](mailto:ngochuongdoan.6@gmail.com) **Fb: Đoàn Thị Hường**

**Câu 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A có BC = 2a , M là điểm trên đoạn BC sao cho MB = 2M**C.** Biết rằng . Độ dài cạnh AC là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

Từ giả thiết M là điểm trên đoạn BC sao cho MB = 2MC nên ta có 

Đặt AB = x ; AC = y ta có  (1) (Tam giác ABC vuông tại A)

Mặt khác từ 

Nên có 

( Do )

(2)

Từ (1) và (2) ta có  Chọn đáp án **A**

**Họ tên: Đào Hữu Nguyên FB: Đào Hữu Nguyên**

**Mail: huunguyen1979@gmail.com**

**Câu 5. Cho tam giác** **có** **.Dựng điểm M sao cho****. Đặt****.Tính** 

**A. . B. . C. . D. .**

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ 

Và 

Ta có hệ:. Suy ra .

***Email: truongthanhha9083@gmail.com***

**Câu 6.** Cho tam giác ABC vuông tại **A.** Quỹ tích điểm M thỏa mãn  là

**A.** Đường thẳng A**C. B.** Đường thẳng A**B.**

**C.** Đường thẳng B**C. D.** Đường trung trực cạnh B**C.**

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Bá Trường Tên FB: thanhphobuon***

**Chọn B**

Yêu cầu bài toán trở thành



Gọi E là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật ABE**C.** Hệ thức (\*) trở thành



Vậy điểm M thuộc đường thẳng A**B.**

**Câu 7.** Cho tam giác đều  cạnh , . Lấy các điểm , ,  lần lượt trên các cạnh

, ,  sao cho , ,  . Tìm  để .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** 

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Bá Trường Tên FB: thanhphobuon***

**Chọn B**



Ta có 

.

Ta có .

Để  thì 

.



.

. Vậy  thì .

**Nguyenducloi qv2@gmail.com**

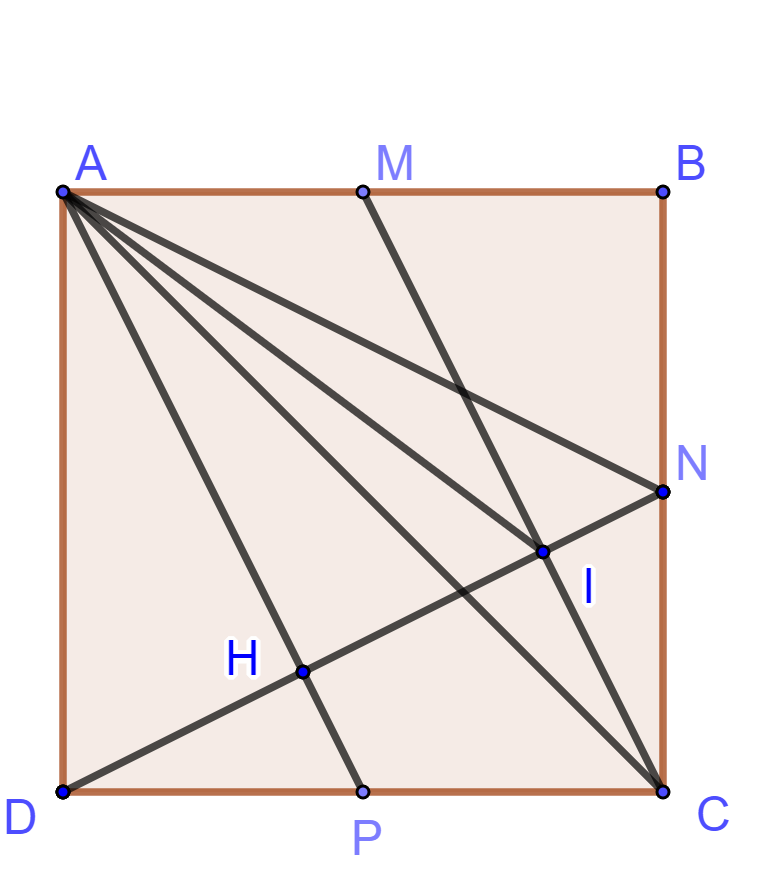
**Câu 8.** Cho tam giác  vuông cân tại . Gọi  là trung điểm  và  là điểm di động trên đường thẳng . Khi  đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính tỉ số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***(Họ và tên tác giả : Nguyễn Đức Lợi, Tên FB: Nguyễn Đức Lợi)***

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  là trung điểm .

Có 

Do đó  đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi  là hình chiếu vuông góc của  trên .

Dựng hình vuông . Gọi  là trung điểm  và  là giao điểm của  với .

Dễ dàng chứng minh được .

Lại có tứ giác  là hình bình hành, suy ra .

Do đó  và  là trung điểm  Suy ra tam giác  cân tại 

Vậy 

***Email: buivuongphung@gmail.com***

**Câu 9.** Cho  có trọng tâm ,  là chân đường cao kẻ từ  sao cho . Điểm  di động trên  sao cho . Tìm  sao cho  nhỏ nhất.

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

***Họ tên: Vũ Thị Chuyền FB: Vũ Thị Chuyền***

Chọn **D**



Gọi  là trung điểm cạnh .



Suy ra 

Dấu “=” xảy ra khi .

**Email:** [**nguyenthitrangtnh@gmail.com**](mailto:nguyenthitrangtnh@gmail.com)

**Câu 10.** Cho tam giác *ABC*, nhọn, không cân và nội tiếp đường tròn . Gọi *G* và *M* lần lượt là trọng tâm tam giác *ABC* và trung điểm cạnh *B****C*.** Cho đường thẳng *OG* vuông góc với đường thẳng *OM* tính giá trị biểu thức  theo R.

**A.**8R2. **B.**10R2. **C**.12R2. **D.**14R2.

**Lời giải**

**Họ và tên: Nguyễn Thị Trăng Fb: Trăng Nguyễn**

Áp dụng quy tắc trọng tâm và quy tắc trung điểm ta có:

. Khi đó







(chú ý )



***Email: phamhongquangltv@gmail.com***

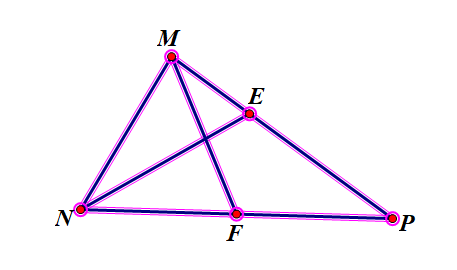
**Câu 11.** Cho tam giác MNP có MN=4,MP=8, =Lấy điểm E trên tia MP và đặt .Tìm k để NE vuông góc với trung tuyến MF của tam giác MNP.

**A. k=**. **B. k=**. **C. k=**. **D. k=**.

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Phạm Hồng Quang Tên FB: Quang Phạm***

**Chọn B**

****

Ta có: 



NEMF.()=0

..

**(Email): Khueninhbinh2004@gmail.com**

**Câu 12.** Đẳng thức  đúng với mọi điểm M. Khi đó tứ giác ABCD là hình gì.

**A.** Hình thang vuông. **B.** Hình chữ nhật.

**C.** Hình thoi. **D.** Tứ giác có hai đường chéo vuông góc.

**Lời giải**

***(Họ và tên tác giả : Phạm Trung Khuê, Tên FB: Khoi Pham)***

**Chọn B**

Đẳng thức  đúng với mọi điểm M

Cho M trùng với ta được 

Cho M trùng với C ta được



 (vì )



Vậy tứ giác ABCD là hình chữ nhật.

**Email:** [**dacgiap@gmail.com**](mailto:dacgiap@gmail.com)

**Câu 13.** Cho hình vuông  cạnh . Gọi  lần lượt thuộc các đoạn thẳng  và  sao cho ,  và . Khi đó  thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Họ và tên: Nguyễn Đắc Giáp Facebook: dacgiap**

**Chọn B**

****

Ta có: ;

Từ  và  nằm giữa hai điểm  nên suy ra  và 







.

***Email: nnqman235@gmail.com***

**Câu 14.** Cho hai vector  thỏa mãn đồng thời các điều kiện , vector  vuông góc với . Tính *cosin* của góc tạo bởi hai vector  và .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Họ và tên tác giả : Ngô Nguyễn Quốc Mẫn Tên FB: Ngonguyen Quocman***

**Chọn B**

Ta có .

Suy ra .

**Câu 15.** Giả sử O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC với các cạnh  . Tìm giá trị biểu thức: 

**A.**  **B.**  **C**.  **D.** 

**Lời giải**

Áp dụng tính chất đường phân giác vào các phân giác  ta luôn có:

 . Từ đó





Vì 

Tương tự ta có:

Chọn đáp án **C.** 

**Họ và tên: Lê Thái Bình**

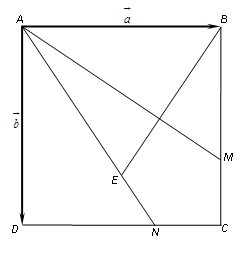
**Email: lebinhle80@gmail.com**

**Facebook: Lê Thái Bình**

**Câu 16.** Cho hình vuông *ABC****D*.** *M*, *N* lần lượt nằm trên hai cạnh *BC* và *CD* sao cho Gọi *E* là điểm thỏa mãn  Khi Tính giá trị biểu thức .

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải.**



Đặt  .

Ta có



và 

Khi đó 

**Câu 17.** Cho hình vuông ABCD, điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho . Gọi N là trung điểm C**D.** Tam giác BMN là

**A.Tam giác đều**. **B. Tam giác cân**.

**C.Tam giác Vuông**. **D.Tam giác vuông cân**

**Lời giải**

**Huỳnh Kim Linh GV Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn Khánh Hòa**

**Chọn** **D**

Đặt  .

Khi đó: 



Ta có: 







Suy ra 

Vậy MB vuông góc với MN và MB =MN, tam giác BMN vuông cân tại đỉnh M

**(Email): luongthanh80tm@gmail.com**

**Câu 18.** Cho tam giác. Gọi  là trực tâm và  là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. Đặt, ,. Tìm hệ thức liên hệ giữa , , sao cho vuông góc với trung tuyến vẽ từ đỉnh  của tam giác.

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Chứng minh được tứ giác  là hình bình hành.

Nên 

Ta có  là trung điểm của đoạn  nên 

Suy ra 

Ta có:  ; tương tự 



Gọi , ,  lần lượt là trung điểm của các cạnh, và.













Lại có: 



Suy ra: .

***(Sưu tầm, Họ và tên: Nguyễn Lương Thành, Tên FB:* luongthanh.nguyen.7*)***

**Câu 19.** Cho tam giác  có là trung tuyến,  là trọng tâm. Một đường thẳng qua  cắt các cạnh  lần lượt tại . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

****

Trước hết ta chứng minh 

 Thật vậy, kẻ  

Do đó 

 ( luôn đúng)

Vậy ta có 



 ( Do  )

Họ và tên:Phan Thông

Email:quocthong1182@gmail.com

Facebook:Quocthongphan

**Câu 20.** Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh AB=2 và AD=4 .Gọi M là trung điểm của cạnh AB và N là điểm trên cạnh AD sao cho  ,CM vuông góc với BN .Khi đó k thuộc vào khoảng nào sau đây

**A.** B . **C.** **D.** 

Giải: Đặt  ,

Ta có 



Theo giả thiết ta có  

***Họ và tên tác giả : Phạm Hồng Quang Tên FB: Quang Phạm***

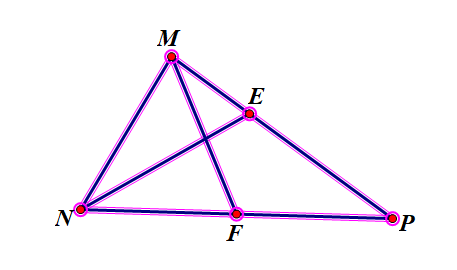
***Email: phamhongquangltv@gmail.com***

**Câu 21.** Cho tam giác MNP có MN=4,MP=8, =Lấy điểm E trên tia MP và đặt .Tìm k để NE vuông góc với trung tuyến MF của tam giác MNP.

**A. k=**. **B. k=**. **C. k=**. **D. k=**.

**Lời giải**

**Chọn B**

****

Ta có: 



NEMF.()=0

..

**Câu 22.** Cho tam giác  có .  là trung điểm của ,  là chân đường phân giác trong góc .Tính 

**A. **. **B.** .

**C. **. **D. **

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Phương Thảo, Tên FB: Nguyễn Thị Phương Thảo)**

**Chọn D**

Vì  là trung điểm của  nên 

Suy ra 

Ta lại có  nên



Theo tính chất đường phân giác thì 

Suy ra  (\*)

Mặt khác  và  thay vào (\*) ta được



Hay 

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Toản Tên FB: Dấu Vết Hát***

***Email: nguyenvantoannbk@gmail.com*** *Bài ở mức độ VD, nhờ thầy cô góp ý!*

**Câu 23.** Cho tam giác *ABC* có *AB = c, AC = b* và Các điểm *M, N* được xác định bởi  và . Tìm hệ thức liên hệ giữa *b* và *c* để *AM* và *CN* vuông góc với nhau.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: .

Tương tự ta cũng có: .

Vậy:



⇔  .

⇔ .

**Họ tên: Trần Ngọc Tên FB: Ngọc Trần**

**Email: soantailieutoanhoc2018@gmail.com**

**Câu 24.** Cho tam giác *ABC* nội tiếp đường tròn tâm *O*. Gọi *I* là trung điểm của *AC* và *M* là điểm thỏa mãn . Biết rằng *OM* vuông góc với *BI* và . Tính góc .

**A.** . **B.**  **C**. . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

****

Ta có 



Gọi  tương ứng là trung điểm của đoạn

Khi đó 





Do đó . Suy ra .

***Họ và tên tác giả : Đào Trung Kiên (st) Tên FB: kienyenthe***

***Email: kienyenthe@gmail.com***

**Câu 25.** Cho hình thang vuông ABCD, đường cao AD = h, đáy AB = a, đáy CD = b. Gọi M là trung điểm của B**C.** Hệ thức giữa a, b, h để  là

**A.** . **B.**  **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có



**Họ và tên: Vũ Huỳnh Đức**

**Email:** [**vutoanpvd@gmail.com**](mailto:vutoanpvd@gmail.com)

**Facebook: vuhuynhduc2017**

**Câu 26.** Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. Gọi M, N là các điểm thỏa mãn , . Gọi I là giao điểm của AM và CN. Tính diện tích của tam giác IBC theo a?

**A. . B. . C. . D..**

**Lời giải**

**Chọn A**



và do  nên từ  ta cũng có



-

Từ giả thiết ta có 



vuông tại I.





Vậy .

**Họ và tên tác giả : Huỳnh Thanh Tịnh Tên FB: huynhthanhtinh**

**Email: huynhthanhtinhspt@gmail.com**

**Câu 27.** Cho tam giác đều  và các điểm  thỏa mãn **, **, ****. Tìm ** để  vuông góc với .

**A.  B.  C. D. **

**Lời giải**

**Chọn A**



****

+) .

Để vuông góc vớithì  



Email: duyhung2501@gmail.com

**Câu 28.** : Giả sử O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC với các cạnh . Tìm giá trị biểu thức: 

**A.**  **B.**  **C**.  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Áp dụng tính chất đường phân giác vào các phân giác  ta luôn có:

 . Từ đó





Vì 

Tương tự ta có:

Chọn đáp án **C.** 

Người sưu tầm: Tăng Duy Hùng. FB: Hùng Tăng

**Họ và tên: Nguyễn Thị Huệ FB: Nguyễn Thị Huệ**

**Gmail:** [**nguyenthihue1611@gmail.com**](mailto:nguyenthihue1611@gmail.com)

**Câu 29.** Cho hai véc tơ  và  thỏa mãn các điều kiện  Đặt  và  Tìm tất cả các giá trị của  sao cho 

**A. ** **B.**  **C.  D. **

**Lời giải. Chọn A**

Từ giả thiết .

, 



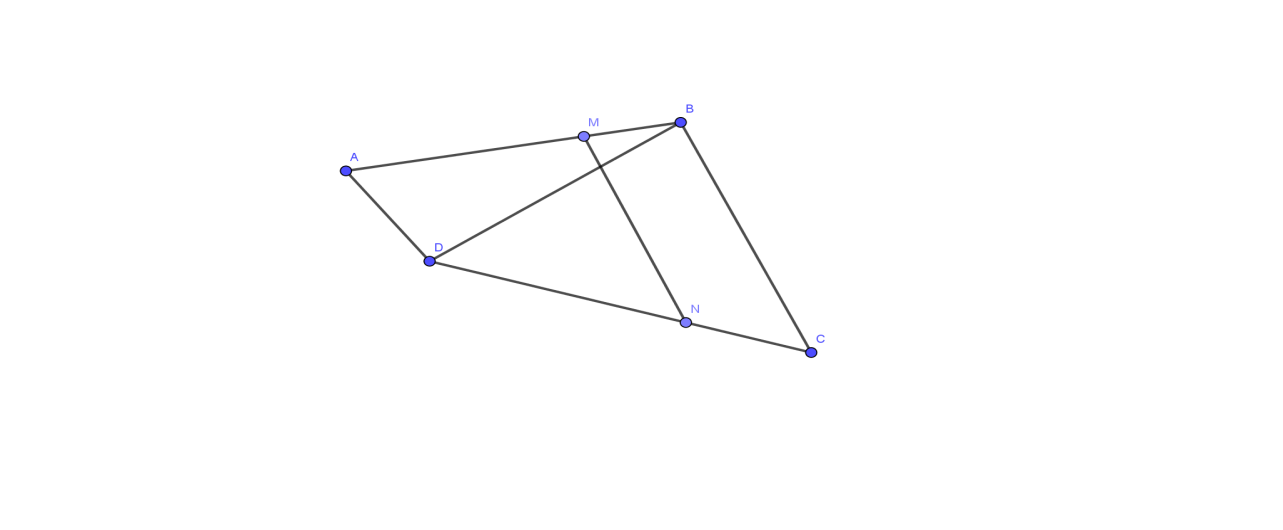
***Họ và tên tác giả : Lê Thị Nguyệt Tên FB: NguyệtLê***

***Email: Lenguyet150682@gmail.com***

**Câu 30.** Cho tứ giác , hai điểm  thỏa mãn  và  Tính  theo  để 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



**Phân tích:** Ta thấy  nên cần phân tích  theo và .

**Giải.** Ta có biểu diễn



Vậy . Do đó .

Suy ra  Đáp án **B.**

***Họ và tên tác giả : Trần Thanh Hà Tên FB: Hatran***

***Email: tranthanhha484@gmail.com***

**Câu 31.** Cho tam giác  có  Gọi là điểm thuộc cạnh sao cho và là điểm thuộc sao cho (). Biết 



( là phân số tối giản, a,b là các số nguyên) sao cho đường thẳngvuông góc với đường thẳng 



Tính giá trị biểu thức .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

.



.



Suy ra:





Theo giả thiết, ta có : 

*Họ và tên tác giả: Đỗ Thế Nhất Tên FB: Đỗ Thế Nhất*

*Email: nhatks@gmail.com*

**Câu 32.** Cho tam giác *ABC* có *AB = c, AC = b* và Các điểm *M, N* được xác định bởi  và . Tìm hệ thức liên hệ giữa *b* và *c* để *AM* và *CN* vuông góc với nhau.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

|  |
| --- |
| Ta có: |
| Tương tự ta cũng có: |
| Vậy: |
| ⇔  ⇔ |
| ⇔  ⇔ |

**Câu 33.** Cho hình chữ nhật ABCD có AB= a, AD=2a. Gọi M là trung điểm AB, N là điểm trên cạnh AD sao cho . Tìm k để CM BN.

**A.** k=7,9 **B.** k=8 **C.** k=8,1 **D.** k=7.8

**Lời giải**

**Chọn B**

giải: Ta có ****

****

Để CMBN thì 

Mà 



Vậy  thì 

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Ngọc Duy Tên FB: Ngọc Duy***

***Email: nguyenngocduyakgl@gmail.com***

**Câu 34.** Cho hình bình hành  có đường chéo lớn là . Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên . Biểu thức nào sau đây là đúng.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên  nên ta có:





Suy ra:  (\*)

Do  là đường chéo lớn nên  và  nằm giữa hai điểm . Suy ra 

Tương tự ta có:  nằm giữa hai điểm . Suy ra 

Vậy đẳng thức (\*) trở thành: .

Email: thuy.tranthithanhdb@gmail.com

**Câu 35.** Cho hình thang vuông , đường cao , cạnh đáy . Tìm hệ thức giữa  để  vuông góc trung tuyến  của tam giác .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**



Thay , ta có:

 (1)

mà 

và 

nên: .

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Quang Nam Tên FB: Quang Nam***

***Email: quangnam68@gmail.com***

**Câu 36.** Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (O, R) , M là điểm chính giữa cung BC ( cung BC không chứa điểm A) . Chọn đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau :

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có 

Tương tự , 

Từ (1), (2) và (3) :





Ta sẽ chứng minh  (\*)

Thật vậy , 

 ( đúng)

( với  lần lượt là diện tích các tam giác MBC, MAC, MAB)

Vậy  (\*)

Theo bài ra:  thay vào (\*) : 

***Họ Tên: Lương Thị Hương Liễu Tên FB: Hương Liễu Lương***

***Email: lieuluong.290983@gmail.com***

**Câu 37.** Cho tam giác  có .  là trung điểm của ,  là chân đường phân giác trong góc  . Tính 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**



Hình 2.3

**Chọn D**

\* Vì M là trung điểm của BC nên 

Suy ra 

Ta có 

 nên



\* Theo tính chất đường phân giác thì 

Suy ra  (\*)

Mặt khác  và  thay vào (\*) ta được



Hay 

***Họ và tên tác giả : Phạm Thành Trung Tên FB: Phạm Thành Trung***

***Email: trungthuong2009@gmail.com***

**Câu 38.** Trong cuộc thi giải trí toán học tổ chức nhân dịp hoạt động chào mừng Ngày nhà giáo Việt Nam có một trò chơi như sau: Người ta thiết kế hai đường ray tạo với nhau một góc  như hình vẽ dưới đây. Trên các đường thẳng  và  người ta để hai vật nặng cùng trọng lượng. Buộc hai vật thể với nhau bằng một thanh cứng  sao cho mỗi vật đều có thể chuyển động được trên hai đường ray. Nối hai vật bằng một sợi giây vòng qua một cột có gốc tại . Người tham dự cuộc thi sẽ đứng tại vị trí điểm  để kéo vật thể chuyển động trên . Người thắng cuộc sẽ là người kéo được vật thể ra xa nhất so với điểm gốc . Hãy dùng kiến thức toán học để tính toán vị trí xa nhất mà người tham dự cuộc thi có thể đạt được.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

+ Đặt . Khi đó theo định lý cosin ta có:



Do đó ta có hệ thức: 

Xét phương trình bậc hai: 

Phương trình có nghiệm  khi 

Vậy học vị trí xa nhất mà học sinh có thể đạt được cách  một khoảng là 

**Câu 39.** Cho tam giác ABC có *AB= c ,BC=a ,CA=b* . Trung tuyến *CM* vuông góc với phân giác trong *AL* và . Tính .

**A. B.  C.  D. **

**Lời giải**

Chọn D

Ta có: 



Theo giả thiết: 



Khi đó: 







**doantv.toan@gmail.com**

**Câu 40.** Cho hình chữ nhật ABCD có . Điểm M thuộc cạnh AD và N là trung điểm BC sao cho . Phân số tối giản  có  bằng bao nhiêu

**A.** 29. **B.** 18. **C.**16. **D.** 27.

**Lời giải**

**(Họ và tên tác giả : Trần Văn Đoàn, Tên FB: Trần Văn Đoàn)**

**Chọn B**



Ta có 





 nên 

***Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Thỏa Tên FB: Nguyễn Thị Thỏa***

***Email: phamquynhanhbaby56@gmail.com***

**Câu 41.** Cho tam giác  có * ; , *. Gọi  là trung điểm của  và  là chân đường phân giác trong góc  của tam giác . Biết rằng trung tuyến ** vuông góc với phân giác trong ** . Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  là chân đường phân giác trong góc  nên 

và  ,  ngược hướng suy ra 

Ta có: .

Vì  là trung tuyến nên .



Theo giả thiết:







Vậy  .

**Câu 42.** Cho tam giác ABC đều nội tiếp (O;R). M là điểm bất kì trên cung nhỏ  . Khi đó

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.**

***Lời giải***

**Chọn A**

Ta có 

Tương tự





Suy ra 

Vì  là các véc tơ đơn vị và đôi một tạo với nhau một góc 1200 nên , do đó 