**§2 TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTƠ**

**A. TÓM TẮT lý thuyẾt**

***1. Tổng hai vectơ***

|  |  |
| --- | --- |
| **a) Định nghĩa:** Cho hai vectơ . Từ điểm A tùy ý vẽ  rồi từ B vẽ  khi đó vectơ  được gọi là tổng của hai vectơ .Kí hiệu  (Hình 1.9) | Hình 1.9 |

**b) Tính chất :**

+ Giao hoán : 

+ Kết hợp : 

+ Tính chất vectơ – không: 

***2. Hiệu hai vectơ***

**a) Vectơ đối của một vectơ.**

*Vectơ đối* của vectơ là vectơ ngược hướng và cúng độ dài với vectơ 

Kí hiệu 

Như vậy  và 

**b) Định nghĩa hiệu hai vectơ:**

Hiệu của hai vectơ  và  là tổng của vectơ  và vectơ đối của vectơ . Kí hiệu là 

**3. Các quy tắc:**

Quy tắc ba điểm : Cho A, B ,C tùy ý, ta có : 

Quy tắc hình bình hành : Nếu  là hình bình hành thì 

Quy tắc về hiệu vectơ : Cho O , A , B tùy ý ta có : 

*Chú ý:* Ta có thể mở rộng quy tắc ba điểm cho n điểm  thì 

**B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.**

* **DẠNG 1: Xác định độ dài tổng, hiệu của các vectơ.**

**1. Phương pháp giải.**

Để xác định độ dài tổng hiệu của các vectơ

* Trước tiên sử dụng định nghĩa về tổng, hiệu hai vectơ và các tính chất, quy tắc để xác định định phép toán vectơ đó.
* Dựa vào tính chất của hình, sử dụng định lí Pitago, hệ thức lượng trong tam giác vuông để xác định độ dài vectơ đó.

**2. Các ví dụ.**

Hình 1.10

***Ví dụ 1:*** Cho tam giác  vuông tại  có  và .

Tính độ dài của các vectơ .

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

(hình 1.10)

Theo quy tắc ba điểm ta có

* 

Mà 



Do đó 

* 

Ta có 

Vì vậy 

* Gọi  là điểm sao cho tứ giác  là hình bình hành.

Khi đó theo quy tắc hình bình hành ta có 

Vì tam giác  vuông ở  nên tứ giác  là hình chữ nhật suy ra 

Vậy 

***Ví dụ 2:*** Cho hình vuông  có tâm là  và cạnh .  là một điểm bất kỳ.

a) Tính 

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.**Cả A, B, C đều đúng

b) Chứng minh rằng  không phụ thuộc vị trí điểm . Tính độ dài vectơ 

 **A.**2a **B.**3a **C.**a **D.**4a

***Lời giải:***

(hình 1.11)

a) + Theo quy tắc hình bình hành ta có 

Suy ra .

Hình 1.11

Áp dụng định lí Pitago ta có 

Vậy 

+ Vì O là tâm của hình vuông nên  suy ra 

Vậy 

+ Do  là hình vuông nên  suy ra 

Mà  suy ra 

b) Theo quy tắc phép trừ ta có



Suy ra  không phụ thuộc vị trí điểm .

Qua  kẻ đường thẳng song song với  cắt  tại .

Khi đó tứ giác  là hình bình hành (vì có cặp cạnh đối song song) suy ra 

Do đó 

Vì vậy 

**3. Bài tập luyện tập.**

**Bài 1.14:** Cho tam giác  đều cạnh . Tính độ dài của các vectơ sau .

 **A.**  **B.** 

 **C.**Cả A, B đều đúng **D.**Cả A, B đều sai

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:*****Bài 1.14**: (Hình 1.45)Theo quy tắc trừ ta có Gọi  là đỉnh của hình bình hành  và  là tâm hình nình hành đó. Khi đó ta có .Ta có Suy ra  | Hình 1.45 |

**Bài 1.15:** Cho hình vuông  có tâm là  và cạnh .  là một điểm bất kỳ.

a) Tính 

 **A.**  **B.** 

 **C.**Cả A, B đều đúng **D.**Cả A, B đều sai

b) Tính độ dài vectơ 

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:*****Bài 1.15.** (Hình 1.46)a) Ta có Ta có  suy ra | Hình 1.46 |

b) Áp dụng quy tắc trừ ta có



Lấy là điểm đối xứng của  qua 

Khi đó 

Suy ra 

**Bài 1.16:** Cho hình thoi  cạnh a và . Gọi O là tâm hình thoi.

Tính .

 **A.**  **B.** 

 **C.**Cả A, B đều đúng  **D.**Cả A, B đều sai

***Lời giải:***

**Bài 1.16:** Ta có



**Bài 1.17:** Cho bốn điểm A, B, C, O phân biệt có độ dài ba vectơ  cùng bằng  và 

a) Tính các góc 

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b) Tính 

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.17:** a) Từ giả thiết suy ra ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều nhận O làm trọng tâm do đó 

b) Gọi I là trung điểm BC. Theo câu a)  đều nên 



**Bài 1.18:** Cho góc . Trên Ox, Oy lấy hai điểm A, B . Tìm điều kiện của A,B sao cho  nằm trên phân giác của góc .

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.18:** Dựng hình bình hành OACB. Khi đó: 

Vậy  nằm trên phân giác góc xOy  là hình thoi .

* **DẠNG 2: Chứng minh đẳng thức vectơ.**

**1. Phương pháp giải.**

* Để chứng minh đẳng thức vectơ ta có các cách biển đổi: vế này thành vế kia, biến đổi tương đương, biến đổi hai vế cùng bằng một đại lương trung gian. Trong quá trình biến đổi ta cần sử dụng linh hoạt ba quy tắc tính vectơ.

*Lưu ý*: Khi biến đổi cần phải *hướng đích* , chẳng hạn biến đổi vế phải, ta cần xem vế trái có đại lượng nào để từ đó liên tưởng đến kiến thức đã có để làm sao xuất hiện các đại lượng ở vế trái. Và ta thường biến đổi vế phức tạp về vế đơn giản hơn.

**2. Các ví dụ.**

***Ví dụ 1:*** Cho năm điểm . Khẳng định nào đúng?

a)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b)

 **A.** 

 **B.** 

 **C.** 

 **D.** 

***Lời giải:***

a) Biến đổi vế trái ta có



  ĐPCM

b) Đẳng thức tương đương với



 (đúng) ĐPCM.

***Ví dụ 2:*** Cho hình bình hành  tâm . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

a)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

c)  *.*

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:***(Hình 1.12)a) Ta có  Theo quy tắc hình bình hành ta có  suy ra  | Hình 1.12 |

b) Vì ABCD là hình bình hành nên ta có: 

Tương tự:  .

c) Cách 1: Vì ABCD là hình bình hành nên 



Cách 2: Đẳng thức tương đương với

 (đúng do  là hình bình hành)

***Ví dụ 3:*** Cho tam giác. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của .Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

a)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

c) với  là điểm bất kì.

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

(Hình 1.13)

a) Vì  là đường trung bình của tam giác  nên

 suy ra tứ giác  là hình bình hành



Hình 1.13

 là trung điểm của 

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có



b) Vì tứ giác  là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có , kết hợp với quy tắc trừ



Mà  do  là trung điểm của .

Vậy .

c) Theo quy tắc ba điểm ta có



Theo câu a) ta có  suy ra .

**3. Bài tập luyện tập.**

**Bài 1.19:** Cho bốn điểm. Tìm khẳng định đúng nhất?

a)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.19:** a) Áp dụng quy tắc trừ ta có



 (đúng)

b) Áp dụng quy tắc ba điểm ta có



 (đúng)

**Bài 1.20:** Cho các điểm . Khẳng định nào đúng nhất?

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.20:** *Cách 1*: Đẳng thức cần chứng minh tương đương với





 (đúng)

*Cách 2*: 



**Bài 1.21:** Cho hình bình hành  tâm . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng.Khẳng định nào đúng

a)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b) 

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

c) 

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.21** a) Ta có  do đó

Hình 1.47



b) Theo quy tắc hình bình hành ta có



c) Theo câu b) ta có 

Theo quy tắc trừ ta có 

Mà  suy ra 

**Bài 1.22:** Cho tam giác. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của . Khẳng định nào đúng?

a)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài** **1.22**: (Hình 1.48)

Hình 1.48

a) Vì  nên



b) Vì  và kết hớp với quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành ta có



**Bài 1.23:** Cho hai hình bình hành  và  có chung đỉnh A. Khẳng định nào đúng

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài** **1.23**: Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có



**Bài 1.24:** Cho ngũ giác đều  tâm O. Chứng minh rằng 

***Lời giải:***

**Bài 1.24:** Đặt 

Vì ngũ giác đều nên vectơ  cùng phương với  nên  cùng phương với .

Tương tự  cùng phương với  suy ra .

**Bài 1.25:** Cho hình bình hành . Dựng  .

Chứng minh rằng: .

***Lời giải:***

**Bài 1.25:** Theo quy tắc ba điểm ta có 

Mặt khác  suy ra 