

**§➋. PT LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN**

**Chương 1:**

**Tóm tắt lý thuyết**

Ⓐ

**➊**.**Phương trình sinx = a**

*   ***> 1:*** *PT vô nghiệm*
*  ≤ *1: PT có các nghiệm*

➀*. x = arcsina + k2*π*, k* ∈ *Z;*

➁. *x =* π *– arcsina + k2*π*, k* ∈ *Z*

**🞜*Chú ý:***

* *sinf(x) = sing(x)* ⇔
* *sinx = sinβ0 ⇔ *

**🞜*Các trường hợp đặc biệt:***

➀.*sinx = 1* ⇔ *x =*  *+ k2*π

➁.*sinx = –1* ⇔ *x = –*  *+ k2*π

➂.*sinx = 0* ⇔ *x = k*π

**➋**. **Phương trình cosx = a**

*   ***> 1:*** *PT vô nghiệm*
* ≤ *1: PT có các nghiệm*

➀.*x = arccosa + k2*π*, k* ∈ *Z;*

➁.*x = – arccosa + k2*π*, k* ∈ *Z*

**🞜*Chú ý:***

* *cosf(x) = cosg(x)* ⇔ *f(x) =* ± *g(x) + k2*π*, k* ∈ *Z*
* *cosx = cos*β*0* ⇔ *x =* ±β*0 + k3600, k* ∈ *Z*

**🞜*Các trường hợp đặc biệt:***

➀.*cosx = 1* ⇔ *x = k2*π

➁.*cosx = –1* ⇔ *x =* π *+ k2*π

➂.*cosx = 0* ⇔ *x =*  *+ k*π

**➌**. **Phương trình tanx = a**

* *ĐK: x* ≠ *+ k*π *(k* ∈ *Z).*
* *PT có nghiệm x = arctana + k*π*, k* ∈ *Z;*

**🞜*Chú ý:***

* *tanf(x) = tang(x)* ⇔*f(x) = g(x) + k*π*, k* ∈ *Z*
* *tanx = tanβ0 ⇔ x = β0 + k1800, k ∈ Z*

**🞜***Các trường hợp đặc biệt:*

➀.*tanx = 1* ⇔ *x =*  *+ k*π

➁.*tanx = –1* ⇔ *x = –*  *+ k*π

➂.*tanx = 0* ⇔ *x = k*π

**➍**. **Phương trình cotx = a**

* *ĐK: x* ≠ *k*π *(k* ∈ *Z).*
* *PT có nghiệm x = arccota + k*π*, k* ∈ *Z;*

**🞜*Chú ý:***

* *cotf(x) = cotg(x)* ⇔ *f(x) = g(x) + k*π*, k* ∈ *Z*
* *cotx = cotβ0* ⇔ *x = β0 + k1800, k* ∈ *Z*

**🞜*Các trường hợp đặc biệt:***

➀.*cotx = 1* ⇔ *x =*  *+ k*π

➁.*cotx = –1* ⇔ *x = –*  *+ k*π

➂.*cotx = 0* ⇔ *x =*  *+ k*π

**Phân dạng bài tập**

Ⓑ

**①**. **Dạng 1:** **Phương trình sinx = a**

**🗵. Bài tập minh họa:**

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có: , .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**



1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

Ta có 

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** ; .

**B.** ; .

**C.** ; .

**D.** ; .

**Lời giải**

Ta có:  .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

.

**②**. **Dạng 2:** **Phương trình cosx = a**

**🗵. Bài tập minh họa:**

1. Giải phương trình sau .

**A.** . **B. **.

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có: .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Lời giải**

Ta có .

1. Phương trình lượng giác  có nghiệm là

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

.

**③**. **Dạng 3:** **Phương trình tanx = a**

**🗵. Bài tập minh họa:**

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

 .

1. Nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

.

1. Nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Lời giải**

().

1. Số nghiệm của phương trình trên khoảng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

****.

.

Vậy phương trình có  nghiệmtrên khoảng .

1. Tất cả các nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Lời giải**

Điều kiện 

thỏa mãn điều kiện.

**④**. **Dạng 4: Phương trình cotx = a**

**🗵. Bài tập minh họa:**

1. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là .

1. Tất cả các nghiệm của phương trình  là:

**A.** , . **B.** , .

**C.** , . **D.** , .

**Lời giải**

Ta có: 

, .

Nghiệm của phương trình đã cho là: , .

1. Số nghiệm của phương trình  trên khoảng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

Ta có: .

, mà  nên .

🞜**Bài tập rèn luyện**

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Giải phương trình sau .

**A.** . **B. **.

**C.** . **D.** .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Phương trình lượng giác  có nghiệm là

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

1. Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai?

**A. **. **B. **.

**C.  D. **.

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1.  là một họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C. **. **D.** .

1. Phương trình ,  thuộc  có nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

1. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình có nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Phương trình có nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** ; . **B.** ; .

**C.** ; . **D.** ; .

1. Phương trình  có tập nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

**A.** . **B.** .

**C. **. **D.** .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong các phương trình sau có bao nhiêu phương trình có nghiệm?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tất cả các nghiệm của phương trình  là:

**A.** , . **B.** , .

**C.** , . **D.** , .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Họ nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Phương trình  có nghiệm khi:

**A.** . **B. **. **C. **. **D. **.

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.**  **B. **. **C.** . **D.** .

1. Nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Nghiệm của phương trình .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho là nghiệm của phương trình nào sau đây

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho là nghiệm của phương trình nào sau đây

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho phương trình , nghiệm của phương trình là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** **.**

1. Phương trình  có nghiệm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào **sai**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.**  **B.** .

**C.**  **D.** 

1. Phương trình  có một nghiệm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Giải phương trình .

**A.** , . **B.** , .

**C.** , . **D.** , .

1. Phương trình có nghiệm là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Gọi  là nghiệm trong khoảng  của phương trình , nếu biểu diễn  với ,  là hai số nguyên và  là phân số tối giản thì  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Nghiệm của phương trình:là.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong khoảng  phương trình  có tập nghiệm  bằng

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

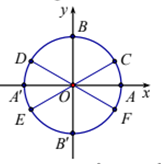
1. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  trong khoảng  bằng . Vậy  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số nghiệm của phương trình  trên khoảng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

1. Cho  như hình vẽ dưới đây. Nghiệm của phương trình  được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là những điểm nào?



**A.** Điểm , điểm . **B.** Điểm , điểm .

**C.** Điểm , điểm . **D.** Điểm , điểm .

1. Nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Phương trình  có bao nhiêu nghiệm trên đoạn ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D. **

1. Số nghiệm của phương trình  trên đoạn  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tập các giá trị của tham số  để phương trình  có nghiệm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình  có bao nhiêu nghiệm trên khoảng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Phương trình  có bao nhiêu nghiệm thuộc ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình  có các nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Phương trình  có hai họ nghiệm có dạng  và , . Khi đó, tính ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số nghiệm của phương trình:  thuộc khoảng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

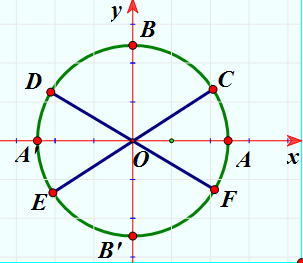
1. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số nghiệm của phương trình trên khoảng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Xét đường tròn lượng giác như hình vẽ. Biết  lần lượt là các điểm đối xứng của  qua gốc  Nghiệm của phương trình  được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là những điểm nào?



**A.** Điểm , điểm  **B.** Điểm  điểm 

**C.** Điểm  điểm  **D.** Điểm  điểm 

1. Số nghiệm của phương trình  trên đoạn đoạn  là

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

1. Nghiệm của phương trình là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Phương trình  có tập nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số, số nghiệm thuộc  của phương trình  là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

1. Nghiệm của phương trình  là

**A.** ; . **B.** ; .

**C.** ; . **D.** ; .

1. Phương trình  có nghiệm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình  có nghiệm khi

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tập nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

**A. **. **B. **.

**C.  D. **.

1. Phương trình  có bao nhiêu nghiệm trên khoảng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho phương trình  có nghiệm khi  Khi đó  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tập nghiệm  của phương trình  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Phương trình  có mấy nghiệm trong nửa khoảng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tất cả các nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Biết các nghiệm của phương trình  có dạng và ,; với  là các số nguyên dương. Khi đó  bằng

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

1. Phương trình  vô nghiệm khi  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Số nghiệm của phương trình  trên đoạn  là:

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

1. Số nghiệm của phương trình thuộc đoạn là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Giải phương trình .

**A. .** **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Giải phương trình .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để phương trình  có nghiệm?

**A.  B.  C.  D. **

1. Tính tổng các nghiệm trong đoạn của phương trình: 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  trên đoạn .

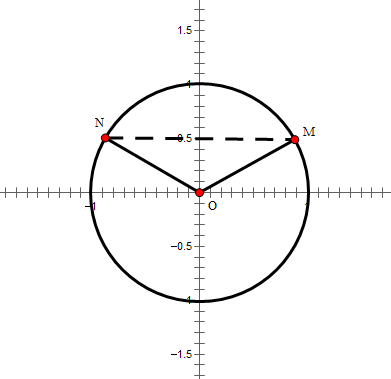
**A.** . **B.** . **C. **. **D. **.

1. Phương trình:  vô nghiệm khi m là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

1. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là 2 điểm

?



**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Tìm tổng các nghiệm của phương trình  trên .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho phương trình   là tham số. Số các giá trị nguyên của  để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt trên  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

1. Cho phương trình . Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng của phương trình trên.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  là . Khi đó  bằng

**A.** 12. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 11

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.D** | **2.C** | **3.A** | **4.B** | **5.C** | **6.B** | **7.A** | **8.C** | **9.D** | **10.C** |
| **11.A** | **12.B** | **13.A** | **14.D** | **15.A** | **16.B** | **17.C** | **18.D** | **19.A** | **20.A** |
| **21.D** | **22.C** | **23.C** | **24.D** | **25.D** | **26.B** | **27.C** | **28.C** | **29.A** | **30.D** |
| **31.C** | **32.C** | **33.C** | **34.B** | **35.C** | **36.C** | **37.D** | **38.C** | **39.C** | **40.D** |
| **41.A** | **42.C** | **43.C** | **44.A** | **45.D** | **46.A** | **47.D** | **48.D** | **49.D** | **50.A** |
| **51.D** | **52.A** | **53.D** | **54.B** | **55.D** | **56.D** | **57.A** | **58.C** | **59.C** | **60.D** |
| **61.A** | **62.D** | **63.B** | **64.C** | **65.A** | **66.D** | **67.C** | **68.A** | **69.B** | **70.B** |
| **71.D** | **72.B** | **73.A** | **74.B** | **75.C** | **76.C** | **77.D** | **78.C** | **79.D** | **80.C** |
| **81.C** | **82.C** | **83.D** | **84.D** | **85.B** | **86.C** | **87.B** | **88.D** | **89.C** | **90.D** |
| **91.D** | **92.B** | **93.C** |  |  |  |  |  |  |  |

**Hướng dẫn giải**

**Câu 1:**  

**Câu 2:** Ta có: .

**Câu 3:** Ta có .

**Câu 4:**  Ta có .

**Câu 5:**

**Câu 6:**  .

**Câu 7:**  Với  ta có: .

Do đó  là một họ nghiệm của phương trình .

**Câu 8:**

**Câu 9:**  .

**Câu 10:**

Ta có .

**Câu 11:**  Ta có 

**Câu 12:**  

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là .

**Câu 13:**  Ta có 







.

**Câu 14:**  .

**Câu 15:**  Theo công thức nghiệm đặc biệt thì .

**Câu 16:**  Vì  là nên phương trình  vô nghiệm.

**Câu 17:** Ta có:  .

**Câu 18:**  .

**Câu 19:**  Ta có:

⮚ .

⮚ .

⮚ .

Đáp án sai : .

**Câu 20:**  .

**Câu 21:**  Do  có tập giá trị là  nên các phương trình  có nghiệm; phương trình  vô nghiệm do 

**Câu 22:**  Ta có .

**Câu 23:**   .

**Câu 24:**  Ta có phương trình .

Vậy tập nghiệm của phương trình là .

**Câu 25:**  Ta có: 

, .

Nghiệm của phương trình đã cho là: , .

**Câu 26:**  Ta có: , .

**Câu 27:**

**Lời giải**



**Câu 28:**

**Lời giải**

Ta có: ****Suy ra C là đáp án sai

**Câu 29:**

**Lời giải**

Phương trình  có nghiệm khi  do .

**Câu 30:**

**Lời giải**

. Vậy chọn D

**Câu 31:**  .

**Câu 32:**  Ta có: 

**Câu 33:**  Ta có: 

**Câu 34:**  Ta có:****

**Câu 35:** 

**Câu 36:**  

**Câu 37:**

Ta có, nên đáp án **D** sai.

**Câu 38:**  \* Ta có: .

**Câu 39:**  . Vậy  là một nghiệm của pt đã cho.

**Câu 40:**  Ta có , .

**Câu 41:**  Theo công thức nghiệm đặc biệt thì .

**Câu 42:** + Phương trình   phương trình  vô nghiệm.

+ Phương trình   phương trình  có nghiệm.

+ Phương trình    phương trình  có nghiệm.

+ Phương trình  mà  nên phương trình  có nghiệm.

**Câu 43:** Phương trình .

Với . Suy ra  và .

Vậy .

**Câu 44:**  .

**Câu 45:**  .

Suy ra trong khoảng  phương trình đã cho có tập nghiệm là .

**Câu 46:**  Ta có .

**Câu 47:**  .

Với .

Vậy .

**Câu 48:**  Ta có: .

, mà  nên .

**Câu 49:**  .

Các cung lượng giác ,  lần lượt được biểu diễn trên đường tròn lượng giác bởi các điểm  và .

**Câu 50:**  ().

**Câu 51:** *Cách 1:*

Ta có , với 

+)  Lại có  nên 

+)  Lại có  nên 

Vậy phương trình  có 20 nghiệm trên đoạn 

*Cách 2:*



Dùng đường tròn lượng giác, trên đoạn  phương trình  có 2 nghiệm, tương tự với  Có 10 đoạn như vậy, trên mỗi đoạn có 2 nghiệm nên suy ra phương trình đã cho có 2.10=20 trên  chọn đáp án **D.**

**Câu 52:**  .

Ta có: .

Ta được .

Có  giá trị , ứng với  nghiệm của phương trình trên .

**Câu 53:**  Ta có:  có nghiệm

khi và chỉ khi .

**Câu 54:**  Ta có:  .

⮚ **Trường hợp 1:**  .

Vì .

Vậy có tất cả có  giá trị tương ứng với trường hợp  có  nghiệm là:

; ; ; ; ; ; ; .

⮚ **Trường hợp 2:**  .

Vì .

Vậy có tất cả có  giá trị tương ứng với trường hợp có  nghiệm là:

; ; ; ; ; ; ; 

Vậy trên khoảng  phương trình đã cho có tất cả là  nghiệm.

**Câu 55:**  , mà .

, .

Suy ra , .

Vậy  có  nghiệm thuộc .

**Nhận xét:** *Hàm số*  *tuần hoàn với chu kì* *, nên trên mỗi đoạn có độ dài bằng một chu kì thì phương trình*  *có đúng một nghiệm. Mà đoạn*  *được chia làm*  *đoạn có độ dài bằng 1 chu kì dạng* *,* *, …,*  *nên phương trình đã cho có*  *nghiệm.*

**Câu 56:**  Ta có: 

**Câu 57:**    .

 .

**Câu 58:**  Cách 1:

.

+) Xét .

+) Xét .

Vậy phương trình  có 2 nghiệm trên .

Cách 2:

Hàm số  là hàm số tuần hoàn với chu kì . Trên mỗi khoảng có độ dài bằng chu kì thì phương trình  luôn có đúng hai nghiệm.

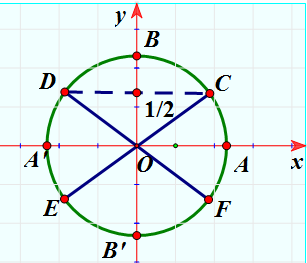
Do đó trên  thì phương trình  có đúng hai nghiệm.

**Câu 59:**  .

**Câu 60:**  ****.

.

Vậy phương trình có  nghiệmtrên khoảng .

**Câu 61:**  

Ta có: .

Dựa vào đường tròn lượng giác ta có điểm biểu diễn nghiệm của phương trình là điểm  điểm .

**Câu 62:**  ***Tự luận***



- Xét 



Chỉ có một nghiệm 

- Xét 



Chỉ có một nghiệm 

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn .

**Câu 63:**  

**Câu 64:**  Ta có 

**Câu 65:**  

.

**Câu 66:**  Ta có



Do đó



Trường hợp 1. Với 

Do  nên 

Suy ra  ta được .

Trường hợp 2. Với 

Do  nên 

Suy ra  ta được  ta được .

Vậy có 3 nghiệm thuộc  của phương trình  là ; ; .

**Câu 67:**  Ta có:  .

**Câu 68:**  Điều kiện:  .

Ta có: .

Kết hợp với điều kiện ta được  .

**Câu 69:**  Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi 

**Câu 70:**  Ta có:



.

**Câu 71:**  .

Ta có  nên phương trình vô nghiệm.

**Câu 72:**  Ta có:  .

⮚ **Trường hợp 1:**  .

Vì .

Vậy có tất cả có  giá trị tương ứng với trường hợp  có  nghiệm là:

; ; ; ; ; ; ; .

⮚ **Trường hợp 2:**  .

Vì .

Vậy có tất cả có  giá trị tương ứng với trường hợp có  nghiệm là:

; ; ; ; ; ; ; 

Vậy trên khoảng  phương trình đã cho có tất cả là  nghiệm.

**Câu 73:**  Ta có: 

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi 

Suy ra: 

**Câu 74:**  Phương trình:  .

Kết luận: Vậy phương trình tập nghiệm .

**Câu 75:**  Ta có: .

Do 

Mặt khác do .

Vậy phương trình có nghiệm 

**Câu 76:** Ta có .

.

Vậy họ nghiệm này có hai nghiệm thuộc đoạn  là .

.

Vậy họ nghiệm này có một nghiệm thuộc đoạn  là .

Vậy phương trình ban đầu có ba nghiệm thuộc đoạn .

**Câu 77:**  Điều kiện 

thỏa mãn điều kiện.

**Câu 78:**  ; 

TH1: ;  lớn nhất

Chọn 

TH2: ;  nhỏ nhất

Chọn 

Khi đó tổng cần tìm là: .

**Câu 79:**  

.

**Câu 80:**  **+)** , phương trình có nghiệm khi 

**+)** , phương trình vô nghiệm khi 

Chọn đáp án C

**Câu 81:**  ĐKXĐ:.

Khi đó: .

Mà  nên . Kết hợp với điều kiện, suy ra nghiệm của

phương trình trên đoạn  là .

**Câu 82:**  Ta có .

Vì Phương trình có 1 nghiệm trên đoạn 

**Câu 83:**  Ta có : .

Giải  : .

Giải  : , phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình có họ nghiệm là .

**Câu 84:**  Ta có: .

**Câu 85:** Phương trình đã cho tương đương với phương trình 

Vì  nên 

Vậy nên có 2 giá trị chọn B

**Câu 86:**

**Lời giải**

Điều kiện để phương trình có nghĩa 

Khi đó, phương trình  so sánh với đk



Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn của phương trình là: .

**Câu 87:**  Ta có .

Vì  nên .

+ Với . Ta có . Suy ra .

+ Với . Tương tự . Suy ra .

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên  là .

**Câu 88:**  Theo lý thuyết phương trình  vô nghiệm khi: ****.

**Câu 89:**  Ta thấy 2 điểm M và N là các giao điểm của đường thẳng vuông góc với trục tung tại điểm  với đường tròn lượng giác ⇒ M và N là các điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:  ⇒ Đáp án. **C.**

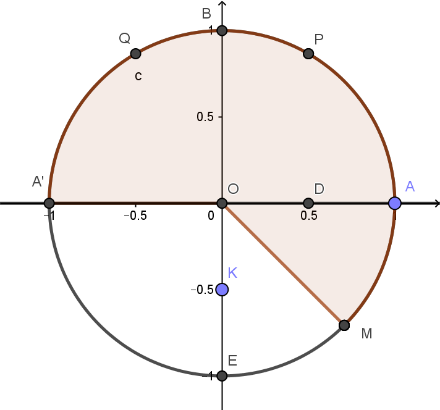
**Câu 90:**  Ta có: 

.

Mà  nên . Do  nên 

.

**Câu 91:**  Phương trình đã cho tương đương với phương trình 



có 1 nghiệm là  trên 

Suy ra 

**Câu 92:**  Ta có:  .

+ Xét .

Do . Vì  nên không có giá trị .

+ Xét .

Do . Vì  nên có hai giá trị  là: .

 Với .

 Với .

Do đó trên khoảng  phương trình đã cho có hai nghiệm  và .

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng  là: .

**Câu 93:**  Tập xác định:.

Ta có:  

.

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là .