**CHƯƠNG I: VECTƠ**

**§1 CÁC ĐỊNH NGHĨA**

**A. TÓM TẮT lý thuyẾt**

***1. Định nghĩa vectơ***:

*Vectơ* là đoạn thẳng có hướng, nghĩa là trong hai điểm mút của đoạn thẳng đã chỉ rõ điểm nào là điểm đầu, điểm nào là điểm cuối.

Hình 1.1

Vectơ có điểm đầu là A, điểm cuối là B ta kí hiệu : 

Vectơ còn được kí hiệu là: 

Vectơ – không là vectơ có điểm đầu trùng điểm cuối. Kí hiệu là 

***2. Hai vectơ cùng phương, cùng hướng.***

- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vectơ gọi là *giá* của vectơ

- Hai vectơ có giá song song hoặc trùng nhau gọi là hai vectơ *cùng phương*

- Hai vectơ cùng phương thì hoặc cùng hướng hoặc ngược hướng.

Hình 1.2

*Ví dụ:* Ở hình vẽ trên trên (hình 2) thì hai vectơ  và  cùng hướng còn  và  ngược hướng.

Đặc biệt: vectơ – không cùng hướng với mọi véc tơ.

**3. Hai vectơ bằng nhau**

Hình 1.3

- Độ dài đoạn thẳng  gọi là độ dài véc tơ , kí hiệu .

Vậy .

- Hai *vectơ bằng nhau* nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

*Ví dụ:* (hình 1.3) Cho hình bình hành  khi đó 

**B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.**

* **DẠNG 1: Xác định một vectơ; phương, hướng của vectơ; độ dài của vectơ**

**1. Phương pháp giải.**

* Xác định một vectơ và xác định sự cùng phương, cùng hướng của hai vectơ theo định nghĩa
* Dựa vào các tình chất hình học của các hình đã cho biết để tính độ dài của một vectơ

**2. Các ví dụ.**

***Ví dụ 1:*** Cho tứ giác**.** Có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của ngũ giác.

 **A.**12 **B.**13 **C.**14 **D.**16

***Lời giải:***

Hai điểm phân biệt, chẳng hạn  ta xác định được hai vectơ khác vectơ-không là . Mà từ bốn đỉnh  của ngũ giác ta có 6 cặp điểm phân biệt do đó có 12 vectơ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

***Ví dụ 2:*** Chứng minh rằng ba điểm  phân biệt thẳng hàng khi và chỉ khi  cùng phương.

***Lời giải***

Nếu  thẳng hàng suy ra giá của  đều là đường thẳng đi qua ba điểm  nên  cùng phương.

Ngược lại nếu  cùng phương khi đó đường thẳng  và  song song hoặc trùng nhau. Nhưng hai đường thẳng này cùng đi qua điểm  nên hai đường thẳng  và  trùng nhau hay ba điểm  thẳng hàng.

***Ví dụ 3:*** Cho tam giác . Gọi  lần lượt là trung điểm của .

a) Có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không cùng phương với  có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

 **A.**5 **B.**6 **C.**7 **D.**8

b) Có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không cùng hướng với  có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

 **A.**3 **B.**4 **C.**6 **D.**5

c) Vẽ các vectơ bằng vectơ  mà có điểm đầu .

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:***(Hình 1.4)a) Các vectơ khác vectơ không cùng phương với  là .b) Các vectơ khác vectơ - không cùng hướng với  là. | Hình 1.4 |

c) Trên tia  lấy điểm  sao cho 

Khi đó ta có  là vectơ có điểm đầu là  và bằng vectơ .

Qua  dựng đường thẳng song song với đường thẳng . Trên đường thẳng đó lấy điểm  sao cho  cùng hướng với  và .

Khi đó ta có  là vectơ có điểm đầu là  và bằng vectơ .

***Ví dụ 4:*** Cho hình vuông  tâm  cạnh . Gọi là trung điểm của ,  là điểm đối xứng với  qua . Hãy tính độ dài của vectơ sau .

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:***(hình 1.5)Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông  ta có Suy ra .Qua N kẻ đường thẳng song song với  cắt  tại . | Hình 1.5 |

Khi đó tứ giác  là hình vuông và .

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông  ta có



Suy ra .

**3. Bài tập luyện tập.**

**Bài 1.1:** Cho ngũ giác**.** Có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của ngũ giác.

 **A.**20 **B.**12 **C.**14 **D.**16

***Lời giải:***

**Bài 1.1**Hai điểm phân biệt, chẳng hạn  ta xác định được hai vectơ khác vectơ-không là . Mà từ năm đỉnh  của ngũ giác ta có 10 cặp điểm phân biệt do đó có 20 vectơ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Bài 1.2**: Cho hình bình hành  có tâm là O. Tìm các vectơ từ 5 điểm A, B, C, D, O

a) Bằng vectơ  ; 

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

b) Có độ dài bằng 

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.2**: a) 

b) 

**Bài 1.3:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng.

a) Khi nào thì hai vectơ  và  cùng hướng ?

 **A.** A nằm trong đoạn BC **B.** Nằm chính giữa BC

 **C.** A nằm ngoài đoạn BC **D.** Không tồn tại

b) Khi nào thì hai vectơ  và  ngược hướng ?

 **A.** A nằm trong đoạn BC **B.** Nằm chính giữa BC

 **C.** A nằm ngoài đoạn BC **D.** Không tồn tại

***Lời giải:***

**Bài 1.3:** a) A nằm ngoài đoạn BC

b) A nằm trong đoạn BC

**Bài 1.4:** Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt.

a) Nếu  thì có nhận xét gì về ba điểm A, B, C

 **A.** B là trung điểm của AC **B.** B nằm ngoài của AC

 **C.** B nằm trên của AC **D.** Không tồn tại

b) Nếu  thì có nhận xét gì về bốn điểm A, B, C, D

 **A.** A, B, C, D thẳng hàng **B.** ABCD là hình bình hành

 **C.**A, B đều đúng  **D.**A, B đều sai

***Lời giải:***

**Bài 1.4** a) B là trung điểm của AC

b) A, B, C, D thẳng hàng hoặc ABCD là hình bình hành

**Bài 1.5:** Cho hình thoi  có tâm  . Hãy cho biết số khẳng định đúng ?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

 **A.**3 **B.**4 **C.**5 **D.**6

***Lời giải:***

**Bài 1.5**: a) Sai b) Đúng c) Đúng

d) Sai e) Sai f) đúng

**Bài 1.6:** Cho lục giác đều  tâm . Hãy tìm các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho

a) Bằng với 

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

b) Ngược hướng với 

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.6**: a)  b) 

**Bài 1.7:** Cho hình vuông  cạnh  , tâm  và M là trung điểm AB.

Tính độ dài của các vectơ .

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:*****Bài 1.7**: (hình 1.40) Ta có ; Gọi E là điểm sao cho tứ giác  là hình bình hành khi đó nó cũng là hình vuôngTa có   | Hình 1.40 |

**Bài 1.8:** Cho tam giác  đều cạnh  và  là trọng tâm. Gọi  là trung điểm của .

Tính độ dài của các vectơ .

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:*****Bài 1.8**: (Hình 1.41)Ta có Gọi M là trung điểm của Ta có  | Hình 1.41 |

**Bài 1.9:** Cho trước hai điểm  phân biệt . Tìm tập hợp các điểm M thoả mãn .

 **A.** đường thẳng song song đoạn thẳng 

 **B.** đường trung trực của đoạn thẳng 

 **C.** đường vuông góc của đoạn thẳng 

 **D.**Không tồn tại

***Lời giải:***

**Bài 1,9**: Tập hợp điểm  là đường trung trực của đoạn thẳng 

* **DẠNG 2: Chứng minh hai vectơ bằng nhau.**

**1. Phương pháp giải.**

* Để chứng minh hai vectơ bằng nhau ta chứng minh chúng có cùng độ dài và cùng hướng hoặc dựa vào nhận xét nếu tứ giác  là hình bình hành thì  và 

**2. Các ví dụ.**

***Ví dụ 1:*** Cho tứ giác . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA. Khảng định nào sau đây đúng

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:***(hình 1.6)Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC nên MN là đường trung bình của tam giác  suy ra  và  (1). | Hình 1.6 |

Tương tự QP là đường trung bình của tam giác  suy ra  và  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  và  do đó tứ giác  là hình bình hành

Vậy ta có 

***Ví dụ 2:*** Cho tam giác  có trọng tâm . Gọi  là trung điểm của . Dựng điểm  sao cho .Khẳng định nào sau đây đúng

a) **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

b) Gọi  là trung điểm của . Khẳng định nào sau đây là đúng

 **A.** . **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:***(hình 1.7)a) Vì  là trung điểm của  nên  và  cùng hướng với  do đó hai vectơ , bằng nhau hay . | Hình 1.7 |

b) Ta có  suy ra  và .

Do đó  cùng hướng (1).

Vì  là trọng tâm tam giác  nên ,  là trung điểm  suy ra 

Vì vậy  (2)

Từ (1) và (2) ta có .

***Ví dụ 3:*** Cho hình bình hành . Trên các đoạn thẳng theo thứ tự lấy các điểm  sao cho . Gọi  là giao điểm của  và  là giao điểm của . Khẳng định nào sau đây là đúng?

 **A.**  **B.**  **C.**Cả A, B đúng **D.**Cả A, B sai

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:***(hình 1.8)Ta có , mặt khác  song song với  do đó tứ giác  là hình bình hànhSuy ra . | Hình 1.8 |

Xét tam giác  và  ta có  (giả thiết),  (so le trong)

Mặt khác  (đối đỉnh) và  (hai góc đồng vị) suy ra .

Do đó  (c.g.c) suy ra .

Dễ thấy  cùng hướng vì vậy .

**3. Bài tập luyện tập.**

**Bài 1.10:** Cho tứ giác . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA. Khăng định nào sau đây đúng

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:*****Bài 1.10*:*** (Hình 1.42) Do M, Q lần lượt là trung điểm của AB và AD nên MQ là đường trung bình của tam giác  suy ra  và  (1).Tương tự NP là đường trung bình của tam giác  suy ra  và  (2).Từ (1) và (2) suy ra  và  do đó tứ giác  là hình bình hànhVậy ta có . | Hình 1.42 |

**Bài 1.11:** Cho hình bình hành . Gọi  lần lượt là trung điểm của ;  là giao điểm của  và  là giao điểm của .Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.

 **A.**  **B.**  **C.**Cả A, B đều đúng **D.**Cả A, B đều sai

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:*****Bài 1.11**: (Hình 1.43)Ta có tứ giác  là hình bình hành vì .Suy ra .Xét tam giác  có  là trung điểm của  và  do đó  là trung điểm của . Tương tự xét tam giác  suy ra được  là trung điểm của Vì vậy  từ đó suy ra  | Hình 1.43 |

**Bài 1.12:** Cho hình thang ABCD có hai đáy là AB và CD với . Từ C vẽ . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

a)

 **A.**  **B.** 

 **C.**Cả A, B đều đúng **D.**Cả A, B đều sai

b)

 **A.**  **B.** 

 **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***Lời giải:*****Bài 1.12**: (Hình 1.44) a) Ta có  suy ra  là hình bình hànhTa có  mà  do đó  là trung điểm Ta có  và tứ giác  là hình bình hànhSuy ra  | Hình 1.44 |

b)  là trung điểm của  và tứ giác  là hình bình hành suy ra 

**Bài 1.13:** Cho tam giác  có trực tâm H và O tâm là đường tròn ngoại tiếp . Gọi B' là điểm đối xứng B qua OKhẳng định nào sau đây là đúng?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải:***

**Bài 1.13:**  Ta có **,** 

Suy ra  là hình bình hành do đó .