|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | **KỲ THI OLYMPIC QUẢNG NAM NĂM 2019**  Môn thi: **TOÁN – Lớp 11** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** | Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Ngày thi : **21/3/2019** |

**Câu 1 (3,0 điểm).** Giải các phương trình sau:

a)  b) 

**Câu 2 (4,0 điểm).**

a) Chứng minh mệnh đề sau bằng phương pháp quy nạp: “ Tổng các góc trong của đa giác lồi có *n* cạnh bằng  ”.

b) Cho dãy số  biết:  với  Tìm số hạng tổng quát của dãy số 

**Câu 3 (6,0 điểm).**

a) Cho số nguyên dương  thỏa mãn: và  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tìm số hạng không chứa  trong khai triển của với 

b) Gọi là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên từ  ra một số. Tính xác suất để chọn được số không có hai chữ số chẵn đứng liền kề.

c)Cho hàm số  .

Tìm giá trị của tham số *m* để hàm số  liên tục tại .

**Câu 4 (3,0 điểm).**

a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hai đường thẳng  . Biết phép vị tự tâm *A*(0;1), tỉ số  biến đường thẳng  thành đường thẳng . Viết phương trình ảnh của đường tròn  qua phép vị tự tâm *A*, tỉ số *k*.

b) Trong mặt phẳng, cho hai điểm *A*, *B* cố định, điểm *M* di động trên nửa mặt phẳng bờ *AB* sao cho tam giác *ABM* vuông tại *M*. Trên nửa mặt phẳng bờ *AB* không chứa điểm *M* vẽ tia *Bx* vuông góc với *BM*. Trên tia *Bx* lấy điểm *C* sao cho *BM* = *BC*. Qua điểm *C* dựng đường thẳng *d* vuông góc với *AB* cắt tia *BM* ở *N*. Hãy xác định phép quay biến *AM* thành *BN*. Khi *M* di động thì điểm *N* di động trên đường nào?

**Câu 5 (4,0 điểm).**

Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, *SA* vuông góc với mặt đáy, 

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng *AC* và *SB* theo .

b) Gọi *G* là trọng tâm của tam giác *SCD*, *M* là trung điểm của *SC*,  là góc giữa hai

đường thẳng *AG* và *BM*. Tính .

**–––––––––––– Hết ––––––––––––**

*Họ và tên thí sinh: …..…………………………………….; Số báo danh:……………………...........*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | | **KỲ THI OLYMPIC QUẢNG NAM NĂM 2019**  Môn thi: **TOÁN – Lớp 11** | |
|  | | **ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM** | |
|  | | **Môn thi: TOÁN** | |
|  | | (*Đáp án – Thang điểm gồm 07 trang*) | |
| **Câu 1 (3,0 điểm)** | | | | |
| **a** |  | | **1,5** | |
|  |  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
| (**0.25**)  (**0.5**) | | 0.75 | |
| **b** |  | | **1,5** | |
|  |  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
| ().  Vậy phương trình có nghiệm là: | | 0.5 | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 2 (4,0 điểm)** | | |
| **a** | Chứng minh mệnh đề sau bằng phương pháp quy nạp : “ Tổng các góc trong của đa giác lồi có *n* cạnh bằng . ”. | **2,0** |
|  | - Xét : Mệnh đề trở thành “ tổng các góc trong của một tam giác bằng 1800 ” là mệnh đề đúng. | 0.25 |
| - Giả sử mệnh đề trên đúng với một số tự nhiên  tùy ý () tức là:  “ Tổng các góc trong của đa giác lồi có *k* cạnh bằng . ” | 0.25 |
| - Ta đi chứng minh mệnh đề trên đúng với , tức là đi chứng minh  “ Tổng các góc trong của đa giác lồi có *k* +1 cạnh bằng . ” | 0.25 |
| + Xét đa giác lồi có *k* + 1 cạnh A1A2….Ak+1.  Nối A1 và Ak ; khi đó tổng các góc trong của đa giác lồi có *k* + 1 cạnh A1A2….Ak+1  bằng tổng các góc trong của tam giác A1AkAk+1  cộng với tổng các góc trong của đa giác lồi *k* cạnh A1A2….Ak. | 0.5 |
| Do đó tổng các góc là: 1800 + (*k* – 2).1800 = (*k* – 1).1800 | 0.5 |
| Suy ra mệnh đề đúng với .  Vậy mệnh đề đã cho đúng với mọi số thự nhiên  thỏa . | 0.25 |
| **b** | Cho dãy số  biết:  với  Tìm số hạng tổng quát của dãy số | **2,0** |
|  |  | 0.5 |
| (\*) | 0.5 |
| Đặt , khi đó (\*) trở thành: .  Suy ra  là cấp số nhân có công bội q=3. Do đó . | 0.25  0.25 |
| Mà . Suy ra . | 0.25  0.25 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu 3 (6,0 điểm)** | | | | |
| **a** | | Cho số nguyên dương  thỏa mãn:  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tìm số hạng không chứa  trong khai triển của với | | **2,0** |
|  | | Theo tính chất của cấp số cộng ta có:  (điều kiện ) | | 0.25 |
|  | | 0.25 |
|  | | 0.25 |
| . Vậy . | | 0.25 |
| Ta có .  Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức trên là:  (với ). | | 0.25 |
|  | | 0.25 |
| Số hạng không chứa *x* khi  hay *k* = 6. | | 0.25 |
| Vậy số hạng không chứa *x* trong khai trên trên là: | | 0.25 |
| **b** | | Gọi *X* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên từ *X* ra một số. Tính xác suất để chọn được số không có hai chữ số chẵn đứng liền kề. | | **2,0** |
|  | | - Số phần tử của không gian mẫu là  Gọi A là biến cố: “ chọn được số không có hai chữ số chẵn đứng liền kề ”. | | 0.25 |
| - Xét số chọn từ *X* có dạng  , vị trí các chữ số tương ứng các ô ngang dưới đây:   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |   Khi đó A xảy ra các trường hợp sau:  ***\* Trường hợp 1*:** Số có 5 chữ số lẻ. Trường hợp này có  số | | 0.25 |
| ***\* Trường hợp 2*:** Số có đúng 1 chữ số chẵn.  *+ Khả năng 1*: *a* là chữ số chẵn. Khả năng này có  số.  *+ Khả năng 2*: *a* là chữ số lẻ. Khả năng này có  số. | | 0.25 |
| ***\* Trường hợp 3*:** Số có đúng 2 chữ số chẵn.  *+ Khả năng 1*: *a* là chữ số chẵn, khi đó *b* là số lẻ.  Khả năng này có  số.  *+ Khả năng 2*: *a* là chữ số lẻ, khi đó có 3 cách chọn ra 2 ô cho hai số chẵn không kề nhau (ô2-ô4, ô2-ô5, ô3-ô5). Khả năng này có  số. | | 0.25  0.25 |
| ***\* Trường hợp 4*:** Số có đúng 3 chữ số chẵn.   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | c |  | c |  | c |   Trường hợp này có: 4.4.3.5.4 = 960 số | | 0.25 |
|  | | 0.25 |
| Vậy xác suất của biến cố A là | | 0.25 |
| **c** | Cho hàm số  Tìm giá trị của tham số *m* để hàm số  liên tục tại . | | **2,0** | |
|  |  | | 0,25 | |
|  | | 0,25 | |
|  | | 0,25 | |
| + Tính được: | | 0,5 | |
| + Tính được: | | 0,25 | |
| Suy ra | |  | |
| Để  liên tục tại  thì | | 0,25 | |
| Suy ra:  là giá trị cần tìm. | | 0,25 | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu 4 (3,0 điểm)** | | | |
| **a** | Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hai đường thẳng  . Biết phép vị tự tâm *A*(0;1), tỉ số  biến đường thẳng  thành đường thẳng . Viết phương trình ảnh của đường tròn  qua phép vị tự tâm *A*, tỉ số *k*. | | **1,5** |
| + Chọn , phép vị tự  biến  thành | | 0.25 |
| +  thuộc  nên . Suy ra . | | 0.25 |
| + Đường tròn  có tâm , bán kính .  + Gọi đường tròn  có tâm , bán kính  là ảnh của đường tròn  qua phép vị tự . | | 0.25 |
| + | | 0.25 |
| + . | | 0.25 |
| Phương trình đường tròn  là | | 0.25 |
| **b** | Trong mặt phẳng, cho hai điểm *A*, *B* cố định, điểm *M* di động trên nửa mặt phẳng bờ *AB* sao cho tam giác *ABM* vuông tại *M*. Trên nửa mặt phẳng không chứa điểm *M* vẽ tia *Bx* vuông góc với *BM*. Trên tia *Bx* lấy điểm *C* sao cho *BM* = *BC*. Qua điểm *C* dựng đường thẳng *d* vuông góc với *AB* cắt tia *BM* ở *N*. Hãy xác định phép quay biến *AM* thành *BN*. Khi *M* di động thì điểm *N* di động trên đường nào? | | **1,5** |
|  | **x**  **N**  **C**  **B**  **A**  **O**  **M** | **x**  **O’**  **B’**  **K**  **N**  **C**  **B**  **O**  **A**  **M** | HV  0.25 |
| Ta có  ( góc có cạnh tương ứng vuông góc), nên  . Suy ra *AM* = *BN* | | 0.25 |
| Ta thấy *M* di động trên nửa đường tròn đường kính *AB*, tâm *O* (trung điểm *AB*)  Trung trực *AB* cắt nửa đường tròn trên tại *K* (điểm chính giữa cung AB)  - Xét hai tam giác *AMK* và *BNK* có: AM = BN, KA = KB,  Suy ra  nên *KM* = *KN*  + Hơn nữa  nên tam giác *KMN* vuông cân tại *K*. | | 0.25  0.25 |
| Xét phép quay tâm *K* góc quay 900.  Ta có  (*Trường hợp M trùng K thỏa yêu cầu*) | | 0.25 |
| *M* di động trên nửa đường tròn tâm *O* đường kính *AB*, nên *N* di động trên ảnh của nửa đường tròn (*O*) qua phép quay  là nửa đường tròn (*O’*) đường kính *BB’* qua *K* (xem hình vẽ). | | 0.25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 6 (4,0 điểm)** | | |
| Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, *SA* vuông góc với mặt đáy, ,  a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng *AC* và *SB* theo .  b) Gọi *G* là trọng tâm của tam giác *SCD*, *M* là trung điểm của *SC*,  góc giữa hai đường thẳng *AG* và *BM*. Tính . | | |
| **a**  **3**  **2a**  **a**  **M**  **G**  **H**  **D**  **B**  **A**  **C**  **S**  **K**  (Hình vẽ phục vụ câu a - **0,5 điểm**) | | |
| **a** | Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng *AC* và *SB* theo . | ***1,5*** |
|  | + Qua B, dựng đường thẳng d song song với AC, hạ AH vuông góc với d tại H.  Suy ra | 0,5 |
| + Lập luận suy ra được | 0,25 |
| , |  |
| + | 0,5 |
| Suy ra | 0,25 |
| **b** | Gọi *G* là trọng tâm của tam giác *SCD*, *M* là trung điểm của *SC*,  góc giữa hai đường thẳng *AG* và *BM*. Tính . | ***2,0*** |
|  |  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,5 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Suy ra . | 0,25 |
| **b** | **Cách khác:**    **M**  **S**  **A**  **B**  **C**  **D**  **G**  **E**  **F**  Gọi E là điểm trên đường chéo BD sao cho , suy ra GE // BM | 0.25 |
| Do đó | 0.25 |
| Ta có  ( trung tuyến = nửa cạnh huyền) | 0.25 |
| Nên  (1) | 0.25 |
| (2) ( với F trung điểm BC ) | 0.25 |
| Tam giác AMD cân ở M nên | 0.25 |
|  | Trongtam giác AMG có (3) | 0.25 |
| Từ (1); (2) và (3) Trong tam giác AGE có | 0.25 |

**Ghi chú:** Nếu học sinh có cách giải khác đúng thì Ban Giám khảo thảo luận và thống nhất thang điểm cho phù hợp với Hướng dẫn chấm.