**TÀI LIỆU ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT**

**NĂM 2022**

**MÔN TOÁN**

**Chủ đề 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ BẢN VỀ ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH LỚP 11**

**I. Cấp số cộng, cấp số nhân**

**1. Cấp số cộng**

**a. Định nghĩa:** *(un) là cấp số cộng ⇔ un+1 = un + d, ∀n ∈ N\* (d: công sai)*

**b. Số hạng tổng quát:** * với n ≥ 2*

**c. Tính chất của các số hạng:** * với k ≥ 2*

**4. Tổng n số hạng đầu tiên:** *= *

**2. Cấp số nhân**

**1. Định nghĩa:** *(un) là cấp số nhân ⇔ un+1 = un.q với n ∈ N\* (q: công bội)*

**2. Số hạng tổng quát:** *, với n ≥ 2*

**3. Tính chất các số hạng:** *, với k ≥ 2*

**4. Tổng n số hạng đầu tiên:** **

**Ví dụ 1.** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết: 

***Hướng dẫn giải.*** Ta có: 

**Ví dụ 2.** Một CSC có số hạng thứ 54 và thứ 4 lần lượt là - 61 và 64. Tìm số hạng thứ 23.

***Hướng dẫn giải.*** Ta có:****.

Giải hệ phương trình, ta được: ****

**Ví dụ 3.** Tìm các số hạng của cấp số nhân  có 5 số hạng, biết: 

***Hướng dẫn giải.*** Ta có: ⇔ 

Vậy có hai dãy số:  và 

**II. Tổ hợp, xác suất và công thức Nhị thức Niutơn**

**1. Quy tắc đếm**

**1.1 *Quy tắc cộng:*** Sử dụng khi công việc được hoàn thành bởi một trong các hành động riêng lẻ.

**Ví dụ 1.** Lớp 11A8 được chia thành 4 tổ. Tổ 1 có 9 học sinh, tổ 2 có 7 học sinh, tổ 3 có 8 học sinh và tổ 4 có 9 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn 1 học sinh của lớp 11 A8 tham gia vào đội Cờ đỏ của nhà trường. ***Giải:*** Tổ 1 có 9 cách chọn +…+ Tổ 4 có 9 = 33 cách chọn.

**Ví dụ 2.** Giả sử đi từ Bồng Sơn đến Quy Nhơn có thể đi bằng 4 loại phương tiện: Ô tô, tàu hỏa, tàu thủy và máy bay. Biết mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 2 chuyến tàu thủy và 1 chuyến máy bay đi từ Phù Mỹ đến Quy Nhơn. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn đi từ Phù Mỹ đến Quy Nhơn trong một ngày.

***Giải:*** Đi bằng ô tô có 10 cách+…+1 cách đi bằng máy bay = 18 cách lựa chọn.

**1.2 *Quy tắc nhân:*** Sử dụng khi công việc được hoàn thành bởi các hành động liên tiếp nhau.

**Ví dụ 1.** Nam có 3 áo màu và hai quần kiểu khác nhau. Hỏi Nam có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo.

***Giải:*** Dùng quy tắc nhân, ta được 3.2 = 6 bộ quần áo.

**Ví dụ 2.** An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Biết rằng từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường, từ nhà Bình đến nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường. ***Giải:*** Dùng quy tắc nhân, ta được 4.6 = 24 con đường.

**Ví dụ 3.** Có bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số được tạo thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 sao cho

a) Các chữ số có thể giống nhau. b) Các chữ số khác nhau.

***Giải:***

a) Đặt chữ số cần tìm có dạng .

Vì  chẵn nên  và  là số đầu tiên nên không thể bằng 0.

***Trường hợp 1.*** Nếu d = 0 thì d có 1 cách chọn, a có 6 cách chọn, b có 7 cách chọn, c có 7 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có 1.6.7.7 = 294 cách.

***Trường hợp 2.*** Nếu d0 thì d có 3 cách chọn, a có 6 cách chọn, b có 7 cách chọn, c có 7 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có 3.6.7.7=882 cách. Vậy có 294+882=1176 cách.

b) Đặt chữ số cần tìm có dạng .

Vì  chẵn nên  và  là số đầu tiên nên không thể bằng 0.

***Trường hợp 1.*** Nếu d = 0 thì d có 1 cách chọn, a có 6 cách chọn, b có 5 cách chọn, c có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có 1.6.5.4 = 120 cách.

***Trường hợp 2.*** Nếu d0 thì d có 3 cách chọn, a có 5 cách chọn, b có 5 cách chọn, c có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có 3.5.5.4 = 300 cách. Vậy có 120+300=420 cách.

**2. Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp**

**2.1 *Hoán vị:*** Sự sắp xếp thứ tự của  phần tử trong một tập hợp gồm  phần tử.

Công thức: .

**Ví dụ 1.** Có bao nhiêu cách sắp xếp cho ba bạn An, Bình, Cường vào một bàn học sinh gồm ba chỗ.

***Giải:***  (Có thể dùng quy tắc nhân).

**Ví dụ 2.** Trong một cuộc thi thể thao có 4 đội tham gia A, B, C, D và có bốn giải nhất, nhì, ba và khuyến khích. Có bao nhiêu khả năng để 4 đội đoạt giải.

***Giải:***  (Có thể dùng quy tắc nhân).

**2.2. *Chỉnh hợp:*** Chọn  phần tử khác nhau (có thứ tự) từ  phần tử của tập hợp (): .

**2.3. *Tổ hợp:*** Chọn  phần tử (không thứ tự) từ  phần tử của tập hợp (): .

**Ví dụ 1.** Tổ một lớp 11A8 có 5 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra ba học sinh từ tổ 1 để quét lớp, lau bảng và xếp bàn ghế. Hỏi GVCN có bao nhiêu cách chọn (**HDG.** ).

**Ví dụ 2.** Trong một trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng loạt đá luân lưu 11m. HLV của mỗi đội cần phải trình với trọng tài một danh sách (sắp thứ tự) năm cầu thủ trong số 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11m. Hỏi HLV mỗi đội có bao nhiêu cách chọn (**HDG.** ).

**Ví dụ 3.** Trong một cuộc thi Maraton có 50 người tham gia nhưng chỉ có ba giải nhất, nhì, ba. Có bao nhiêu cách để chọn người đoạt giải nhất, giải nhì, giải ba (**HDG.** ).

**Ví dụ 4.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số1,2,3,4,5,6,7,8,9(**HDG.** )

**Ví dụ 5.** Có bao cách chọn 3 học sinh trong đội tuyển gồm 8 học sinh giỏi môn văn lớp 12 của trường để đi dự thi cấp tỉnh. Biết rằng cả 8 em này đều có năng lực như nhau (**HDG.** ).

**Ví dụ 6.** Trong mặt phẳng cho một tập hợp P gồm 7 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P (**HDG.** ).

**Ví dụ 7.** Trong một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh nam và 3 học sinh nữ đi tham gia chiếu dịch “mùa hè xanh” của đoàn TNCS Hồ Chí Minh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn (**HDG.** ).

**3. Xác suất của biến cố**

Xác suất của biến cố A được tính theo công thức .

Trong đó:  là số phần tử của biến cố A; là số phần tử của không gian mẫu.

**Ví dụ 1.** Một hộp đựng 12 viên bi trong đó có 7 viên bi đỏ, 5 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi lần 3 viên bi. Tính xác suất để:

1. Lấy được cả 3 viên bi đều đỏ.
2. Lấy được ít nhất hai viên bi màu đỏ.

***Giải:*** Số phần tử của không gian mẫu là 

a) XS của bc A là .

b) XS của bc B là .

**Ví dụ 2.** Một khách sạn có 6 phòng đơn. Vào một buổi sáng có 10 khách đến thuê phòng cùng một lúc trong đó có 6 nam và 4 nữ. Người quản lý khách sạn chọn ngẫu nhiên 6 người. Tính XS để:

1. Có 4 khách nam và 2 khách nữ.
2. Có ít nhất 2 khách nữ.

***Giải:*** Số phần tử của không gian mẫu là 

a) XS của bc A là .

b) Gọi B là biến cố có ít nhất 2 khách nữ. Có các khả năng xảy ra như sau:

+ Hai nữ, 4 nam:  + Ba nữ, 3 nam:  + Bốn nữ, 2 nam: 

Suy ra số phần tử của biến cố B là ++=185.

Vậy XS của bc B là .

**Ví dụ 3.** Trong 100 vé xổ số kiến thiết có 1 vé trúng 100 nghìn đồng, 5 vé trúng 50 nghìn đồng và 10 vé trúng 10 nghìn đồng. Một người mua ngẫu nhiên 3 vé. Tính xác suất để:

1. Người mua trúng thưởng đúng 30 nghìn đồng.
2. Người mua trúng thưởng 200 nghìn đồng.

***Giải:*** Số phần tử của không gian mẫu là 

 .

**Ví dụ 4.** Trong một hộp đựng 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi được chọn có cả 3 màu.

***Giải:*** Số phần tử của không gian mẫu là  .

**Ví dụ 5.** Có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có đúng 5 tấm thẻ mang số chia hết cho 3.

***Giải:*** Số phần tử của không gian mẫu là  và .

**Ví dụ 6.** Cho tập . Lấy ngẫu nhiên ra 2 phần tử của F. Tính xác suất để 2 số lấy ra là chẵn và tổng của chúng nhỏ hơn 7 (**HDG :**)

Gọi A là biến cố 2 số lấy ra là chẵn và tổng của chúng nhỏ hơn 7.

Tập A bao gồm các pần tử: . Khi đó.

**4. Nhị thức Newton**

+ Với hai số thực a và b, ta có 

+ Một số hạng tổng quát ở vị trí thứ k + 1 là .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Cho cấp số cộng  với  và . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D. .**

**Câu 2.** Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 3.** Chọn ngẫu nhiên 2 số tự nhiên khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 4.** Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 5.** Cho cấp số cộng  với  và . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 6.** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ  số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 7.** Số cách chọn  học sinh từ  học sinh là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8.** Cho cấp số cộng  với  và . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9.** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 10.** Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 11.** Cho cấp số cộng với và . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 12.** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 13.** Với  và  là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14.** Cho cấp số cộng  có số hạng đầu  và công sai . Giá trị  bằng

**A.** 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

**Câu 15.** Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 16.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm  học sinh?

A. . B. . C. . **D**. .

**Câu 17.** Từ một hộp chứa  quả cầu đỏ và  quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời  quả cầu. Xác suất

để lấy được  quả cầu màu xanh bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 18.** Hệ số của  trong khai triển nhị thức  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 19.** Ba bạn , ,  mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn . Xác suất để ba

số được viết ra có tổng chia hết cho  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*(Trích đề thi THPT Quốc gia năm 2018 – Câu 43 Mã đề 101)*

***Giải:*** Không gian mẫu có số phần tử là . Lấy một số tự nhiên từ  đến  ta có các nhóm số sau:

+ Số chia hết cho : có  số thuộc tập .

+ Số chia cho  dư : có  số thuộc tập .

+ Số chia cho  dư : có  số thuộc tập .

Ba bạn , ,  mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn  thỏa mãn ba số đó có tổng chia hết cho  thì các khả năng xảy ra như sau:

TH1: Ba số đều chia hết cho  có  cách; TH2: Ba số đều chia cho  dư  có  cách.

TH3: Ba số đều chia cho  dư  có  cách.

TH4: Một số chia hết cho , một số chia cho  dư , chia cho  dư  có  cách.

Vậy xác suất cần tìm là . Chọn D.

**Câu 20.** Với  là số nguyên dương thỏa mãn , số hạng không chứa  trong khai triển của thức  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

***Giải:*** Điều kiện  và .

Ta có . Với  ta có khai triển .

Số hạng tổng quát của khai triển , với .

Số hạng không chứa  ứng với  thỏa .

Vậy số hạng không chứa  là . Chọn D.

**Chủ đề 2. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN**

**I. Khối đa diện**

**1.** Thể tích của khối hộp chữ nhật: V = abc (a, b, c là 3 kích thước)

**2.** Thể tích của khối lập phương cạnh a : V = a3

**3.** Thể tích của khối lăng trụ: V = B.h (B là diện tích của đáy, h là chiều cao)

**4.** Thể tích của khối chóp: V = B.h (B là diện tích của đáy, h là chiều cao)



**Description: 1.1.emfChú ý: *Tỉ số thể tích***



**5. Kiến thức liên quan**

**\* Tỉ số lượng giác của góc nhọn:**



**\* Hệ thức lượng trong tam giác vuông:**  Cho vuông ở A



* Định lý Pitago: hay



* hay



* hay



* Description: 1.2.emf hay



**\* Hệ thức lượng trong tam giác thường**

• Định lý côsin:



• Định lý sin:



\* **Các công thức tính diện tích**

*a. Công thức tính diện tích tam giác.*

**•**



**•**



* **, *S = pr***



**• với** (Công thức Hê-rông)



* ***Đặc biệt*:** vuông ở A**: ,** đều cạnh a:



*b. Diện tích hình vuông**cạnh a:**c. Diện tích hình chữ nhật***:**



*d. Diện tích hình thoi***:** *e. Diện tích hình thang***:**



**\* Một số tính chất đặc biệt thường sử dụng**

**•** *Đường chéo hình vuông* **cạnh *a* là**



**•** *Đường cao tam giác đều* **cạnh *a* là**



**II. Góc và khoảng cách**

**1. Góc:**

+ Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau: *Là góc giữa hai đường thẳng cùng đi qua 1 điểm và lần lượt song song với hai đường thẳng đó.*

+ Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng: *Là góc giữa đường thẳng đó với hình chiếu của nó trên mặt phẳng.*

+ Góc giữa hai mặt phẳng  và :

▪ Bước 1: Xác định giao tuyến  của hai mặt phẳng  và 

▪ Bước 2: Trên  lấy điểm  bất kỳ. Qua  vẽ tia  vuông góc với  trong  và vẽ tia  vuông góc với  trong .

Khi đó: Góc giữa hai mặt phẳng  và  chính là góc giữa tia và tia  hay .

**2. Khoảng cách:**

+ Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng: *Là khoảng cách từ điểm đó đến hình chiếu của nó trên mặt phẳng.*

+ Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song: *Là khoảng cách từ một điểm bất kỳ thuộc đường thẳng đến mặt phẳng.*

+ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song: *Là khoảng cách từ một điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.*

+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

▪ Cách 1: *Xác định đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau. Khi đó, khoảng cách cần tìm chính là độ dài đoạn vuông góc chung đó.*

▪ Cách 2: *Dựng một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng còn lại. Khi đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau quy về khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.*

▪ Cách 3: *Dựng hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó. Khi đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau quy về khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.*

**III. Khối nón, Khối trụ, Khối cầu**

**1. Khối nón:** Cho khối nón có bán kính đáy *r*, độ dài đường sinh *l* và chiều cao *h*. Khi đó: 

*+ Diện tích xung quanh:* ;

*+ Diện tích toàn phần:* 

*+ Thể tích:* 

**2. Khối trụ:** Cho khối trụ có bán kính đáy *r*, độ dài đường sinh *l* và chiều cao h. Khi đó: 

*+ Diện tích xung quanh:* ;

*+ Diện tích toàn phần:* 

*+ Thể tích:* 

**3. Khối cầu:** Cho khối cầu có bán kính *R.*

*+ Diện tích mặt cầu:* 

*+ Thể tích khối cầu:* 

**Ví dụ 1.** Tính thể tích khối chóp tứ giác đều *S.ABCD* có độ dài tất cả các cạnh bằng a.

***Giải***

Description: 4.emf Gọi H là tâm của hình vuông. Vì  là hình chóp đều nên 

Vì *ABCD* là hình vuông nên (đvdt)

Ta có 

vuông tại *S*, mà *H* là trung điểm của *AC* nên ****

****(đvtt)

**Ví dụ 2.** Tính thể tích khối chóp tam giác đều biết cạnh đáy bằng *a* và các cạnh bên hợp đáy góc .

Description: 4.emf***Giải***

Gọi *H* là tâm của tam giác , *M* là trung điểm của *BC*

 là hình chóp đều nên 

 là tam giác đều nên 

Trong tam giác vuông  

(đvdt)

Ta lại có  nên  .

Do *H* là trọng tâm tam giác  nên 

Trong tam giác vuông , 

(đvtt)

**Ví dụ 3.** Cho hình chóp có đáy là hình chữ nhật, *AB = a, BC = 2a*. Hai mặt bên (*SAB*) và (*SAD*) vuông góc với đáy, cạnh *SC* hợp với đáy một góc 600. Tính thể tích khối chóp *S.ABCD*.

**Description: 10.emf*Giải***

Ta có: 

Do đó, 

Diện tích đáy  là: 

*AC* là hình chiếu của *SC* lên mp nên 

Ta có: 

Vậy thể tích khối chóp là:  (đvtt)

**Description: 10.emfVí dụ 4.** Cho hình chóp có đáy  là tam giác vuông tại A, . Các cạnh bên . Tính thể tích khối chóp .

***Giải***

Gọi *H* là hình chiếu của *S* trên mặt phẳng 

Ta có: nên 

Do đó, *H* là tâm đường tròn ngoại tiếp 

Mà vuông tại *A* nên *H* là trung điểm của *BC*.

 đều cạnh *2a* 

 (đvdt).

**Ví dụ 5.**Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD; H là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SH = . Tính thể tích khối chóp S.CDNM theo a.

***Giải***

Vì nên

****

**Ví dụ 6.** Cho lăng trụ đứng  có đáy là tam giác vuông tại *A* với AC = a, , biết BC' hợp với  một góc 300. Tính *AC'* và thể tích khối lăng trụ.

***Giải***

Ta cólà tam giác vuông tại *A* với *AC = a*, .

Ta có: nên *AC'* là hình chiếu của *BC'* trên . Vậy góc giữa *BC’* và mặt phẳng  là góc 

 vuông tại A’ 

 vuông tại A, 

(đvdt)

Vậy (đvtt)

**Ví dụ 7.** Cho hình hộp đứng có đáy  là hình thoi cạnh a và , biết *AB'* hợp với đáy  một góc .Tính thể tích của khối hộp .

***Giải***

Vì đều cạnh *a* nên:



 vuông tại *B*

Vậy (đvtt)

**Ví dụ 8.** Cho lăng trụ tam giác  có đáy  là tam giác đều cạnh *a*, biết cạnh bên là  và hợp với đáy  một góc . Tính thể tích khối lăng trụ.

***Giải***

Ta có  là hình chiếu của *CC'* trên (ABC)

Nên góc giữa *CC’* và mpbằng 



 Vậy 

**Ví dụ 6.** Trong không gian cho tam giác vuông OIM vuông tại I,góc IOM bằng 30 độ cạnh IM=a.Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón tròn xoay.

a)Tính diện tích xung quanh hình nón tròn xoay đó?

b)Tính thể tích khối nón tròn xoay được tạo bởi hình nón tròn xoay nói trên?

***Giải***

a)Ta có 

\* Bán kính hình nón : r=IM=a

\* Xét tam giác OIM vuông tại I ta có .Vậy .

b) Tacó 

\* Bán kính hình nón : r = IM = a

\* h=OM= Vậy .

**Ví dụ 7.** Trong không gian cho h ình vuông ABCD cạnh a,gọi I,H lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD.Khi quay hình vuông đó quanh trục IH tạo thành hình trụ tròn xoay.

a)Tính diện tích xung quanh hình trụ tròn xoay đó?

b)Tính thể tích khối trụ tròn xoay nói trên?

**Hướng dẫn giải.**

a) Ta có : \* Bán kính đáy : r = a/2; \* Đường sinh : l = a.

Vậy .

b) Thể tích  (đvtt)

**Ví dụ 8.** Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A’B’C’ có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu đó?

**Hướng dẫn giải.** Gọi O,O’ lần lượt là tâm của hai tam giác ABC và A’B’C’.Ta có OO’ là trục của hai tam giác đáy.Suy ra tâm I của mặt cầu ngoại tiếp là trung điểm của OO’ với bán kính

.

Diện tích mặt cầu ; Thể tích khối cầu .

**Ví dụ 9.** Cho hình chóp  có đáy là tam giác vuông đỉnh , ,  vuông góc với mặt phẳng đáy và . Khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**Hướng dẫn giải.** Trong tam giác SAB, kẻ AH vuông góc với SB tại H: (1). Ta có  nên suy ra được  hay  (2). Từ (1) và (2), ta có:  Tam giác SAB vuông tại A, có AH là đường cao nên

.

**Ví dụ 10.** Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh ,  vuông góc với mặt phẳng đáy và . Tính góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng.

**Hướng dẫn giải.** Nhận thấy AC là hình chiếu của SC lên nên góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng đáy  là . Vì ABCD là hình vuông cạnh a nên độ dài đường chéo AC = .

Tam giác SAC vuông cân tại A nên .

**IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Thể tích của khối nón có chiều cao *h* và bán kính *r* là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Câu 2.** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao là



**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Câu 3.** Cho hình chóp có vuông góc với mặt phẳng , , tam giác vuông tại , và . Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 4.** Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh và . Thể tích của lăng trụ đã cho bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 5.** Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng và . Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?



**A. B. C. D.**



**Câu 6.** Cho hình trụ có chiều cao bằng . Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 7.** Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh , mặt bên là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ đến bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 8.** Thể tích của khối nón có chiều cao  và bán kính đáy  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9.** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy  và chiều cao  là

**A. **. **B. **. **C.** . **D. **.

**Câu 10.** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng  và . Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới hình trụ có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 11.** Cho khối chóp đứng  có đáy là tam giác đều cạnh  và .

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12.** Cho hình chóp  có  vuông góc với mặt phẳng , , tam giác  vuông tại ,  và . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 13.** Cho hình trụ có chiều cao bằng . Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng , thiết diện thu được có diện tích bằng . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14.** Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh , mặt bên  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  đến  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 15.** Thể tích của khối nón có chiều cao  và bán kính đáy  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 16.** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy  và chiều cao  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 17.** Cho hình chóp  có  vuông góc với mặt phẳng ., tam giác vuông cân tại  và . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 18.** Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng  và . Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 19**. Cho khối lăng trụ đứng  có đáy là tam giác đều cạnh  và 

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 20.** Cho hình trụ có chiều cao bằng . Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng , thiết diện thu được có diện tích bằng . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 21.** Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh , mặt bên  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  đến mặt phẳng bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 22.** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 23.** Thể tích khối nón có chiều cao và bán kính đáy là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 24.** Cho hình chóp có vuông góc với mặt phẳng , , tam giác vuông cân tại và . Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 25.** Một cơ sở sản xuất cố hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng và . Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 26.** Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh và . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 27.** Cho hình trụ có chiều cao bằng. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 28.** Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh , mặt bên là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ đến mặt phẳngbằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 29.** Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ  xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  thỏa mãn . Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng , thể tích khối trụ  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 30.** Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, , ,  vuông góc với

mặt phẳng đáy và . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng

**A. ** . **B. **. **C. **. **D. **.

**Chủ đề 3. ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM (GIẢI TÍCH 12)**

**I. Sự đồng biến, nghịch biến:**

Cho hàm số y= f(x) xác định trên khoảng (a;b).

+ f’(x) ≥ 0, (a;b) ⬄ f(x) đồng biến trên (a:b).

+ f’(x) ≤ 0, (a;b) ⬄ f(x) nghịch biến trên (a:b).

**Ví dụ 1:** Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau

a)  b)  c) y =  d) y = 

**Ví dụ 2**: Xác định m để hàm số y = đồng biến trên R.

**II. Cực đại, cực tiểu:**

**1. Các quy tắc tìm các điểm cực trị của hàm số:**

|  |  |
| --- | --- |
| **QUY TẮC I** | **QUY TẮC II** |
| **Bước 1:** Tìm TXĐ  **Bước 2:** Tính . Tìm các *điểm tới hạn.*  **Bước 3:** Lập bảng biến thiên. Kết luận. | **Bước 1:** Tìm TXĐ  **Bước 2:** Tính . Cho  và tìm các nghiệm  () của nó.  **Bước 3:** Tính  và . Kết luận. |

**2. Sự tồn tại cực trị**

a/ Điều kiện để hàm số có cực trị tại x = x0: 

b/ Điều kiện để hàm số có cực đại tại x0: 

c/ Điều kiện để hàm số có cực tịểu tại x0: 

d/ Điều kiện để hàm bậc 3 có cực trị (có cực đại, cực tiểu):

y’= 0 có hai nghiệm phân biệt  

e/ Điều kiện để hàm bậc 4 có 3 cực trị: y/ = 0 có 3 nghiệm phân biệt.

**Ví dụ 1:** Tìm cực trị của các hàm số sau

a)  b)  c) y =  d) y = 

**Ví dụ 2**: Định m để hàm số  đạt cực tiểu tại x = 1.

**Ví dụ 3**: Cho hàm số  (1). Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C và diện tích tam giác ABC bằng 32 (đơn vị diện tích).

**III. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất:**

Quy tắc tìm GTLN,GTNN trên một đoạn.

* *Tính y’. Tìm các điểm x1, x2,… trên khoảng (a;b) mà tại đó y’= 0 hoặc không xác định*
* *Tính f(a), f(b), tính f(x1), f(x2),….*
* *Tìm số lớn nhất M và nhỏ nhất m trong các số trên.* 

**Ví dụ 1**:Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số:

a)  trên [-2;-1/2], [1;3). b) .

c)  x∈[0;π/2] d) f(x) = x2 – ln(1–2x) trên [– 2; 0]

e) f(x) =  trên [1; 2]

**Ví dụ 2**: Tìm m để GTNN của hàm số  trên đoạn [0; 1] bằng – 2.

**IV. Đường tiệm cận**

+ ***Đường tiệm cận ngang*:** Đường thẳng  được gọi là đường tiệm cận ngang (TCN) của đồ thị hàm số y =f(x) nếu *ít nhất* một trong các điều kiện sau thỏa mãn: i)  , ii) .

+ ***Đường tiệm cận đứng:*** Đường thẳng  được gọi là đường tiệm cận đứng (TCĐ) của đồ thị hàm số y = f(x) nếu *ít nhất* một trong các điều kiện sau thỏa mãn:

i) , ii) , iii) , iv) .

**V. Một số bài toán liên quan đến khảo sát hàm số:**

**\* Sự tương giao của hai hai đồ thị:**

Cho 2 hàm số: y = f(x) có đồ thị (C1) và y = g(x) có đồ thị (C2).

Hoành độ giao điểm của (C1) và (C2) là nghiệm của phương trình: f(x) = g(x) (\*)

=> Số giao điểm của (C1) và (C2) là số nghiệm của phương trình: f(x) = g(x) (\*)

**\* Điều kiện tiếp xúc:**

+ Dấu hiệu: (C1) và (C2) tiếp xúc ⬄ Hệ phương trình  có nghiệm

**\* Dạng 1:** ***Dùng đồ thị biện luận phương trình***

**-** Biến đổiphương trình cần biện luận về dạng:*f(x) = g(m) (1)*

- Số nghiệm của pt(1) là số giao điểm của đồ thị (C) của hàm số y = f(x) đã được khảo sát và đường thẳng d: y = g(m) là một đường thẳng song song hoặc trùng với trục Ox.

**\* Dạng 2: *Biện luận số giao điểm của 2 đường (C): y = f(x) và (C’): y = g(x)***

Số giao điểm của hai đường cong (C1) y= f(x) và (C2) y=g(x) là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm f(x) = g(x) (1)

**Ví dụ 1:** *Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số y = và đường thẳng d: y = -1.*

**Ví dụ 2:** *Tìm* *m để đồ thị hàm số  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.*

**Ví dụ 3:** *Tìm m để đồ thị (Cm): cắt trục ox tại ba điểm phân biệt.*

**Ví dụ 4:** Tìm m để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt.



**\* Dạng 3: *Viết PTTT của đồ thị hàm số***

|  |  |
| --- | --- |
| ***1- PTTT của hàm số (C): y = f(x) tại điểm có hoành độ x0***  ***Bước 1:*** Tìm y0= f(x0).  ***Bước 2:*** Tính (x) => (x0)  ***Bước 3:*** PTTT cần tìm có dạng:  y – y0 = (x0)(x – x0) | ***b) PTTT của (C): y = f(x) biết hệ số góc k***  ***Bước 1:*** Tính (x)  ***Bước 2:*** Giải phương trình (x0) = k nghiệm x0  ***Bước 3:*** Tính y0 = f(x0)  ***Bước 4:*** Thay x0, y0 và k = (x0) vào PT:  y – y0 = (x0)(x – x0) |

**Ví dụ 1:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A(3;1).



**Ví dụ 2:** Cho hàm số (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng



**Ví dụ 3:** Cho hàm số (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đó đi qua

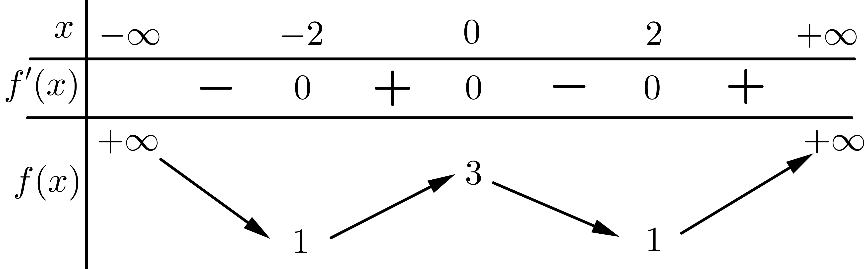


**Ví dụ 4:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đó có hệ số góc nhỏ nhất.



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

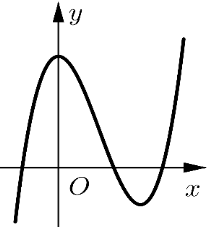
**Câu 1.** Cho Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

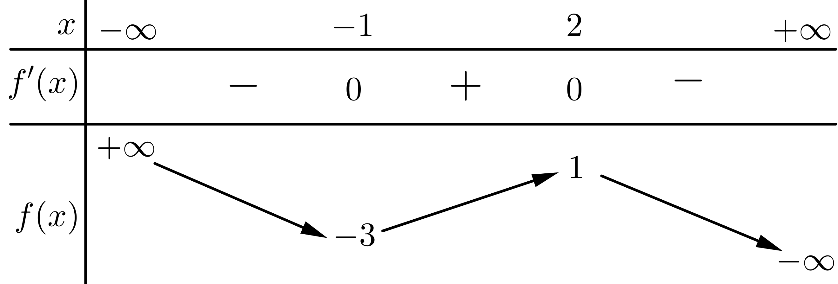
**Câu 2.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ sau



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 3.** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:





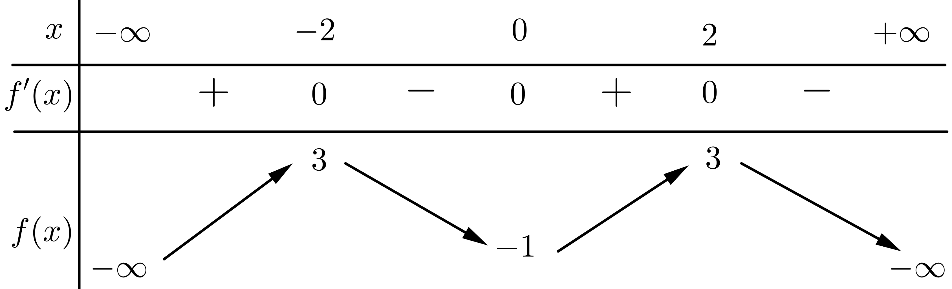
Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 4.** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:





Số nghiệm thực của phương trình là



**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Câu 5.** Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 6.** Cho hàm số có đạo hàm , . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

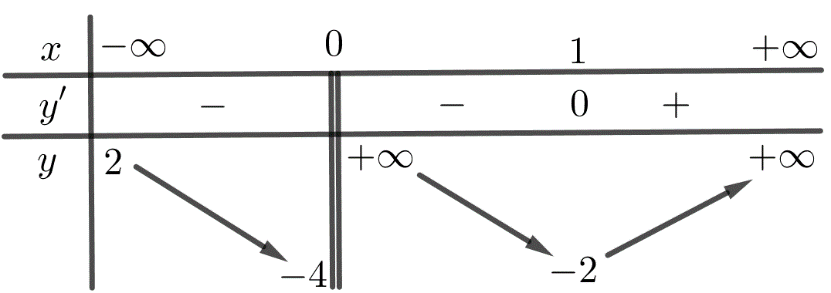


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 7.** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:





Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

**A. B. C. D.**



**Câu 8.** Cho hàm số , bảng xét dấu của như sau:



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

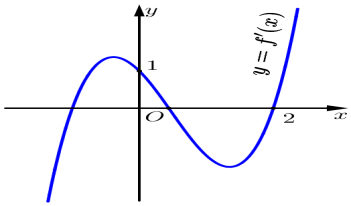


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 9.** Cho hàm số , hàm số liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên.



****

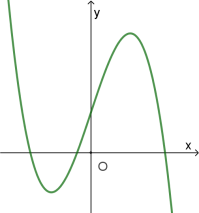
Bất phương trình ( là tham số thực) nghiệm đúng với mọi khi và chỉ khi



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

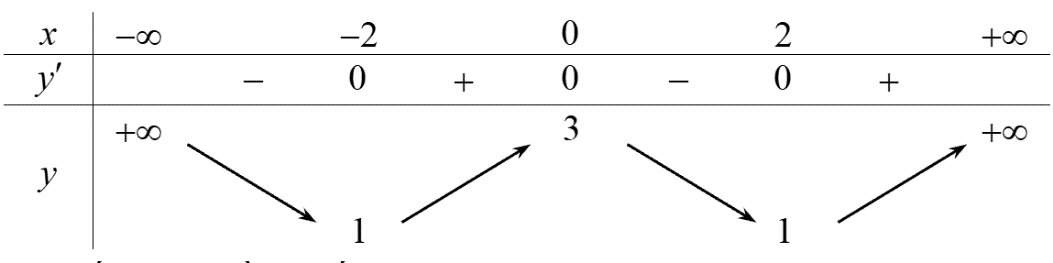


**Câu 10.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

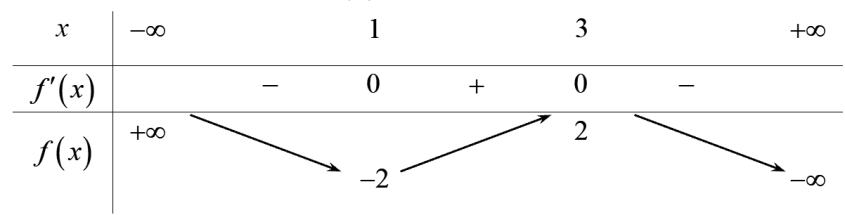
**Câu 11.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:

****

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

**A. **. **B. **. **C.** . **D. **.

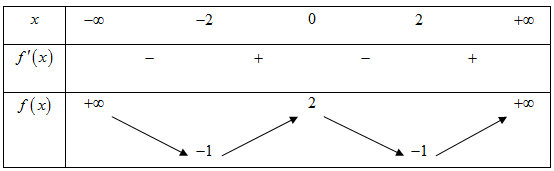
**Câu 13.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14.** Cho hàm số  có đạo hàm . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

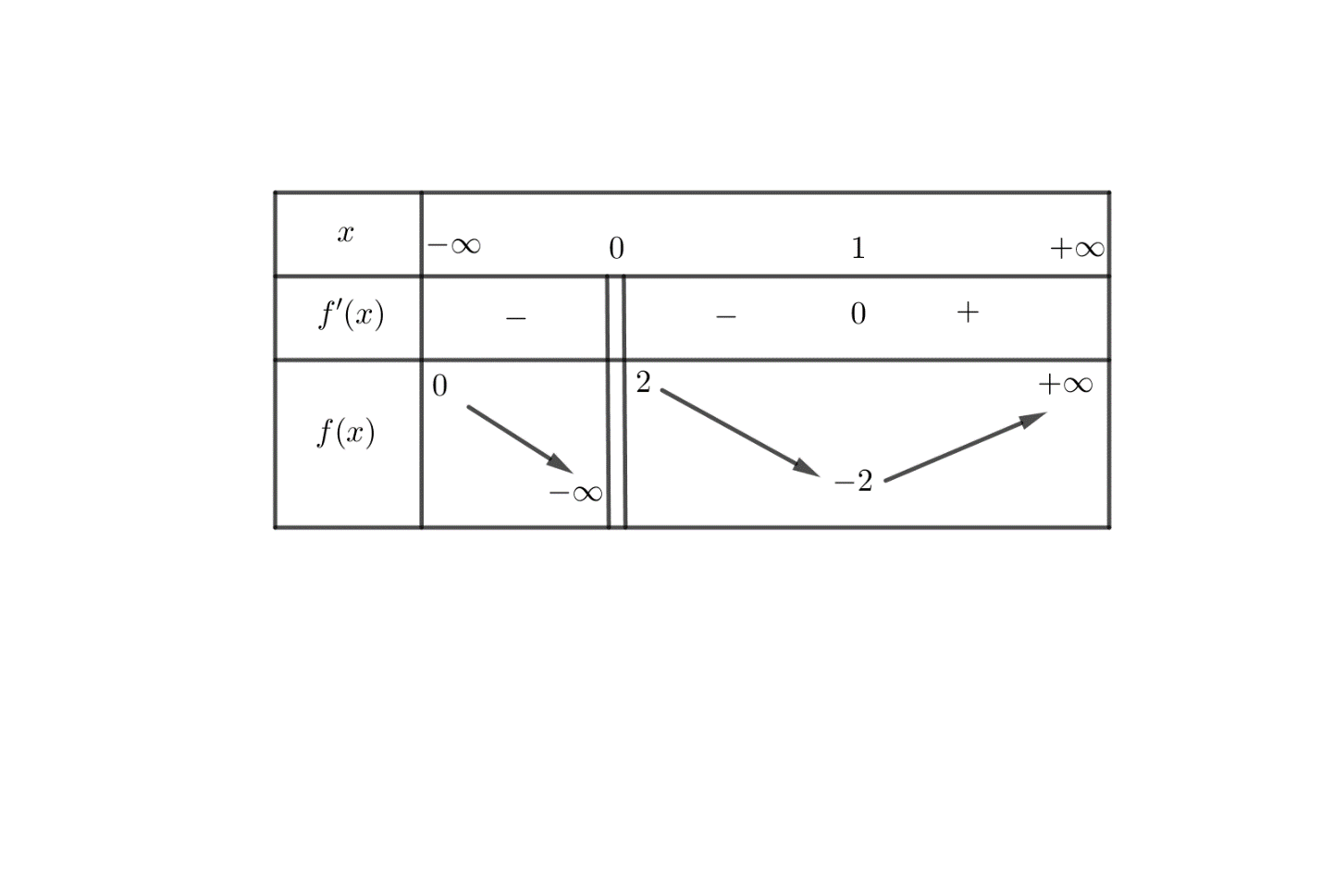
**Câu 15.** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình là:

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 0

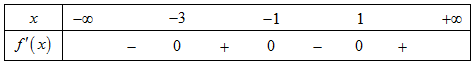
**Câu 16.** Cho hàm số  có bảng biến thiên sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

**A.** 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

**Câu 17.** Cho hàm số , bảng xét dấu của  như sau:



Hàm số  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

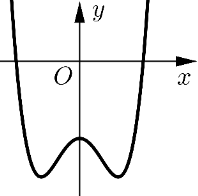
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 18.** Cho hàm số , hàm số liên tục trên  và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình ( là tham số thực) nghiệm đúng với mọi  khi và chỉ khi



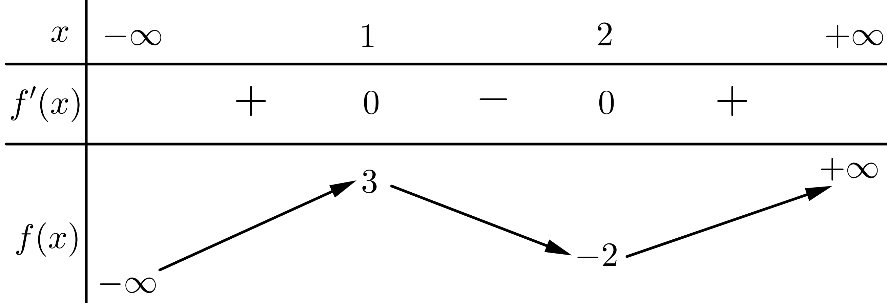
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 19.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

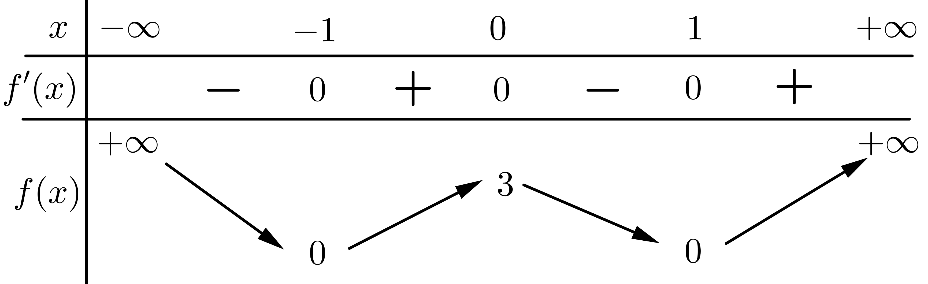
**Câu 20.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

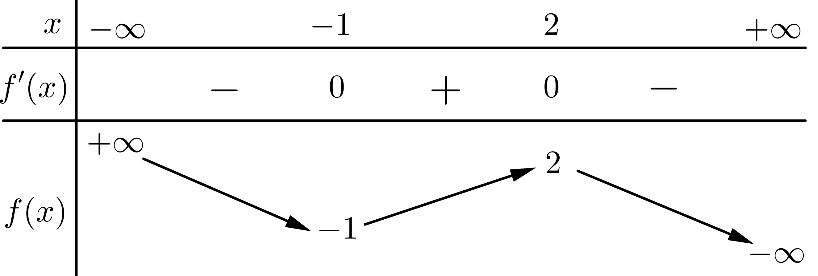
**Câu 21.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 22.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

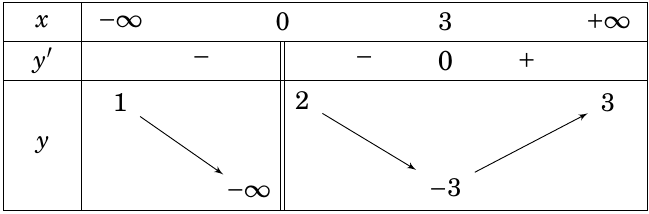
**Câu 23.** Giá trị lớn nhất của hàm số  trên đoạn  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 24.** Cho hàm số  có đạo hàm ,. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

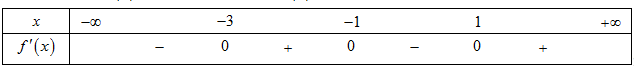
**Câu 25.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

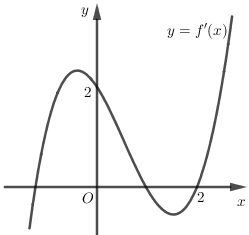
**Câu 26.** Cho hàm số , bảng xét dấu của như sau:



Hàm số  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

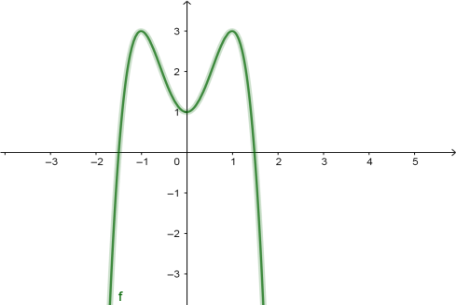
**Câu 27.** Cho hàm số , hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình  ( là tham số thực) nghiệm đúng với mọi  khi và chỉ khi

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 28.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

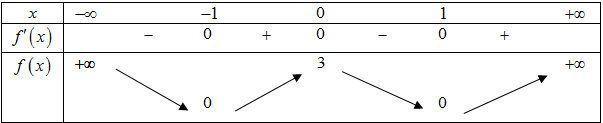


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 29.** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:





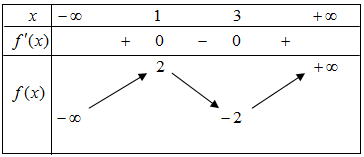
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 30.** Cho hàm sốcó bảng biến thiên như sau:





Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Chủ đề 4. HÀM SỐ LŨY THỪA, MŨ VÀ LÔGARÍT (GIẢI TÍCH 12)**

**1. Công thức lũy thừa:** Cho  và . Khi đó:

**2. Công thức lôgarit:** Với các điều kiện thích hợp ta có:

+ *Định nghĩa:* 

+ *Tính chất:* 

+ *Quy tắc:* 

, 

, 

+ *Đổi cơ số:*  hay .

 *Tổng quát:* 

 *Đặc biệt:* , 

*+ Lôgarit thập phân:  + Lôgarit tự nhiên:* 

**Ví dụ 1:** Rút gọn biểu thức:

*a) A =  b) *

*c)*  *d)*

**Ví dụ 2:** *a)*Cho . Tính  theo a, b.

*b)*Cho  Hãy biểu diễn  theo a, b.

**3. Đạo hàm của hàm số mũ và hàm số logarit**

*• ;  •  *

*•*   *•*

**Ví dụ 1:** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  b)  c)  d) 

e)  f)  g)  h) 

**Ví dụ 2:** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

**4. Phương trình mũ:**

+ Phương pháp giải: Đưa về cùng cơ số, đặt ẩn phụ, lôgarit hóa.

**5. Phương trình lôgarít:**

+ Phương pháp giải: Đưa về cùng cơ số, đặt ẩn phụ, mũ hóa.

**6. Bất phương trình mũ:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **a.** |  | *Phương trình vô số nghiệm* |
| *Phương trình :* |
| **b.** |  | *Phương trình vô nghiệm* |
| *Phương trình :* |

**6. Bất phương trình lôgarít:**

|  |
| --- |
| **a.    ,**  Điều kiện |
|
| **b.    ,** Điều kiện |
|

**Ví dụ 1: Giải các phương trình, bất phương trình mũ:**

1.  2.  3. 

4.  5.  6. 

7.  8.  9. 

10.  11.  12. 

13.  14. 4.  15. ******

**Ví dụ 2: Giải các phương trình, bất phương trình lôgarít:**

1)  2) .

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

9)  10) 

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Với  là số thực dương tùy,  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 2.** Nghiệm phương trình  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 3.** Cho hàm số có đạo hàm là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 4.** Cho và là hai số thực dương thỏa mãn . Giá trị của



bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 5.** Nghiệm của phương trình là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 6.** Cho phương trình (là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của để phương trình đã cho có nghiệm



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Vô số.



**Câu 7.** Với  là số thực dương tùy ý,  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8.** (Nghiệm của phương trình  là.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  là:

**A. **. **B. **. **C.** . **D. **.

**Câu 10.** Cho và là các số thực dương thỏa mãn . Giá trị của  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 11.** Hàm số  có đạo hàm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12.** Cho phương trình  ( là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  để phương trình đã cho có nghiệm?

**A.** . **B.** . **C.** Vô số. **D.** .

**Câu 13.** Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14.** Với  là số thực dương tùy ý,  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 15.** Hàm số  có đạo hàm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 16.** Cho ;  là hai số thực dương thỏa mãn . Giá trị của  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 17.** Nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 18.** Cho phương trình  (là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  để phương trình đã cho có nghiệm

**A.** Vô số. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 19.** Nghiệm của phương trình là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 20.** Với là số thực dương tùy ý, bằng?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 21.** Hàm số có đạo hàm là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 22.** Nghiệm của phương trình là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 23.** Cho là hai số thực dương thỏa mãn . Giá trị của bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 24.** Cho phương trình ( là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  để phương trình đã cho có nghiệm?



**A.** . **B.** . **C.** Vô số. **D.** .



**Chủ đề 5. NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG (GIẢI TÍCH 12)**

**I. Kiến thức cơ bản**

**1. Công thức nguyên hàm cơ bản**

|  |  |
| --- | --- |
| Nguyên hàm của hàm số cơ bản | Nguyên hàm mở rộng |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**2. Công thức tính tích phân**

F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x) trên đoạn [a;b] thì 

**II. Phương pháp tính tích phân**

**1. Phương pháp đổi biến số**

***\** Dạng 1: *Tính I = ***

+ Đặt t =  

+ Đổi cận : x = a t = , x = b t = ,  I = 

***\** Dạng 2: *Tính I =  bằng cách đặt x = ***

*Dạng chứa  : Đặt x = asint, t* (a > 0)

*Dạng chứa  : Đặt x = atant, t* (a > 0)

**2. Phương pháp tích phân từng phần**

**\*** ***Công thức tính*** : 

***🟇 Đặt ***

*Ta thường gặp hai loại tích phân từng phần như sau:*

\* *Loại 1:*  trong đó  là đa thức bậc n.

\* *Loại 2:* 

**1.5. Tính chất tích phân**

**i)**  **ii)** , **iii)** ,

**iv)**  **v)** .

**III. Ứng dụng tích phân**

**1. Tính diện tích hình phẳng**

***\** Dạng 1:** Cho hàm số y = f(x) liên tục trên [a; b]. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

y = f(x), trục Ox và hai đường thẳng x = a và x = b là: 

***\** Dạng 2:** Cho hai hàm số y = f1(x) và y = f2(x) liên tục trên [a; b]. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị 2 hàm số f1(x), f2(x) và 2 đường thẳng x = a, x = b là: 

**2. Tính thể tích vật thể tròn xoay**

Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường y = f(x), trục Ox và hai đường thẳng x = a, x = b quay xung quanh trục Ox là: 

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Biết  và  khi đó  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Câu 2.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số là

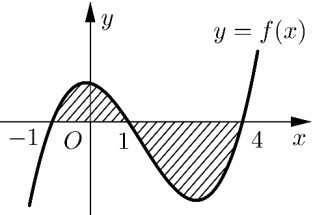


**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Câu 3.** Cho hàm số liên tục trên . Gọi là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường và (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?





**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 4.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số trên là



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 5.** Cho hàm số. Biết và , , khi đó bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 6.** Cho hàm số có đạo hàm liên tục trên . Biết và



, khi đó bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



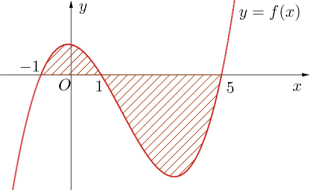
**Câu 7.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 8.** Biết  và  khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9.** Cho hàm số  liên tục trên . Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường , ,  và  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Câu 10.** Cho hàm số  Biết  và  khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 11.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  trên  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 12.** Biết  có đạo hàm liên tục trên R,  và , khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

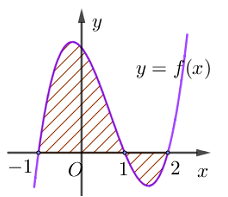
**Câu 13.** Biết  và , khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 15.** Cho hàm số  liên tục trên . Gọi là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



**A.** **.** **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 16.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  trên là:

**A.** .**B.** . **C.** . **D. .**

**Câu 17.** Cho hàm số . Biết  và , khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 18.** Biết  có đạo hàm liên tục trên .  và , khi đó  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D.** .

**Câu 19.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 20.** Biết . Khi đó bằng



**A.** 6. **B.** -6. **C.** . **D.** .

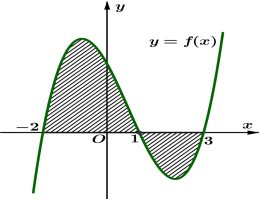


**Câu 21.** Cho hàm số liên tục trên . Gọi là diện tích hình phẳng giới hạn



bởi các đường và (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?





**A.** . **B.**



**C.** . **D.** .



**Câu 22.** Cho hàm số . Biết và , khi đó bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 23.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số trên là



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 24.** Biết có đạo hàm liên tục trên . và , khi đó bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Chủ đề 6. SỐ PHỨC (GIẢI TÍCH 12)**

**1.Tổng quan về số phức:**

+ **Số phức** là biểu thức có dạng .

 Phần thực của là , phần ảo của là và  được gọi là đơn vị ảo.

+ Số phức được biểu diễn bởi điểm  trong mặt phẳng tọa độ.

+ **Số phức liên hợp** của là .

+ **Mô đun** của số phức  là

**2**.**Số phức bằng nhau.**

Cho hai số phức ,  . Khi đó: 

**3**. **Phép cộng, phép trừ phép nhân, phép chia số phức:**

Cho hai số phức :  và 

+ 

+

+ 

+ 

. Lũy thừa của :    

**4. Phương trình bậc hai**

**a. Căn bậc hai của số thực âm**

+ Cho số , nếu có số phức  sao cho  thì ta nói  là một căn bậc hai của .

+ Mọi số phức  đều có hai căn bậc hai.

Tổng quát, các căn bậc hai của số thực  âm là .

**b. Phương trình bậc hai với hệ số thực**

Cho phương trình bậc hai .

+ Tính .

+ Áp dụng công thức nghiệm.

phương trình có nghiệm thực .

: phương trình có hai nghiệm thực được xác định bởi công thức: .

:phương trình có hai nghiệm phức được xác định bởi công thức**:****.**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Cho số phức . Tìm phần thực và phần ảo của số phức .

**A.** Phần thực là  và phần ảo là . **B.** Phần thực là  và phần ảo là .

**C.** Phần thực là  và phần ảo là . **D.** Phần thực là  và phần ảo là .

**Câu 2:** Số phức liên hợp của số phức  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 3:** Căn bậc hai của số **** là

**A.**  . **B.**  . **C.** . **D.**không có.

Description: E:\KHANH - MATH\CONG TAC GIANG DAY\BAI TAP TRAC NGHIEM\NAM HOC 2018 - 2019\LOP 12\DE LUYEN DE THPT QUOC GIA 2019\DE THAM KHAO\Nhom Phan bien DDGVT\Tham gia giai de\Cau 17 Thanh Hoa.emf**Câu 4:** Điểm  trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức

**A. **

**B. **

**C. **

**D. **

**Câu 5:** Cho số phức z thỏa . Tìm số phức liên hợp của z

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 6:** Cho hai số phức  và . Số phức  là số phức nào sau đây?

**A. . B. . C. . D. .**

**Câu7:** Cho số phức . Tính môđun của số phức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8:** Với các số phức   tùy ý, khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 9:** Cho , ,  tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức , , . Số phức  biểu diễn bởi điểm  sao cho tứ giác  là hình bình hành là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10:** Cho n nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị  để  là số thuần ảo?

**A.** 26. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 50.

**Câu 11:** Gọi  và là các nghiệm của phương trình . Gọi  là các điểm biểu diễn

của  và  trên mặt phẳng phức**.** Khi đó độ dài của  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12:** Cho  là số phức khác 1, thỏa mãn . Tính giá trị biểu thức 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13:** Cho số phức . Phần thực của  bằng

**A.** . **B.** . **C. **. **D.** .

**Câu 14:** Cho số phức  thỏa mãn . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 15:** Gọi  là bốn nghiệm của phương trình . Tìm tất cả các giá trị của  để 

**A. ** hoặc . **B. ** hoặc **.**

**C. ** hoặc **. D. ** hoặc **.**

**Câu 16:** Tìm tập hợp những điểm  biểu diễn số phức  trong mặt phẳng phức, biết số phức  thỏa mãn điều kiện .

**A.** Tập hợp những điểm là đường thẳng có phương trình .

**B.** Tập hợp những điểm là đường thẳng có phương trình .

**C.** Tập hợp những điểm  là đường thẳng có phương trình .

**D.** Tập hợp những điểm  là đường thẳng có phương trình .

**Câu 17:** Cho số phức  thoả  và . Khi đó  có giá trị lớn nhất là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 18:** Gọi  là tổng phần thực, phần ảo của số phức . Tính *T.*

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 19:** Cho số phức  thoả mãn là số thực và  với . Gọi  là tập hợp các số thực  sao cho với mỗi  có đúng một số phức thoả mãn bài toán. Tính tổng của các phần tử của tập .

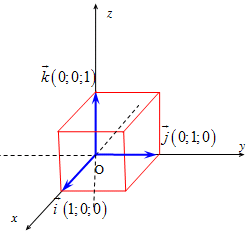
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 20:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của . Tính tổng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Chủ đề 7. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN (GIẢI TÍCH 12)**

**1. Hệ trục tọa độ trong không gian**

**1.1** **Định nghĩa:** Trong không gian, xét ba trục tọa độ vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc O. Gọi là các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục . Hệ ba trục như vậy gọi là ***hệ trục tọa độ*** trong không gian.



***\* Chú ý*:** và .



**1.2. Tọa độ của vectơ:**

**a) Định nghĩa:**



**b) Tính chất:** Cho



•



•



•



•



• cùng phương ⇔



•



•



•



•



•  *(với )*



**1.3. Tọa độ của điểm**

**a) Định nghĩa:** *(x : hoành độ, y : tung độ, z : cao độ)*



***Chú ý:*** *•*



***•*** *.*



**b) Tính chất:** Cho



•



•



• Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng :



• Toạ độ trọng tâm của tam giác :



**1.4. Tích có hướng của hai vectơ**

**a) Định nghĩa:** Trong không gian cho hai vectơ , . Tích có hướng của hai vectơ và kí hiệu là , được xác định bởi



***Chú ý:*** *Tích có hướng của hai vectơ là một vectơ, tích vô hướng của hai vectơ là một số.*

**b) Tính chất:**

•



•



•



• cùng phương



• đồng phẳng



**c) Ứng dụng của tích có hướng:**

• ***Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ:***  và đồng phẳng ⇔



• ***Diện tích hình bình hành :***



*•* ***Diện tích tam giác :***



*•* ***Thể tích khối hộp :***



*•* ***Thể tích tứ diện******:***



**2. Phương trình mặt phẳng**

• Phương trình mp(α) qua M(xo ; yo ; zo) có vtpt  = (A;B;C): **A(x – xo) + B(y – yo ) + C(z – zo ) = 0**

• Phương trình tổng quát (α) : Ax + By + Cz + D = 0 , có VTPT  = (A; B; C)

• Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua *A(a;0;,0), B(0;b;0), C(0;0;c)*là



•Vị trí tương đối của hai mp (α1) và (α2) *:*

° cắt



°



°



°



• Khoảng cách từ M(x­0; y0; z0) đến (α): Ax + By + Cz + D = 0:



• Góc giữa hai mặt phẳng: Cho 2 mp và có VTPT lần lượt là



Ta có:



**3. Phương trình đường thẳng:**

*Cho đường thẳng d đi qua điểm M0(x0; y0; z0) và có VTCP*



• *Phương trình tham số của đường thẳng d :*



• *Phương trình chính tắc của d*:



• *Góc giữa 2 đường thẳng*: Gọi là góc giữa d và d’:



**4. Phương trình mặt cầu**

• Mặt cầu (S) có tâm I(a; b; c), bán kính R có phương trình:



• Phương trình có dạng: x2 + y2 + z2 –2ax – 2by – 2cz + d = 0, (a2 + b2 + c2 – d > 0)

là phương trình mặt cầu tâm I(a; b; c), bán kính .



• Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu S(I,R):



° và (S) không giao nhau



° tiếp xúc ( S ) . gọi là tiếp diện của (S).



° cắt (S) . Bán kính đường tròn giao là



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Trong không gian Oxyz, cho điểm A biết . Khi đó, điểm A có tọa độ là:



**A.** A(–2; 3; –1) **B.** A(2; –3; 2) **C.** A(2; –3; 1) **D.** A(–3; 2; 1)

**Câu 2:** Khoảng cách d từ điểm M(1; –2; 3) đến mặt phẳng (P): x – 2y – 2z – 5 = 0 bằng :

**A.** d = 1 **B.** d = 2 **C.** d = 3 **D.** d = 4

**Câu 3:** Cho hai vectơ . Tọa độ của vectơ là:



**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Câu 4:** Phương trình mặt cầu (S) đi qua điểm A(3; 2; 1) và có tâm I(5; 4; 3) là:

**A.**  **B.**



**C.**  **D.**



**Câu 5:** Cho mặt phẳng và . Với giá trị nào của *m* thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** .



**Câu 6:** Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB biết A(1; –3; 5), B(3; 1; –3).

**A.** **B.**



**C.**  **D.**



**Câu 7:** Trong không gian Oxyz, cho điểm A(1; – 2; 4) và mặt phẳng (P): 2x – 3y + z + 1 = 0. Lập phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc với (P).

**A. B.**



**C. D.** *d:* 2x – 3y + z – 12 = 0



**Câu 8:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để: là phương trình mặt cầu?



**A.** 7 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 5

**Câu 9:** Trong không gian Oxyz cho M(–3; 2; 4), gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng(ABC) là:

**A.** 4x – 6y –3z –12 = 0 **B.** 4x – 6y –3z + 12 = 0 **C.** 6x – 4y –3z – 12 = 0 **D.** 3x – 6y – 4z + 12 = 0

**Câu 10:** Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC biết A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6) có bán kính R là:

**A.** R = 4 **B.** R = 5 **C.** R = **D.** R =



**Câu 11:** Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng và song song với nhau. Khi đó giá trị biểu thức *m + n* bằng:



**A.** 4 **B.**  – 4 **C.** 2 **D.** – 2

**Câu 12:** Cho hai điểm A(1; –1; 2), B(2; 0; 1) và mặt phẳng (P): x + 2y – 2z – 5 = 0. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng AB và mặt phẳng (P).

**A.** M(1; 2; 0) **B.** M(–1; –3; 4) **C.** M(3; 1; 0) **D.** M(2; 2; –2)

**Câu 13:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho ba điểm , ,. Điểm là đỉnh thứ tư của hình bình hành . Khi đó có giá trị bằng



**A. B. C. D.**



**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng và mặt cầu cắt nhau tại hai điểm *A, B*. Tính độ dài đoạn thẳng *AB*.



**A.** *AB* = 4 **B.** *AB* = 6 **C.**  *AB* = 8 **D.** *AB* = 10

**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ cho tam giác có . Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác và vuông góc với mặt phẳng có phương trình là



**A. B. C. D.**



**Câu 16:** Mặt phẳng (P) đi qua điểm M(1; 1; 3) và cắt các trục tọa độ lần lượt tại , và sao cho thể tích tứ diện OABC là nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức bằng:



**A.** 25 **B.** 27 **C.** 7 **D.** 45

**Câu 17:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng . Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d.



**A. B.**



**C. D.**



**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm và đường thẳng . Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng qua *A*, vuông góc với d đồng thời cách điểm B một khoảng bé nhất.



**A. B. C. D.**



**Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ O*xyz*, cho hai điểm đường thẳng có phương trình tham số . Một điểm M thay đổi trên đường thẳng sao cho chu vi tam giác *MAB* đạt giá trị nhỏ nhất. Tọa đô điểm *M* và chu vi của tam giác *ABC* là



**A.**  **B.**



**C.** **D.**



**Câu 20:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm và mặt phẳng Điểm M di động trên mặt phẳng sao cho MA, MB luôn tạo với các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn cố định. Hoành độ của tâm đường tròn bằng



**A.** **B.** **C.** **D.**

