**ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 7-SỐ NGUYÊN**

**CHỦ ĐỀ 2: BỘI VÀ ƯỚC CỦA SỐ NGUYÊN**

**PHẦN I.TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**A. Các định nghĩa**

1. Ước và Bội của một số nguyên

Với  và  Nếu có số nguyên  sao cho  thì ta nói  chia hết cho . Ta còn nói  là bội của  và  là ước của .

2. Nhận xét

- Nếu  thì ta nói  chia cho  được  và viết 

- Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0. Số 0 không phải là ước của bất kì số nguyên nào.

- Các số 1 và  là ước của mọi số nguyên.

3. Liên hệ phép chia có dư với phép chia hết.

Nếu số tự nhiên  chia cho số tự nhiên  được số dư là  thì số 

4. Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.

Ước chung của các số  được kí hiệu là ƯC.

5. Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.

Bội chung của các số được kí hiệu là: BC.

6. Ước chung lớn nhất. Bội chung nhỏ nhất

- Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

- Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác không trong tập hợp các bội chung của các số đó.

**B. Các tính chất**

- .

- Nếu .

- Nếu a, b nguyên tố cùng nhau 

- ƯC(a, b) = Ư(ƯCLN(a, b)) và BC(a ,b) = B(BCNN(a, b))

- Nếu  Ví dụ: .

- Nếu  Ví dụ: .

- .

- Nếu  là ước của  thì  cũng là ước của .

- Nếu  là bội của  thì  cũng là bội của .

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI**

|  |
| --- |
| **Dạng 1: Tìm ước và bội của một số nguyên.**  **Dạng 2: Tìm số nguyên n để thỏa mãn điều kiện chia hết (hoặc thỏa mãn số đã cho là số nguyên).**  **Dạng 3: Phương trình ước** |

**Dạng 1: Tìm ước và bội của một số nguyên.**

***I.Phương pháp giải***

- Từ việc tìm ước và bội của một số tự nhiên suy ra ước và bội của một số nguyên.

- Chú ý: Nếu  là ước của  thì  cũng là ước của . Nếu  là bội của  thì  cũng là bội của .

***II.Bài toán***

|  |
| --- |
| **Bài 1:** Tìm  bội của ; . |

***Lời giải:***

 bội của  là: .

 bội của  là: .

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Tìm tất cả các ước của ; ; ; . |

***Lời giải:***

Ư. Ư. Ư. Ư.

|  |
| --- |
| **Bài 3:**  Cho hai tập hợp số .  a) Có thể lập được bao nhiêu tổng dạng  với  và ?  b) Trong các tổng trên có bao nhiêu tổng chia hết cho ? |

***Lời giải:***

a) Số các nhiêu tổng dạng  với  và  là  tổng.

b) Số các tổng chia hết cho  là:  tổng.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4:**  Điền số vào ô trống cho đúng:   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  | |

***Lời giải:***

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

|  |
| --- |
| **Bài 5:**  1) Cho  a) Tính  b) có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 không ?  c)có bao nhiêu ước tự nhiên ? Bao nhiêu ước nguyên ?  2) Thay bằng các chữ số thích hợp sao cho  3) Cho là một số nguyên có dạng  Hỏi  có thể nhận những giá trị nào trong các giá trị sau: |

***Lời giải:***

1a) 

1b) không chia hết cho 3

1c) có 6 ước tự nhiên và có 12 ước nguyên.

2)Ta có: mà 

Do suy ra 

Th1:  ta có số 

Để  thì 

Th2: ta có số 

Để  thì  hay 

Vậy 

3)Số nguyên có dạng  hay a là số chia 3 dư 1

Vậy a có thể nhận những giá trị là 

**Dạng 2: Tìm số nguyên n để thỏa mãn điều kiện chia hết (hoặc thỏa mãn số đã cho là số nguyên).**

***I.Phương pháp giải***

Tìm số n () để số  chia hết cho số  hoặc  là số nguyên, trong đó  là các số phụ thuộc vào số .

- Viết số  dưới dạng 

- Lập luận:

+ Vì  chia hết cho , nên để  chia hết cho  thì số  phải chia hết cho  hay  là ước của .

+ Giải điều kiện  là ước của số , ta tìm được .

***II.Bài toán***

|  |
| --- |
| **Bài 1:** Tìm  biết: |

***Lời giải:***

Ta có: 

Suy ra : khi Ư.

Vậy .

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Tìm số nguyên  để |

***Lời giải:***

Ta có 

Vì  nên để  thì 

Mà  nên  là ước của 6



Vậy  thì 

|  |
| --- |
| **Bài 3:** Tìm tất cả các số nguyên n để phân số  có giá trị là một số nguyên |

***Lời giải:***

Ta có  là một số nguyên khi 

Ta có  do đó  khi 

 là ước của 3



Vậy  thì  có giá trị là một số nguyên.

|  |
| --- |
| **Bài 4:** Tìm số nguyên n để  chia hết cho |

***Lời giải:***

Ta có 

Vì  nên để  thì 

 phải là ước của 5 

Vậy  thì  chia hết cho 

|  |
| --- |
| **Bài 5:** Cho  Tìm n nguyên để A là một số nguyên |

***Lời giải:***

Ta có  là một số nguyên khi 

Ta có  do đó  khi 

 phải là ước của 5 

Vậy  thì  là một số nguyên

|  |
| --- |
| **Bài 6:** Tìm số nguyên n để phân số  có giá trị là một số nguyên |

***Lời giải:***

Ta có  là một số nguyên khi 

Ta có  do đó  khi 

 là ước của 7 

Vậy  thì  có giá trị là một số nguyên

|  |
| --- |
| **Bài 7:** Tìm các giá trị nguyên của n để phân số A =  có giá trị là số nguyên. |

***Lời giải:***

Ta có

Để  có giá trị nguyên thì  nguyên.

Mà  nguyên khi  hay  là ước của 5

Do Ư

Ta tìm được .

|  |
| --- |
| **Bài 8:** Cho phân số:  ()  a) Tìm  để  có giá trị nguyên  b) Tìm  để  là phân số tối giản |

***Lời giải:***

a) 

A nhận giá trị nguyên  Ư.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 |  | 2 |  | 3 |  | 6 |  |
|  | 0 |  | 1 |  | 2 |  | 5 |  |

b)  tối giản  <=>

 không chia hết cho 2 và  không chia hết cho 3  và .

|  |
| --- |
| **Bài 9:**  a) Tìm hai số tự nhiên a và b biết  b) Tìm  để phân số có giá trị nguyên. |

***Lời giải:***

a) Ta có 

Giả sử Vì nên với và 

Suy ra . Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| m | n |  |  |
| 1 | 15 | 12 | 180 |
| 3 | 5 | 36 | 60 |

Vậy ta có hai cặp  là .

b) 

A có giá trị nguyên Ư.

Ta có bảng sau

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 |  | 7 |  |
|  |  |  | 2 |  |

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 10:** Cho . Tìm giá trị của  để:  a)  là một phân số b)  là một số nguyên |

***Lời giải:***

a) là phân số khi 

b) 

là số nguyên khi Ư

|  |
| --- |
| **Bài 11:**  a) Tìm giá trị  là số tự nhiên để chia hết cho  b) Tìm  là số chia trong phép chia cho  được số dư là |

***Lời giải:***

Ư

.

dư 



|  |
| --- |
| **Bài 12:** Tìm biết: |

***Lời giải:***

Ta có: 

Suy ra : khi 

Tìm được: 

|  |
| --- |
| **Bài 13:**  a) Cho Chứng minh  b) Tìm số nguyên  sao cho |

***Lời giải:***

a) Ta có: 



Vì 

(gt) (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

b) Ta có:



Vì và 

Để thì .

|  |
| --- |
| **Bài 14:**  a) Cho . Chứng minh  chia hết cho 11 và 13.  b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  sao cho . |

***Lời giải:***

a)A có 90 số hạng mà nên 







 có 90 số hạng mà nên:







b)



Từ đó suy ra 

|  |
| --- |
| **Bài 15:** Tìm tất cả các số nguyên để:  a)Phân số có giá trị là một số nguyên  b)Phân số là phân số tối giản |

***Lời giải:***

a)là số nguyên khi 

Ta có: , vậy khi 



b)Gọi là ƯC của và 



mà 

Vậy phân số đã cho tối giản

|  |
| --- |
| **Bài 16:** Tìm số nguyên để phân số có giá tri là số nguyên |

***Lời giải:***

Ư

****

|  |
| --- |
| **Bài 17:** Tìm số tự nhiên n để phân số có giá trị là số nguyên |

***Lời giải:***

Để phân số có giá trị là nguyên thì 







Suy ra 

Sau khi thử các trường hợp .

|  |
| --- |
| **Bài 18:** Cho , tìm để có giá trị nguyên. |

***Lời giải:***

Ta có 

Để Ư.

Lập bảng và xét các giá trị ta có  thì  nguyên.

**Dạng 3: Phương trình ước**

***I.Phương pháp giải***

- Tìm cặp số nguyên  thỏa mãn  ta đưa về dạng  từ đó suy ra  là các ước của  suy ra giá trị của .

***II.Bài toán***

|  |
| --- |
| **Bài 1:** Tìm tất cả các cặp số nguyên  sao cho |

***Lời giải:***





Từ đó suy ra .

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Tìm nguyên biết: |

***Lời giải:***

.

Sau khi lập bảng ta thu được:



|  |
| --- |
| **Bài 3:** Tìm các số nguyên dương thỏa mãn |

***Lời giải:***

Xét (1)

Ta có: 

Ta có , mà y chẵn nên 

Thay vào (1) 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 4:** Tìm số tự nhiên biết: |

***Lời giải:***

**** (do lẻ)





|  |
| --- |
| **Bài 5:** Tìm các số nguyên sao cho: |

***Lời giải:***

Vì 

Do đó, 

Ta có:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | -1 | 3 | -3 |
|  | 3 | -3 | 1 | -3 |
|  | 0 | -2 | 2 | -4 |
|  | ktm | 1 | 1 | 0 |

Vậy các cặp thỏa mãn là: 

|  |
| --- |
| **Bài 6:** Tìm các số nguyên biết rằng: |

***Lời giải:***



Do nên 

Vì lẻ nên 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 7:** Tìm các số nguyên sao cho |

***Lời giải:***

Ta có: 

Sau khi lập bảng, ta có các trường hợp:

.

|  |
| --- |
| **Bài 8:** Tìm các số nguyên thỏa mãn |

***Lời giải:***

Vì mà lẻ nên



|  |
| --- |
| **Bài 9:** Tìm các số nguyên biết rằng: |

***Lời giải:***

Ta có:

Lập bảng và thử các trường hợp ta được: 

|  |
| --- |
| **Bài 10:** Tìm các số tự nhiên sao cho: |

***Lời giải:***

Từ :



Vì là số tự nhiên nên là ước số lẻ của 54.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 3 | 9 | 27 |
|  | 1 | 2 | 5 | 14 |
|  | 54 | 18 | 6 | 2 |

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 11:** Tìm số nguyên  và biết: |

***Lời giải:***









Vậy hoặc 

|  |
| --- |
| **Bài 12:** Tìm các số tự nhiên sao cho |

***Lời giải:***

Ta có: 

Do lẻ 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 13:** Tìm nguyên biết: |

***Lời giải:***





Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | 55 | 1 | 11 | 5 |
|  | 27 | 0 | 5 | 2 |
|  |  |  |  |  |

Vậy ta có các cặp  là , .

|  |
| --- |
| **Bài 14:** Tìm các số nguyên sao cho : |

***Lời giải:***



Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 |  | 2 |  | 4 |
|  | 4 |  | 2 |  | 1 |  |
|  | 0 | 2 |  | 3 |  | 5 |
|  | 6 |  | 4 | 0 | 3 | 1 |

Vậy ta có các cặp  là , ,, , , .

|  |
| --- |
| **Bài 15:** Tìm biết |

***Lời giải:***



 





Vì nên , suy ra  là ước nguyên của 10 và lẻ

Lập bảng

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 1 | 5 | -5 |
|  | 10 | -10 | 2 | -2 |
|  | 14 | -6 | 6 | 2 |
|  | 0 | -1 | 2 | -3 |

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 16:** Tìm các nguyên tố x, y thỏa mãn : . |

***Lời giải:***

Do nên có các trường hợp sau:

TH1: 

hoặc 

TH2: 

hoặc 

|  |
| --- |
| **Bài 17:** Tìm các số  biết: |

***Lời giải:***



Mà  là số lẻ 

Với  thì 

Ta được 

Với  thì 

Ta được 

Kết luận: với  hoặc  thì .

|  |
| --- |
| **Bài 18:** Tìm số nguyên x, y biết: . |

***Lời giải:***

 (4) Ư(30) (1)

Mà Ư(30 (2)

Mặt khác là số lẻ (3)

Từ (1, (2), (3), (4) ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Vậy các cặp số nguyên  cần tìm là:



|  |
| --- |
| **Bài 19:** Tìm các số tự nhiên x, y. sao cho |

***Lời giải:***

Ta có ;  là ước của 12



Do  lẻ  hoặc 

; 

hoặc ; 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 20:**  a) Cho số  chia hết cho 37. Chứng minh rằng số  cũng chia hết cho 37  b) Tìm số  nguyên biết |

***Lời giải:***

a)Ta có: 



Mà 

Vậy nếu thì 

b)Ta có 



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | -1 | 1 | 11 |
|  | 1 | 11 | -11 | -1 |
|  |  | 0 | 2 | 12 |
|  | 2 | 12 | -10 | 0 |

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 21:** Tìm tất cả các cặp số nguyên sao cho tổng của chúng bằng tích của chúng. |

***Lời giải:***

hoặc 

|  |
| --- |
| **Bài 22:**  a)Tìm số dư trong phép chia khi chia một số tự nhiên cho 91. Biết rằng nếu lấy số tự nhiên đó chia cho 7 thì được dư là 5 và chia cho 13 được dư là 4  b)Tìm các cặp số nguyên  biết: |

***Lời giải:***

a)Gọi số tự nhiên đó là 

Theo bài ra ta có: 

Suy ra : 



Ta có : 

Do đó 

Nên chia cho 91 có dư là 82.

b)Ta có: 



Thay hết tất cả các trường hợp ta có:

.

🙢 **HẾT** 🙠