**ĐS6. CHUYÊN ĐỀ 7 - SỐ NGUYÊN.**

**CHỦ ĐỀ 1: SỐ NGUYÊN VÀ TẬP HỢP SỐ NGUYÊN.**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. TẬP HỢP SỐ NGUYÊN.**

- Các số tự nhiên (khác 0) còn được gọi là các số nguyên dương.

- Các số  gọi là các số nguyên âm.

- Tập hợp  gồm các số nguyên âm, số 0, số nguyên dương gọi là tập hợp số nguyên.



- Tập hợp các số nguyên được biểu diễn trên trục số.

- Cho . Trên trục số, các điểm ; cách đều điểm 0 thì được gọi là số đối của và ngược lại cũng là số đối của , số đối của 0 là 0.

**2. THỨ TỰ TRONG** 

- Trên trục số nằm ngang, chiều dương của trục số hướng từ trái qua phải, chiều ngược lại là chiều âm.

- Điểm biểu diễn số nguyên  gọi là điểm .

- Cho  nếu điểm nằm trước điểm thì số nguyên  nhỏ hơn số nguyên (ký hiệu là )

- Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn 0, do đó nhỏ hơn mọi số nguyên dương.

- Nếu là hai số nguyên dương và thì 

\* Nâng cao: Với nếu ; thì (tính chất bắc cầu).

**3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ SỐ NGUYÊN.**

- Muốn cộng hai số nguyên âm, ta cộng phần số tự nhiên của chúng với nhau rồi đặt dấu  trước kết quả.

- Hai số nguyên đối nhau thì có tổng bằng 0.

- Muốn cộng hai số nguyên khác dấu (không đối nhau), ta tìm hiệu hai phần số tự nhiên của chúng (số lớn trừ số nhỏ) rồi đặt trước hiệu tìm được dấu của số có phần số tự nhiên lớn hơn.

- Phép cộng số nguyên có các tính chất:

\* Giao hoán: 

\* Kết hợp: 

\* Cộng với 0: 

- Muốn trừ số nguyên cho số nguyên , ta cộng  với số đối của 



- Quy tắc dấu ngoặc:

\* Khi bỏ dấu ngoặc có dấu đằng trước, ta *giữ nguyên dấu của các số hạng* trong ngoặc.

\* Khi bỏ dấu ngoặc có dấu  đằng trước, ta phải *đổi dấu tất cả các số hạng* trong dấu ngoặc: dấu  đổi thành dấu và dấu đổi thành dấu 

**4. PHÉP NHÂN SỐ NGUYÊN.**

- Nhân hai số nguyên khác dấu: Nếu thì 

- Nhân hai số nguyên cùng dấu:

+) Nhân hai số nguyên dương chính là nhân hai số tự nhiên khác 0.

+) Nhân hai số nguyên âm: Nếu thì 

- Phép nhân số nguyên có các tính chất:

\* Giao hoán: 

\* Kết hợp: 

\* Nhân với 1: 

\* Phân phối của phép nhân đối với phép cộng: 

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI.**

|  |
| --- |
| **Dạng 1: Viết tập hợp.**  **Dạng 2: Thực hiện phép tính**  **Dạng 3: Tìm x** |

**Dạng 1: Viết tập hợp.**

***I.Phương pháp giải***

-Dựa vào các kiến thức về tập hợp, tập hợp số nguyên, thứ tự trong tập để làm bài.

***II.Bài toán***

|  |
| --- |
| **Bài 1:** Viết tập hợp 3 số nguyên liên tiếp trong đó có số 0. |

***Lời giải:***

- Nếu số 0 đứng vị trí thứ nhất ta có tập hợp 

- Nếu số 0 đứng vị trí thứ hai ta có tập hợp 

- Nếu số 0 đứng vị trí thứ ba ta có tập hợp 

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Viết các tập hợp sau bằng hai cách:   1. Tập hợp  các số tự nhiên nhỏ hơn 5. 2. Tập hợp  các số nguyên nhỏ hơn 5. 3. Tập hợp  các số nguyên lớn hơn -5. |

***Lời giải:***

1. Cách 1: 

Cách 2: 

1. Cách 1: 

Cách 2: 

1. Cách 1: 

Cách 2: 

|  |
| --- |
| **Bài 3:** Viết các tập hợp sau bằng hai cách:   1. Tập hợp  các số nguyên lớn hơn -100 và nhỏ hơn 100. 2. Tập hợp  các số nguyên có 1 chữ số. |

***Lời giải:***

1. Cách 1: 

Cách 2: 

1. Cách 1: 

Cách 2: 

|  |
| --- |
| **Bài 4:** Các phần tử của các tập hợp sau được viết theo quy luật nào? Viết tập hợp bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp. |

***Lời giải:***

1. Tập hợp  gồm các số tự nhiên khác 0; các phần tử lập thành dãy số: 

Đây là dãy số cách đều, số hạng đầu là 1, khoảng cách là 2. Các số hạng của dãy là các số tự nhiên lẻ (chia 2 dư 1) nên có dạng với 



1. Tập hợp  gồm các số nguyên âm; các phần tử lập thành dãy số:  

Xét dãy số  

Dãy  là dãy số cách đều, số hạng đầu là 2, khoảng cách là 5. Các số này đều chia 5 dư 2 nên có dạng  với .

Vậy các số hạng của dãy  có dạng là  với .



|  |
| --- |
| **Bài 5:** Các phần tử của các tập hợp sau được viết theo quy luật nào? Viết tập hợp bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp. |

***Lời giải:***

1. Các phần tử của tập  lập thành dãy số  

Trong dãy, các số đứng ở vị trí lẻ mang dấu , các số đứng ở vị trí chẵn mang dấu 

Xét dãy số (gồm các số hạng là phần số tự nhiên của các số trên)  

Dãy là dãy số cách đều, số hạng đầu là 1; khoảng cách là 4. Các số này đều chia 4 dư 1 nên có dạng  với 

Từ quy luật về dấu cho các số hạng của dãy, ta có dạng tổng quát cho các số hạng của dãy là  với 



1. Các phần tử của tập  lập thành dãy số  

Trong dãy, các số đứng ở vị trí lẻ mang dấu , các số đứng ở vị trí chẵn mang dấu 

Xét dãy số (gồm các số hạng là phần số tự nhiên của các số trên)  

Dãy là dãy số cách đều, số hạng đầu là 1; khoảng cách là 3. Các số này đều chia 3 dư 1 nên có dạng  với 

Từ quy luật về dấu cho các số hạng của dãy , ta có dạng tổng quát cho các số hạng của dãy là  với 



**Dạng 2: Thực hiện phép tính**

***I.Phương pháp giải***

- Áp dụng các tính chất của phép cộng, phép nhân số nguyên; quy tắc dấu ngoặc.

- Áp dụng các công thức, cách tính dãy số có quy luật.

***II.Bài toán***

|  |
| --- |
| **Bài 1:** Thực hiện phép tính:     3. với |

***Lời giải:***

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. với |

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Tính giá trị các biểu thức sau: |

***Lời giải:***

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |
| --- |
| **Bài 3:** Thực hiện phép tính:     3. với |

***Lời giải:***

|  |  |
| --- | --- |
|  | Thay vào ta có |

|  |
| --- |
| **Bài 4:** Thực hiện phép tính: |

***Lời giải:***

1. 









1. 



Xét tổng 

Số số hạng của tổng là 

Tổng là: 

Vậy 

1. 

Số số hạng của  bằng số số hạng của dãy số  

Số số hạng của dãy  là 

Tổng có  số hạng, khi nhóm 2 số hạng vào một nhóm ta được  nhóm.

Ta có 







1. 

Số số hạng của  bằng số số hạng của dãy số  

Số số hạng của dãy  là 

Tổng có  số hạng, khi nhóm 2 số hạng vào một nhóm ta được  nhóm.

Ta có 







|  |
| --- |
| **Bài 5:** Tính: |

***Lời giải:***

1. 





Dãy các số tự nhiên liên tiếp  có  số hạng, khi nhóm 4 số vào một nhóm ta được  nhóm.

Ta có 







1. 





Từ 1 đến 100 có 100 số, khi nhóm 2 số vào một nhóm ta được 50 nhóm.

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 6:** Tính |

***Lời giải:***

1. 

Số số hạng của  bằng số số hạng của dãy 

⇒  có  số hạng. Kể từ số hạng đầu tiên, khi nhóm hai số vào một nhóm thì ta được 505 nhóm và dư số  đứng một mình.

Ta có 









1. 



Từ 1 đến 2020 có 2020 số, khi nhóm 2 số vào một nhóm ta được 1010 nhóm.

Vậy 



|  |
| --- |
| **Bài 7:** Thực hiện phép tính:      4. với |

***Lời giải:***

1. 











Đặt 

Ta có 

⇒ 

⇒  

Vậy 

1. 









Ta có  



 

1. 



 

Từ 2 đến 2009 có  số, khi nhóm 4 số vào một nhóm ta được 502 nhóm, mỗi nhóm ở  đều có tổng bằng 0.

Vậy ta có   

1. 





 

Vì  nên thay vào  ta có 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 8:** Cho   1. Thu gọn . 2. Tìm số tự nhiên biết . 3. Tìm số dư trong phép chia cho 100. |

***Lời giải:***

1. 







Đặt 

Ta có  



 

Vậy 

1. Theo ý a ta có   

Mặt khác theo đề bài ta có  nên suy ra 

Vậy 

1. Theo ý a ta có 







⇒ A có dạng ; A chia 100 dư 24

|  |
| --- |
| **Bài 9:** Cho  là tổng của tất cả các số nguyên có 2 chữ số; là số nguyên âm lớn nhất. Tính |

***Lời giải:***

Các số nguyên có 2 chữ số là: 

Vì  là tổng của tất cả các số nguyên có 2 chữ số nên 

 

Vì là số nguyên âm lớn nhất nên .

Thay , vào  ta được  

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 10:** Tính giá trị của  biết  và thỏa mãn và |

***Lời giải:***

Ta có 

 

Với 2020 số  khi nhóm 2 số vào một nhóm ta được 1010 nhóm.

Thay vào  ta được









Ta có ;  thay vào M ta được:



Vậy 

**Dạng 3: Tìm x**

***I.Phương pháp giải***

- Áp dụng các kiến thức về số nguyên, thứ tự thực hiện phép tính, lũy thừa.

- Áp dụng các công thức, cách tính dãy số có quy luật.

***II.Bài toán***

|  |
| --- |
| **Bài 1:** Tìm  biết: |

***Lời giải:***

1. 











Vậy 

1. 















Vậy 

1. 

 

Vậy 

1. 





 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Tìm  biết: |

***Lời giải:***

1. 

 

Tính 

Số số hạng của S là 

Tổng 

Theo đề bài, mỗi một cộng với một số cụ thể nên có 12 số cụ thể thì cũng có 12 số 

Thay các kết quả trên vào ta được:









Vậy 

1. 









Vậy 

1. 









 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 3:** Tìm  biết: |

***Lời giải:***

1. 







  

Vì  nên hoặc 

Vậy 

1. 

*Cách 1:*



 





Ta có vế trái của  là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần, khi nhóm như trên, trong từng ngoặc là các cặp số đối nhau  

Vậy 

*Cách 2:*



 

Vì  là tổng của các số nguyên liên tiếp nên áp dụng công thức tính tổng của dãy số cách đều ta có tổng này bằng   trong đó  là số các số hạng của tổng.

Từ  và  suy ra .

Lại có suy ra , do đó 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 4:** Tìm  biết: |

***Lời giải:***

1. 











Vậy 

1. 

 





Ta có vế trái của  là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần, khi nhóm như trên, trong từng ngoặc là các cặp số đối nhau  

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 5:** Tìm các số nguyên dương ,  thỏa mãn |

***Lời giải:*** Vì , là các số nguyên dương nên ,  cũng là các số nguyên dương

Mặt khác nên ; 

Vì ,  nên  

Lại có  mà  và 14 chẵn nên  chẵn ⇒ chẵn. Kết hợp với  suy ra 

* Nếu  thay vào ta có  
* Nếu  thay vào ta có  

Vậy các cặp số nguyên  thỏa mãn đề bài là ; 

|  |
| --- |
| **Bài 6:** Tìm các số nguyên , ,  biết , , |

***Lời giải:***

Ta có , ,   



+) Vì và nên suy ra 

+) Vì  và  nên suy ra 

+) Vì  và  nên suy ra 

Vậy , , 

|  |
| --- |
| **Bài 7:** Tìm các số nguyên , ,  biết , , |

***Lời giải:***

Ta có , ,  ⇒ 

  

+) Vì ,  nên suy ra 

+) Vì ,  nên suy ra 

Vậy , , 

|  |
| --- |
| **Bài 8:** Tìm các số nguyên , thỏa mãn |

***Lời giải:***

Ta có ;  với mọi 

Lại có  nên suy ra   

Vậy , 

|  |
| --- |
| **Bài 9:** Cho 10 ô liên tiếp sau:    Hãy điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở các ô liên tiếp bất kỳ đều bằng 6. |

***Lời giải:***

Gọi 4 số ở 4 ô liên tiếp bất kỳ là ; ; ; .

Vì tổng 3 số ở các ô liên tiếp bằng nhau nên ta có  . Như vậy các số cách nhau 2 ô thì bằng nhau, vậy ta điền được như sau:



Vì tổng 3 số ở các ô liên tiếp bất kỳ đều bằng 6 nên suy ra số ở các ô còn lại là 9.



|  |
| --- |
| **Bài 10:** Cho bảng vuông  ô. Có thể điền được hay không chín số nguyên vào chín ô của bảng sao cho tổng các số ở ba dòng lần lượt bằng 5; -3; 2 và tổng các số ở ba cột lần lượt bằng -1; 2; 2? |

***Lời giải:***

Không thể điền được như vậy, vì không có 9 số nào mà cộng theo các dòng được , cộng theo các cột được .

**PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG.**

|  |
| --- |
| **Bài 1: Tính:** |

***Lời giải:***





****

****

****

Đặt 

Số các số hạng của T là: 

Tổng là: 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Thực hiện phép tính: |

***Lời giải:***

1. 







1. 

 

Từ 1 đến 2016 có 2016 số, nhóm 4 số vào một nhóm ta được 504 nhóm, mỗi nhóm ở  có tổng bằng 0, vậy ta có:

 

|  |
| --- |
| **Bài 3:** Tính |

***Lời giải:***







 

Từ 2 đến 2021 có số, nhóm hai số vào một nhóm ta được 1010 nhóm, ở  mỗi nhóm có giá trị bằng .

Vậy  

|  |
| --- |
| **Bài 4:** Tính: |

***Lời giải:***

1. 







1. 





Dãy các số  có  số hạng, khi nhóm 4 số vào một nhóm ta được  nhóm.

Ta có 





|  |
| --- |
| **Bài 5:** Tính: |

***Lời giải:***

1. 



Tính 

Tổng A có 2021 số hạng.



Vậy 

1. 



Đặt 

Ta có 

⇒ 

⇒ 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 6:** Cho . Viết dạng tổng quát các số hạng của A. Tính A. |

***Lời giải:***

Ta có 



Trong tổng A, các số hạng ở vị trí lẻ mang dấu , các số hạng ở vị trí chẵn mang dấu ; phần số tự nhiên của các số hạng này lập thành dãy cộng:  

Các số hạng của dãy  đều chia 3 dư 2 nên có dạng tổng quát là , .

Từ quy luật về dấu của các số hạng của A ta suy ra dạng tổng quát cho các số hạng của A là  với .

\* Tính A



 

Vì dãy  có  số hạng ⇒ tổng A cũng có 34 số hạng, nhóm 2 số vào một nhóm ta có 17 nhóm, mỗi nhóm có tổng bằng 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Bài 7:** Chứng tỏ rằng số  là số nguyên. |

***Lời giải:***

Ta có 



Suy ra có chữ số tận cùng là 0 ⇒ M là số nguyên.

|  |
| --- |
| **Bài 8:** Tìm các số nguyên , thỏa mãn |

***Lời giải:***

Ta có  và  với mọi  ; 

Lại có  nên suy ra   

Vậy , 

|  |
| --- |
| **Bài 9:** Tìm các số nguyên và  biết |

***Lời giải:*** Vì nên .

Lại có  mà  nên ta có các trường hợp sau:

+) TH1:   

+) TH2:    (loại)

+) TH3:   

+) TH4:   

Vậy các cặp số nguyên  thỏa mãn đề bài là: , , .

|  |
| --- |
| **Bài 10:** Tìm số nguyên dương , , biết  và |

***Lời giải:***

Do    

Mà  là số nguyên dương nên từ  

Do ⇒ ⇒ 

mà  ⇒  ⇒  

Từ  và  suy ra .

Do và  nên , lại có ,  nguyên dương nên suy ra 

Thử lại với  có ;  ⇒ 

Vậy , , .

🙢 **HẾT** 🙠