**ĐS6. CHUYÊN ĐỀ 5-SỐ NGUYÊN TỐ, HỢP SỐ**

**CHỦ ĐỀ 2: PHƯƠNG PHÁP DÃY SỐ ĐỂ TÌM SỐ NGUYÊN TỐ**

**PHẦN I.TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. SỐ NGUYÊN TỐ**

-Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1,chỉ có 2 ước là 1 và chính nó.

-Số nguyên tố nhỏ nhất vừa là số nguyên tố chẵn duy nhất là số 2.

-Không thể giới hạn số nguyên tố cũng như tập hợp số nguyên tố.Hay nói cách khác,số nguyên tố là vô hạn.

-Khi 2 số nguyên tố nhân với nhau thì tích của chúng không bao giờ là một số chính phương.

-Ước tự nhiên nhỏ nhất khác 1 của một số tự nhiên được coi là số nguyên tố.

-Để kết luận số tự nhiên a là một số nguyên tố (),chỉ cần chứng minh a không chia hết cho mọi số nguyên tố mà bình phương không vượt quá a.

-Nếu tích  (p là số nguyên tố)

-Đặc biệt nếu  (p là số nguyên tố)

-Mọi số nguyên tố vượt quá 2 đều có dạng: 

-Mọi số nguyên tố vượt quá 3 đều có dạng: 

-Hai số nguyên tố sinh đôi là hai số nguyên tố hơn kém nhau 2 đơn vị.

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI**

**Dạng 1: Tìm số nguyên tố để một hay nhiều biểu thức đồng thời là số nguyên tố.**

***I. Phương pháp giải***

-Dựa vào các dấu hiệu chia hết và các tính chất về số nguyên tố ,hợp số, để giải các bài toán về chứng minh hoặc giải thích.

- Trong  số tự nhiên liên tiếp chỉ có một và chỉ một số chia hết cho .

- Nắm chắc các tính chất đặc trưng của số nguyên tố để giải bài toán.

***II. Bài toán***

**Bài 1:** Tìm số nguyên tố  sao cho các số sau cũng là số nguyên tố.

a,

b,

***Lời giải:***

a,

- Với  là hợp số, nên  không thỏa mãn đề bài.

- Với   đều là số nguyên tố. Do đó  thỏa mãn đề bài.

- Với ,  là số nguyên tố nên  có dạng hoặc 

+ Nếu là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

Vậy thì là số nguyên tố.

b,

- Với   là hợp số, nên  không thỏa mãn đề bài.

- Với   là hợp số, nên  không thỏa mãn đề bài.

- Với   đều là số nguyên tố, nên  thỏa mãn đề bài.

- Với  và  là số nguyên tố nên nên  có dạng 

+ Nếu là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

Vậy thì là số nguyên tố.

**Bài 2**: Tìm 3 số lẻ liên tiếp đều là các số nguyên tố.

***Lời giải:***

Gọi 3 số lẻ liên tiếp là: 

Trong 3 số lẻ liên tiếp luôn có 1 số chia hết cho 3.

- Nếu  mà là số nguyên tố. Mà 1 không là số nguyên tố nên .

- Nếu . Mà là số nguyên tố trái với điều kiện.

- Nếu (vì là số nguyên tố) đều là các số nguyên tố  thỏa mãn đề bài.

Vậy 3 số tự nhiên lẻ cần tìm là .

**Bài 3:** Tìm các số nguyên tố  sao cho vừa là tổng vừa là hiệu của hai số nguyên tố.

***Lời giải:***

Giả sử  là số nguyên tố cần tìm thì ta có (đều là các số nguyên tố và )

Để  là số nguyên tố thì có một trong hai số là số chẵn và cũng có một trong hai số là số chẵn.

Giả sử thì

Ta có:.

Ta thấy là 3 số nguyên tố lẻ liên tiếp.

Theo câu 2.

Thử lại: 

Vậy số cần tìm là 5.

**Bài 4:** Tìm để dãy số chứa nhiều số nguyên tố nhất.

***Lời giải:***

-Nếu Ta có dãy số có các số nguyên tố làCó 4 số nguyên tố.

-Nếu Ta có dãy số có các số nguyên tố làCó 5 số nguyên tố.

-Nếu Ta có dãy số có các số nguyên tố làCó 4 số nguyên tố.

-Nếu Dãy số đều gồm các số lớn hơn 3 và bao gồm 5 số lẻ liên tiếp và 5 sô chẵn liên tiếp.

Vì các số trong dãy đều lớn hơn 3 nên suy ra 5 số chẵn liên tiếp đều là hợp số và trong 5 số lẻ liên tiếp tồn tại ít nhất một số chia hết cho 3 và số này cũng là hợp số.

Vậy là giá trị cần tìm.

**Bài 5**: Tìm số nguyên tố sao cho: cũng là số nguyên tố.

***Lời giải:***

- Với  là số nguyên tố nên  là hợp số. Do đó  không thỏa mãn đề bài.

- Với  là số nguyên tố  đều là số nguyên tố. Do đó  thỏa mãn đề bài.

- Với ,  là số nguyên tố nên  có dạng hoặc 

+ Nếu   là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu   là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

Vậy là số nguyên tố cần tìm.

**Bài 6**: Tìm số nguyên tố sao cho  cũng là số nguyên tố.

***Lời giải:***

- Với  ta có là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

- Với  ta có  đều là số nguyên tố, do đó  thỏa mãn đề bài.

- Với , p là số nguyên tố nên p có dạng hoặc 

+ Nếu   là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu   là hợp số, do đó  không thỏa mãn đề bài.

Vậy  là số nguyên tố cần tìm.

**Bài 7**: Tìm số nguyên tố  sao cho:  đều là số nguyên tố.

***Lời giải:***

- Với  là số nguyên tố  là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

- Với  là số nguyên tố  đều là số nguyên tố  thỏa mãn đề bài.

- Với ,  là số nguyên tố nên p có dạng hoặc 

+ Nếu   là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu   là hợp số, do đó không thỏa mãn đề bài.

Vậy là số nguyên tố cần tìm.

**Bài 8**: Tìm số nguyên tố  sao cho:

a,  cũng là số nguyên tố .

b,  cũng là số nguyên tố.

***Lời giải:***

a,

- Với   là số nguyên tố  thỏa mãn đề bài.

- Với   đều là số nguyên tố  thỏa mãn đề bài.

- Với , p là số nguyên tố nên p có dạng hoặc 

+ Nếu   là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu  là hợp số nên  không thỏa mãn đề bài.

Vậy và là số nguyên tố cần tìm.

b,

- Với  là số nguyên tố  là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

- Với  là số nguyên tố  đều là số nguyên tốthỏa mãn đề bài.

- Với ,  là số nguyên tố nên p có dạng hoặc 

+ Nếu   là hợp số  không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu  là hợp số nên  không thỏa mãn đề bài.

Vậy là số nguyên tố cần tìm.

**Bài 9**: Tìm tất cả các số tự nhiên  để , , , , ,  đều là số nguyên tố

***Lời giải:***

- Với  thì  là hợp số. Do đó không thỏa mãn đề bài.

- Với  thì  là hợp số. Do đó không thỏa mãn đề bài.

- Với  thì  là hợp số. Do đó không thỏa mãn đề bài.

- Với  thì  là hợp số. Do đó không thỏa mãn đề bài.

- Với  thì thì  đều là các số nguyên tố. Do đó  thỏa mãn đề bài.

- Với thì n có có dạng .

+ Với  thì  là hợp số. Do đó  không thỏa mãn.

+ Với  thì  là hợp số. Do đó  không thỏa mãn.

+ Với  thì  là hợp số. Do đó  không thỏa mãn

Do đó  thỏa mãn đề bài.

**Bài 10**: Tìm tất cả các số nguyên tố ,  sao cho  và  cũng là số nguyên tố

***Lời giải:***

Nếu  là số nguyên tố thì nó phải là số lẻ vì nó là số nguyên tố lớn hơn 2

Suy ra  là số chẵn, khi đó ít nhất 1 trong 2 số hoặc  bằng 2

Giả sử  là số nguyên tố

+ Nếu  là hợp số,  không thỏa mãn.

+ Nếu  và  đều là các số nguyên tố,  thỏa mãn đề bài.

+ Nếu  , là số nguyên tố nên có dạng  hoặc 

+ Với  là hợp số không thỏa mãn.

+ Với  là hợp số không thỏa mãn.

Vậy  .

Xét tiếp TH  làm tương tự ta được  .

Vậy hoặc .

**Bài 11**: Tìm số nguyên tố  sao cho là số nguyên tố.

***Lời giải:***

- Nhận thấy  là số nguyên tố, và  cũng là số nguyên tố

- Với  và là số nguyên tố thì  có dạng

Nếu  là hợp số, nên  không thỏa mãn.

Vậy  là số nguyên tố cần tìm.

**Bài 12:** Ta gọi là hai số tự nhiên liên tiếp, nếu giữa và không có số nguyên tố nào khác. Tìm 3 số nguyên tố liên tiếp sao cho  cũng là số nguyên tố.

***Lời giải:***

Nếu 3 số nguyên tố đều khác 3 thì  đều có dạng  suy ra chia cho 3 đều dư 1. Khi đó 3 và 3 nên là hợp số. Vậy , khi đó  là số nguyên tố.

**Bài 13**: Tìm các số nguyên tố  sao cho  là số nguyên tố và 

***Lời giải:***

Ta có : Từ 25 đến 45 có 5 số nguyên tố là : 

Nên ta có bảng sau :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Mà  là số nguyên tố nênhoặc .

Vậy hoặc .

**Bài 14**: Tìm các số nguyên tố  sao cho .

***Lời giải:***

Vì 

Giả sử , vì  là số nguyên tố .

Ta có 



Vậy 

**Bài 15:** Ta gọi  là 2 số nguyên tố liên tiếp nếu giữa  và  không có số nguyên tố nào khác.Tìm 3 số nguyên tố liên tiếp  sao cho cũng là số nguyên tố.

***Lời giải:***

+Nếu  đều khác 3 mà  là các số nguyên tố.

chia 3 dư 1 hoặc dư 2 ( hay dư -1 ).

chia 3 dư 1.

chia hết cho 3.

Vậy tồn tại 1 số bằng 3.

+ TH1: Bộ 3 số tương ứng là: . Khi đó  là hợp số. Do đó bộ ba số này không thỏa mãn.

+ TH2: Bộ 3 số tương ứng là: Khi đólà số nguyên tố . Do đó bộ ba số này thỏa mãn đề bài.

Vậy 3 số nguyên tố liên tiếp cần tìm là: .

**Bài 16:** Tìm 3 số nguyên tố sao cho: .

***Lời giải:***

Vì r là số lẻ (  là số nguyên tố ).

có 1 số lẻ và 1 số chẵn.

Giả sử là số chẵn chẵn ( vì p là số nguyên tố )

+ Nếu 

Mặt khác  là số lẻ 



( Vì  là số nguyên tố ).

( Loại vì  là số nguyên tố nên )



+Nếu thì là số nguyên tố ( Thỏa mãn ).

Vậy .

**Bài 17:** Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố liên tiếp sao cho tổng bình phương của ba số này cũng là số nguyên tố.

***Lời giải:***

Gọi bộ ba số nguyên tố liên tiếp đó là 

Nếu  đều không chia hết cho 3 thì  đều chia 3 dư 1

Mà  nên  là hợp số ( Trái với GT, loại )

Do đó có ít nhất một trong 3 số  chia hết cho 3.

+ Nếu  thì 

Khi đó  là số nguyên tố ( Thỏa mãn )

+ Nếu  thì 

Khi đó  không là số nguyên tố ( Trái với GT, loại )

+Nếu  thì  (Vô lí vì  là số nguyên tố, loại )

Vậy 3 số nguyên tố cần tìm là : 

**Bài 18:** Tìm tất cả các bộ ba số  sao cho

***Lời giải:***

Vì  có vai trò như nhau nên giả sử  khi đó





vì  là số nguyên tố.

Với  thì ta có 

 ( vì  là số nguyên tố )

+ Nếu  thì  thỏa mãn với  là số nguyên tố bất kì

+ Nếu  thì 

Vậy các cặp số  cần tìm là  và các hoán vị của chúng, với  là số nguyên tố.

**Bài 19:** Tìm tất cả các số tự nhiên  để :

a,  là số nguyên tố.

b,  là số nguyên tố.

***Lời giải:***

a, Ta có : , Vì  có thêm 2 ước là  và 

Để  là số nguyên tố thì  là số nguyên tố  thỏa mãn đề bài.

b, Nếu  là số nguyên tố.

Nếu  là hợp số.

Vậy .

**Bài 20:** Một số nguyên tố chia cho 30 có số dư là . Tìm biết rằng  không là số nguyên tố.

***Lời giải:***

Gọi số nguyên tố là  ().

Ta có:

Vì  là số nguyên tố nên  không chia hết cho 

Số nguyên dương không là số nguyên tố nhỏ hơn 30 và không chia hết cho  chỉ có số 1.

Vậy .

**Bài 21:** Một số nguyên tố chia cho 42 có số dư là .Tìm  biết rằng  là hợp số.

***Lời giải:***

Gọi số nguyên tố là  ()

Ta có:

Vì  là số nguyên tố nên không chia hết cho .

Số nguyên dương là hợp số nhỏ hơn 42 và không chia hết cho chỉ có số 25.

Vậy .

**Bài 22:** Ta biết rằng có 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100. Tổng của 25 số này là số chẵn hay số lẻ?

***Lời giải:***

Trong 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100 có chứa một số nguyên tố chẵn là 2, còn 24 số nguyên tố còn lại là số nguyên tố lẻ. Do đó tổng 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100 là số chẵn.

**Bài 23:** Tìm tất cả các số nguyên tố  để cũng là số nguyên tố.

***Lời giải:***

Với  ta có không là số nguyên tố.

Với  ta có là số nguyên tố.

Với  ta có . Vì  lẻ và không chia hết cho 3 nên  và , do đó  là hợp số. Vậy với  thì là số nguyên tố.

**Dạng 2 : Các bài toán chứng minh về số nguyên tố.**

**Bài 24:** Chứng minh rằng với thì  không thể đồng thời là số nguyên tố.

***Lời giải:***

Xét dãy số:  là 3 số tự nhiên liên tiếp.

Vì 

Vì dãy số:  là 3 số tự nhiên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 3.

Mà  nên một trong hai số  chia hết cho 3.

Suy ra thì  không thể đồng thời là số nguyên tố.

**Bài 25:** Chứng minh rằng với mỗi số tự nhiên luôn tìm được  số tự nhiên liên tiếp đều là hợp số.

***Lời giải:***

Chọn số tự nhiên 

Khi đó ta có  số tự nhiên liên tiếp là  đều là hợp số vì  số trên lần lượt chia hết cho  ( điều phải chứng minh).

**Bài 26:** Chứng minh rằng nếu  đều là các số gnuyeen tố lớn hơn 3 thì m chia hết cho 6.

***Lời giải:***

Các số nguyên tố lớn hơn 3 đều là số lẻ.

Nếu là số lẻ thì là số chẵn lớn hơn 3 nên không là số nguyên tố. Suy ra m là số chẵn.

Đặt .

Nếu thì ba số đã cho là: 

Nếu  chia cho 3 dư 1 thì , không thỏa mãn đề bài.

Nếu  chia cho 3 dư 2 thì , không thỏa mãn đề bài.

Vậy  không có dạng 

Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được  không có dạng 

Do đó 

Vậy m chia hết cho 6.

**Bài 27:**

a) Chứng minh rằng số dư trong phép chia của một số nguyên tố cho 30 chỉ có thể là 1 hoặc là số nguyên tố. Khi chia cho 60 thì kết quả ra sao?

b) Chứng minh rằng nếu tổng của  lũy thừa bậc 4 của các số nguyên tố lớn hơn 5 là một số nguyên tố thì

***Lời giải:***

a) Giả sử là số nguyên tố và  với . Nếu là hợp số thì có ước nguyên tố . Nhưng với  thì  lần lượt chia hết cho 2; 3; 5 (vô lí). Vậy  hoặc là số nguyên tố.

Khi chia cho 60 thì kết quả không còn đúng nữa, chẳng hạn  mà 49 là hợp số.

b) Số nguyên tố  khi chia cho 30 chỉ có thể dư là 

Với  thì  (mod 30).

Với  thì  (mod 30).

Suy ra  (mod 30).

Giả sử là các số nguyên tố lớn hơn 5.

Khi đó (mod 30) là số nguyên tố nên .

**Bài 28:** Hai số có thể cùng là số nguyên tố hay không ? Vì sao ?

***Lời giải:***

Vì là 3 số tự nhiên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 3.Mà và 3 là số nguyên tố nên không chia hết cho 3. 

Mà nên  

Từ , suy ra 1 trong 2 số phải chia hết cho 3.

 Hai số không thể cùng là số nguyên tố.

**Bài 29:** Cho 3 số nguyên tố lớn hơn 3,trong đó số sau lớn hơn số trước là  đơn vị.Chứng minh rằng 

***Lời giải:***

Các số nguyên tố lớn hơn 3 nên  có dạng  hoặc 

Có 3 số mà chỉ có 2 dạng nên tồn tại hai số thuộc cùng một dạng, hiệu của chúng ( là  hoặc  ) chia hết cho 3. Mặt khác  chia hết cho 2 vì  là hiệu của hai số lẻ.Vậy  chia hết cho 6.

**Bài 30:** Hai số nguyên tố gọi là sinh đôi nếu chúng là hai số nguyên tố lẻ liên tiếp.Chứng minh rằng một số tự nhiên lớn hơn 3 nằm giữa hai số nguyên tố sinh đôi thì chia hết cho 6.

***Lời giải:***

Gọi  là số nguyên tố lơn hơn 3 và  lẻ nên  

Mà  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  có dạng .

Dạng không xảy ra vì nếu thì là hợp số (Loại)

 

Từ ,ĐPCM

**Bài 31:** Chứng minh rằng số dư trong phép chia một số nguyên tố cho 30 chỉ có thể là 1 hoặc là số nguyên tố.

***Lời giải:***

Giả sử  là số nguyên tố và  có dạng 

Nếu  là hợp số thì  có ước nguyên tố  sao cho 

Nhưng với thì p lần lượt chia hết cho  ( Vô lý )

Vậy  hoặc là số nguyên tố.

**Bài 32:** Cho dãy số nguyên dương  được xác định như sau:

 là ước nguyên tố của với . Chứng minh rằng .

***Lời giải:***

Ta có , giả sử với nào đó mà có số 5 là ước nguyên tố lớn nhất của số  thì  không thể chia hết cho 2, cho 3. Vậy chỉ có thể xảy ra với .

Suy ra .

Mà  không chia hết cho 4 do là các số lẻ (vô lí).

Vậy  không có ước nguyên tố của 5, tức là.

**Bài 33:** Trong dãy số tự nhiên có thể tìm được 1997 số liên tiếp nhau mà không có số nguyên tố nào hay không ?

***Lời giải:***

Chọn dãy số:

 

 

 

……............. ………….

 

Như vậy: Dãy số gồm có 1997 số tự nhiên liên tiếp không có số nào là số nguyên tố.

**Bài 34:** Trong dãy số tự nhiên có thể tìm được  số liên tiếp nhau  mà không có số nguyên tố nào hay không ?

***Lời giải:***

Chọn dãy số:

  nên là hợp số

  nên là hợp số

  nên là hợp số

……............. ………….

  nên là hợp số

Như vậy: Dãy số gồm có  số tự nhiên liên tiếp không có số nào là số nguyên tố.

**PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG.**

**Bài 1:** Cho  và  là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng  là hợp số.

*( Trích đề HSG lớp 6 Trực Ninh năm học 2017-2018)*

***Lời giải:***

Do là số nguyên tố lớn hơn 3 nên có dạng  với .

+ Nếu  thì .

Suy ra  là hợp số (vô lí).

+ Nếu  thì .

Do  nên . Do đó  là hợp số.

**Bài 2:** Biết  là nguyên tố có bốn chữ số thỏa mãn cũng là số nguyên tố và . Hãy tìm .

*( Trích đề HSG lớp 6 Sông Lô năm học 2018-2019)*

***Lời giải:***

Vì  là các số nguyên tố nên  lẻ và khác 5.

Ta lại có 

Nếu  ( Không thỏa mãn)

Nếu  nên  ( Không thỏa mãn).

Nếu  ( Loại)

Nếu  ( thỏa mãn)

Suy ra .

Vậy .

**Bài 3:** Cho các số  là các số nguyên tố. Chứng minh trong 3 số có ít nhất 2 số bằng nhau.

*( Trích đề HSG lớp 6 TP Bắc Ninh năm học 2018-2019)*

***Lời giải:***

Trong 3 số có ít nhất 2 số cùng tính chẵn lẻ.

Giả sử hai số cùng tính chẵn lẻ là  và .

Suy ra  là số nguyên tố chẵn nên .

Suy ra . Khi đó  và  nên .

Vậy trong ba số có ít nhất 2 số bằng nhau.

**Bài 4:** Giả sử và  là các số nguyên tố. Chứng tỏ  cũng là số nguyên tố.

*( Trích đề HSG lớp 6 Gia Bình năm học 2018-2019)*

***Lời giải:***

+) Với  thì  không là số ngàyên tố.

+) Với  thì  và  đều là số nguyên tố.

+) Với 

 nên  là hợp số.

Vậy chỉ có  thì  và  đều là số nguyên tố.

**Bài 5:** Cho là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh  chia hết cho 100.

*( Trích đề HSG lớp 9 huyện Lục Nam năm học 2018-2019)*

***Lời giải:***

Ta có .

Do  là sốnguyên tố lớn hơn 5 nên là một số lẻ.

 và  là các số chẵn.

 chia hết cho 4.

 chia hết cho 4.

Vì là số nguyên tố lớn hơn 5 là một số không chia hết cho 5.

Lập luận ta được  chia hết cho 5.

Lập luận ta được  chia hết cho 5.

Suy ra  chia hết cho 5.

Mà  nên  ( đpcm).

**Bài 6:** Chứng minh rằng hai số  vàlà 2 số nguyên tố cùng nhau với mọi số tự nhiên .

*( Trích đề HSG lớp 6 Như Thanh năm học 2018-2019)*

***Lời giải:***

Đặt 

. Vì vậy 

Do đó  hoặc 

+) Nếu  thì  ( Vô lý) 

.

Vậy  và  là hai nguyên tố cùng nhau với mọi số tự nhiên n.

**Bài 7:** Cho  là số nguyên tố lớn hơn 3.Chứng minh rằng .

*( Trích đề HSG lớp 9 huyện Kim Thành năm học 2018-2019)*

***Lời giải:***

Ta có .

Vì là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  lẻ. Do đó  và  là hai số chẵn liên tiếp. Từ đó suy ra  .

Xét ba số tự nhiên liên tiếp . Ta có .

Mà là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  không chia hết cho 3. Mà 3 là số nguyên tố nên suy ra  .

Từ  và  kết hợp với  và  ta suy ra  (đpcm).

**Bài 8:** Tìm tất cả các cặp số nguyên tố  sao cho ****

***Lời giải:***

Từ  ta được .

Do đó ta suy ra được  là số nguyên tố lẻ.

Từ đó ta đặt  với .

Khi đó ta được .

Do đó  là số chẵn nên  là số chẵn. Mà  là số nguyên tố nên .

Thay vào  ta suy ra được .

Vậy cặp sô nguyên tố  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Bài 9:** Tìm số nguyên tố có hai chữ số khác nhau có dạng sao cho hiệu của số đó với số viết theo thứ tự ngược lại cuả số đó là số chính phương.

*( Trích đề HSG lớp 6 huyện Thái Thụy năm học 2018-2019)*

***Lời giải:***

Theo đề bài ra ta có: là số chính phương.

Khi đó  là số chính phương.

Suy ra  là số chính phương.

Vì  nên .

Ta xét các trường hợp sau:

+ TH1:  và  là số nguyên tố nên .

+ TH2:  và  là số nguyên tố nên .

+ TH3:  và  là số nguyên tố nên không có số nào thỏa mãn.

Vậy

**Bài 10:** Tìm các số nguyên tố  và số nguyên  thỏa mãn.

*( Trích đề HSG lớp 6 huyện Kiến Xương năm học 2016-2017)*

***Lời giải:***

Ta có .

Vì là số nguyên tố và là số nguyên nên từ phương trình trên ta suy ra .

Ta xét các trường hợp sau:

+ Nếu , khi đó từ phương trình trên ta được . Do là số nguyên tố nên:

* Khi  thì ta được .
* Khi  thì là số lẻ nên là số nguyên tố chẵn. Do đó  nên  không phải là số nguyên tố.

+ Nếu , khi đó từ phương trình trên ta được . Do đó là số nguyên tố chẵn và  là số nguyên tố lẻ. Từ đó ta được .

+ Nếu khi đó từ phương trình trên ta được =3. Trường hợp này không xảy ra do  và  là số nguyên tố nên .

+ Nếu , khi đó phương trình trên ta được . Trường hợp này không xảy ra do  và  là số nguyên tố nên .

Vậy các bộ số  thỏa mãn yêu cầu bài toán là .

**Bài 11:** Chứng minh rằng nếu  là số nguyên tố  thì  là hợp số.

*( Trích đề HSG lớp 6 huyện Thanh Hà năm học 2015-2016)*

***Lời giải:***

Xét 3 số tự nhiên liên tiếp là ,,.

Trong ba số tự nhiên liên tiếp trên có duy nhất một số chia hết cho 3.

Do  nên , mà theo giả thiết thì  là số nguyên tố, do đó không chia hết cho 2.

Lại có  không chia hết cho 3. Do đó suy ra  chia hết cho 3.

Mà do  nên . Từ đó ta được  là hợp số.

**Bài 12:** Tìm các số nguyên tố thỏa mãn các điều kiện sau.

; ; 

*( Trích đề HSG lớp 6 huyện Nam Sách năm học 2012-2013)*

***Lời giải:***

Từ  ta có  do đó .

Mặt khác từ điều kiện  ta được , do đó  hay .

Vì nên  hoặc .

Xét hai trường hợp sau:

+ Với  và , khi đó ta được  hoặc .

* Nếu  thì , suy ra ( loại).
* Nếu thì , suy ra  ( nhận).

Với  và  không tồn tại vì .

Vậy ba số nguyên tố cần tìm là .

**Bài 13:** Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố  đôi một khác nhau thỏa mãn điều kiện:



*( Trích đề HSG lớp 6 huyện Gia Lộc năm học 2017-2018)*

***Lời giải:***

Từ giả thiết suy ra . Để không giảm tính tổng quát giả sử .

Suy ra , do đó .

Với  suy ra .

Do đó .

+ Với , khi đó từ  suy ra .

+ Với  từ  suy ra do .

Với  từ giả thiết suy ra  (do ).

Thay  vào  ta được .

Vậy các bộ ba số nguyên tố khác nhau thỏa mãn là:

 và các hoán vị của nó.

**Bài 14:** Tìm tất cả các bộ ba nguyên tố  sao cho .

*( Trích đề HSG lớp 9 Ninh Bình năm học 2018-2019).*

***Lời giải:***

Không mất tính tổng quát giả sử .

Với  thì .

.

.

Do  là ước của  nên .

Nếu  ( loại).

Nếu ( thỏa mãn).

.

.

.

Nếu  lẻ lẻ  mà  không chia hết cho 4  ( vô lí).

Vậy bộ ba số nguyên tố cần tìm là  và các hoán vị.

**Bài 15:** Tìm hai số nguyên tố  sao cho .

*( Trích đề HSG lớp 9 Phú Yên năm học 2018-2019).*

***Lời giải:***

Ta có  chia cho  dư  hoặc .

Xét  chia cho dư , vì  là số nguyên tố nên , suy ra  (vô lí).

Ta có  chia cho  dư  suy ra  chia hết cho  mà  nên  ( thỏa mãn).

Vậy .

🙢 **HẾT** 🙠