**ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 4 – ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT VÀ BỘI CHUNG NHỎ NHẤT**

**CHỦ ĐỀ 4: CÁC BÀI TOÁN QUY VỀ TÌM ƯCLN VÀ BCNN**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. Ước và Bội của một số nguyên**

Với  và  Nếu có số nguyên q sao cho  thì ta nói  chia hết cho. Ta còn nói là bội của  và là ước của .

**2. Nhận xét**

- Nếu  thì ta nói chia cho được và viết 

- Sốlà bội của mọi số nguyên khác. Số không phải là ước của bất kì số nguyên nào.

- Các số  và  là ước của mọi số nguyên.

**3. Liên hệ phép chia có dư với phép chia hết.**

Nếu số tự nhiên  chia cho số tự nhiên  được số dư là thì số 

**4. Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.**

Ước chung của các số được kí hiệu là

**5. Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.**

Bội chung của các số được kí hiệu là: 

**6. Ước chung lớn nhất. Bội chung nhỏ nhất**

- Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

- Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác không trong tập hợp các bội chung của các số đó.

**7. Các tính chất**

- 

- Nếu 

- Nếu nguyên tố cùng nhau 

-  và 

- Nếu 

- Nếu 

- 

**8. Phương pháp giải**

- Nếu số tự nhiên chia cho số tự nhiên được số dư là  

- Nếu  và  mà 

 chia hết cho tích  với 

- Nếu  và  mà a là số nhỏ nhất



- Nếu  và  mà b lớn nhất



**PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI**

**Dạng 1. Bài toán đưa về tìm ƯCLN và BCNN của hai hay nhiều số**

**I. Phương pháp giải.**

**\* Phương pháp giải bài toán đưa về tìm ƯCLN**

- Nếu , lớn nhất thì 

- Tìm ƯCLN theo ba bước

Bước 1: Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2: Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.

Bước 3: Lập tích các thừa số đã chọn mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất của nó. Tích đó là ƯCLN phải tìm.

- Kết luận bài toán

**\* Phương pháp giải bài toán đưa về tìm BCNN**

- Nếu ,  nhỏ nhất thì 

- Tìm BCNN theo ba bước

Bước 1: Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2: Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng.

Bước 3: Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó. Tích đó là BCNN phải tìm.

- Kết luận bài toán

**II.Bài toán.**

**Bài 1**.Tìm số tự nhiên lớn nhất biết rằng 

**Lời giải**

Vì  và lớn nhất nên 

Ta có: 









Vậy

**Bài 2**.Tìm số tự nhiên lớn nhất biết rằng 

**Lời giải**

Vì  vàlớn nhất nên 

Ta có: 







Vậy

**Bài 3.** Lan có một tấm bìa hình chữ nhật, kích thước cm và cm, Lan muốn cắt tấm bìa thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau sao cho tấm bìa được cắt hết không còn thừa mảnh nào,Tính độ dài lớn nhất cạnh hình vuông?

**Lời giải**

Gọi độ dài lớn nhất cạnh hình vuông là (cm)

Theo bài ra ta có: và  lớn nhất nên 

Ta có: 







Vậy độ dài lớn nhất cạnh hình vuông là  .

**Bài 4.** Phần thưởng cho học sinh của một lớp học gồm vở,  bút chì,  nhãn vở. Có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu phần thưởng như nhau, mỗi phần thưởng gồm bao nhiêu vở, bút chì, nhãn vở?

**Lời giải**

Gọi số phần thưởng được chia là (phần thưởng), 

Theo bài ra ta có: và lớn nhất nên 

Ta có: 









Vậy có thể chia được nhiều nhất  phần thưởng

Mỗi phần thưởng có số vở là ( vở)

Mỗi phần thưởng có số bút chì là ( bút chì)

Mỗi phần thưởng có số nhãn vở là ( nhãn vở)

**Bài 5.** Hùng có một tấm bìa hình chữ nhật, kích thước cm và cm, Hùng muốn cắt tấm bìa thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau sao cho tấm bìa được cắt hết không còn thừa mảnh nào,Tính độ dài lớn nhất cạnh hình vuông?

**Lời giải**

Gọi độ dài lớn nhất cạnh hình vuông là  (cm)

Theo bài ra ta có: và lớn nhất nên 

Ta có: 







Vậy độ dài lớn nhất cạnh hình vuông là 

**Bài 6.** Một đội y tếcó bác sĩ và y tá. Có thể chia đội y tế đó nhiều nhất thành mấy tổ để các bác sĩ cũng như các y tá được chia đều vào mỗi tổ ?

**Lời giải**

Gọi số tổ được chia là  (tổ), 

Theo bài ra ta có: và  lớn nhất nên 

Ta có: 







Vậy có thể chia được nhiều nhất tổ.

**Bài 7.** Khối lớp có  học sinh, khối lớp có  học sinh, khối lớp  có  học sinh. Trong một buổi chào cờ học sinh cả ba khối xếp thành các hàng dọc như nhau. Hỏi có thể xếp nhiều nhất thành bao nhiêu hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng ?

**Lời giải**

Gọi số hàng dọc được xếp là ( hàng ), 

Theo bài ra ta có: và lớn nhất nên 

Ta có: 









Vậy có thể xếp được nhiều nhất  hàng dọc.

**Bài 8**.Tìm số tự nhiênnhỏ nhất khác  biết rằng 

**Lời giải**

Vì  và nhỏ nhất khác  nên 

Ta có: 







Vậy

**Bài 9**. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất khác  biết rằng chia hết chovà chia hết cho .

**Lời giải**

Vì  và nhỏ nhất khác nên 

Ta có: 







Vậy

**Bài 10**. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất khác biết rằng chia hết cho và 

**Lời giải**

Vì  và nhỏ nhất khác  nên 

Ta có: 









Vậy

**Bài 11**. Hai bạn Tùng và Hải thường đến thư viện đọc sách, Tùng cứ ngày đến thư viện một lần, Hải  ngày một lần. Lần đầu cả hai bạn cùng đến thư viện vào ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày nữa thì hai bạn lại cùng đến thư viện?

**Lời giải**

Gọi số ngày ít nhất để hai bạn cùng đến thư viện là ( ngày ), 

Vì  và nhỏ nhất khác  nên 

Ta có: 







Vậy sau  ngày hai bạn lại cùng đến thư viện.

**Bài 12.** Hai bạn An và Bách cùng trực nhật, An cứ  ngày lại trực nhật còn Bách  ngày lại trực nhật. Lần đầu cả hai bạn cùng trực nhật vào  ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày nữa thì hai bạn lại cùng trực nhật?

**Lời giải**

Gọi số ngày ít nhất để hai bạn cùng trực nhật là  ( ngày ), 

Vì  và nhỏ nhất khác  nên 

Ta có: 







Vậy sau  ngày hai bạn lại cùng trực nhật.

**Bài 13.** Hai bạn Minh và Nhâm cùng trực nhật, Minh cứ ngày lại trực nhật còn Nhâm  ngày lại trực nhật. Lần đầu cả hai bạn cùng trực nhật vào  ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày nữa thì hai bạn lại cùng trực nhật?

**Lời giải**

Gọi số ngày ít nhất để hai bạn cùng trực nhật là  ( ngày ),

Vì  và nhỏ nhất khác  nên 

Ta có: 







Vậy sau 36 ngày hai bạn lại cùng trực nhật.

**Bài 14.** Ba con tàu cập bến theo cách sau: Tàu I cứ  ngày cập bến một lần, tàu II cứ  ngày cập bến một lần, tàu III cứ  ngày cập bến một lần. Lần đầu cả ba tàu cùng cập bến vào một ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày cả ba tàu lại cùng cập bến ?

**Lời giải**

Gọi số ngày ít nhất để ba tàu lại cùng cập bến là ( ngày ), 

Vì  và nhỏ nhất khác 0 nên 

Ta có: 









Vậy sau  ngày ba tàu lại cùng cập bến.

**Bài 15.** : Ba ô tô chở khách cùng khởi hành lúc  sáng từ  bến xe đi theo ba hướng khác nhau, xe thứ nhất quay về bến sau  phút và sau phút lại đi, xe thứ hai quay về bến sau  phút và lại đi sau  phút, xe thứ ba quay về bến sau  phút và sau  phút lại đi, hãy tính khoảng thời gian ngắn nhất để  xe cùng xuất phát lần thứ hai trong ngày và đó là lúc mấy giờ?

**Lời giải.**

Đổi  phút = phút

Gọi thời gian ngắn nhất để ba xe cùng xuất lần thứ  trong ngày là  ( phút ), 

Thời gian xe thứ nhất đi chuyến thứ  là  ( phút)

Thời gian xe thứ hai đi chuyến thứ là  ( phút)

Thời gian xe thứ ba đi chuyến thứ là  ( phút)

Vì  và nhỏ nhất khác  nên 

Ta có:







( phút) (giờ)

Vậy sau  giờ thì ba xe lại cùng xuất phát lần thứ . Lúc đó là trưa.

**Dạng 2. Bài toán đưa về tìm BCNN của hai hay nhiều số thỏa mãn điều kiện cho trước.**

**I. Phương pháp giải.**

– Phân tích đề bài, suy luận để đưa về việc tìm bội chung của hai hay nhiều số cho trước.

Nếu 

Nếu chia cho dư ,  chia cho dư 

– Tìm BCNN của các số đó.

– Tìm BC của các số là các bội của BCNN này .

– Chọn trong số đó các bội thỏa mãn điều kiện đã cho.

**II. Bài toán.**

**Bài 1.** Tìm số tự nhiên biết rằng  và 

**Lời giải**

Vì  nên 

Ta có: 









Vì  nên 

Vậy 

**Bài 2.** Tìm số tự nhiênbiết rằng  và 

**Lời giải**

Vì  nên 

Ta có: 









Vì  nên 

Vậy

**Bài 3.** Một số sách khi xếp thành từng bó cuốn, cuốn, cuốn đều vừa đủ. Tính số sách đó biết số sách trong khoảng đến .

**Lời giải**

Gọi số sách cần tìm là( cuốn) , , 

Vì số sách khi xếp thành từng bó cuốn, cuốn, cuốn đều vừa đủ nên 



Ta có: 









Vì  nên 

Vậy số sách cần tìm là cuốn.

**Bài 4.** Một trường tổ chức cho khoảng  đến học sinh đi tham quan. Tính số học sinh biết nếu xếp  hoặc  học sinh lên xe thì vừa đủ.

**Lời giải**

Gọi số học sinh cần tìm là  ( học sinh) ,, 

Vì xếp  hoặc  học sinh lên xe thì vừa đủ nên



Ta có: 







Vì  nên 

Vậy trường đó có  học sinh.

**Bài 5.** Một trường tổ chức cho khoảng  đến  học sinh đi tham quan. Tính số học sinh biết nếu xếp người hoặc  người lên xe ô tô thì vừa đủ.

**Lời giải**

Gọi số học sinh của trường là: 

Theo bài ta có: 

Vì 

Ta có: 





Vậy số học sinh của trường đó là

**Bài 6.** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có ba chữ số chia cho có số dư lần lượt .

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,, 

Vì  chia cho có số dư lần lượt  nên 



Ta có: 









Vì  nên và x nhỏ nhất





Vậy số cần tìm là 170

**Bài 7.** Tìm số tự nhiên có ba chữ số, sao cho chia nó cho có số dư lần lượt  và.

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,, 

Vì  chia cho có số dư lần lượt  vànên 







Vì  nên 





Vậy số cần tìm là  hoặc .

**Bài 8.** Tìm số tự nhiên  lớnnhất có ba chữ số, sao cho  chia cho thì dư , chia cho thì dư  .

**Lời giải**

Vì chia cho thì dư , chia cho thì dư  nên

 với 







Vì là số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số nên 



Vậy 

**Bài 9.** Tìm số tự nhiên nhỏ hơn , sao cho chia nó cho; chocó số dư lần lượt  và 

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,,

Vì  chia cho ; có số dư lần lượt  và nên

 với 





Ta có: 







Vì  nên 





Vậy 

**Bài 10.** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho , cho cho có số dư theo thứ tự là 

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là: a ()

Theo bài ta có: 



Vì a nhỏ nhất





Vậy số tự nhiên cần tìm là

**Bài 11.** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho , cho  cho có số dư theo thứ tự là 

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,

Vì  chia cho , cho  cho có số dư theo thứ tự là  nên

 với 



 mà  nhỏ nhất









Vậy 

**Bài 12.** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia chodư , chia cho  dư  chia cho dư  và chia hết cho  .

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,

Vì  chia chodư , chia cho dư  chia chodư 

nên 



Ta có: 













Vì nhỏ nhất,  chia hết cho nên  = 598.

Vậy  = 598

**Bài 13**. Một đội thiếu niên khi xếp hàng  đều thừa  người, Tính số đội viên biết số đó nằm trong khoảng  đến ?

**Lời giải**

Gọi số đội viên cần tìm là  ( đội viên) , , 

Đội thiếu niên khi xếp hàng  đều thừa  người nên chia cho đều dư 









Vì  nên 

Vậy số đội viên là đội viên

**Bài 14.** Số học sinh khối của một trường THCS trong khoảng từ  đến , khi xếp hàng và  đều thừa  học sinh. Tính số học sinh của trường đó.

**Lời giải**

Gọi số học sinh của trường đó là  ( học sinh), , 

Khi xếp hàng  đều thừa  học sinh nên chia cho  đều dư 





Ta có:











Vì  nên 

Vậy số học sinh của trường đó là  học sinh.

**Bài 15.** Một trường học có số lượng học sinh không quá  Khi xếp hàng  thì đều dư . Nhưng khi xếp hàng  thì vừa đủ. Tính số học sinh của trường đó.

**Lời giải**

Gọi số học sinh của trường đó là: n ()

Theo bài ra ta có: 

Lại có: 



Mà 



Vậy số học sinh của trường là học sinh.

**Bài 16**. Một buổi tập đồng diễn thể dục có khoảng từ đến người tham gia. Khi tổng chỉ huy cho xếp  hàng thì thấy lẻ người, Khi cho đoàn xếp hàng thì vừa vặn không thừa người nào. Hỏi số người tham gia tập đồng diễn là bao nhiêu ?

**Lời giải**

Gọi số người tham gia tập đồng diễn là ( người), ,

Khi tổng chỉ huy cho xếp  hàng thì thấy lẻ người





Ta có: 













Vì và chia hết cho  nên 

Vậy số người tham gia đồng diễn là  người

**Bài 17.** Một khối học sinh khi xếp hàng  đều thiếu người nhưng xếp hàng thì vừa đủ, biết số học sinh chưa đến . Tính số học sinh của khối đó ?

**Lời giải**

Gọi số học sinh cần tìm là( học sinh), ,

Một khối học sinh khi xếp hàng  đều thiếu  người nên













Khối học sinh xếp hàng  thì vừa đủ nên  chia hết cho  và  nên 

Vậy số học sinh của khối đó là 

**Bài 18.** Số học sinh tham gia nghi thức đội là một số có ba chữ số lớn hơn  Nếu xếp hàng  thì dư  em, nếu xếp hàng  thì thiếu em và xếp hàng  thì thiếu em. Hỏi có tất cả bao nhiêu học sinh tham gia?

**Lời giải**

Gọi số học sinh tham gia nghi thức đội là ( học sinh), , 

Nếu xếp hàng  thì dư  em, nếu xếp hàng  thì thiếu em và xếp hàng  thì thiếu em nên



 với 





Ta có: 













Vì  nên 

Vậy số học sinh tham gia nghi thức đội là em

**Bài 19.** Người ta đếm số trứng trong một rổ. Nếu đếm theo từng chục cũng như theo tá hoặc theo từng  quả thì lần nào cũng dư quả. Tính số trứng trong rổ, biết rằng số trứng đó lớn hơn  và nhỏ hơn  quả.

**Lời giải**

Gọi số trứng trong rổ là n ()

Ta có: 



Theo (1) 

Vậy số trứng trong rổ là  quả

**Bài 20.** Một người bán năm giỏ xoài và cam. Mỗi giỏ chỉ đựng một loại quả với số lượng là: kg; kg;  kg; kg; kg. Sau khi bán một giỏ cam thì số lượng xoài còn lại gấp ba lần số lượng cam còn lại. Hãy cho biết giỏ nào đựng cam, giỏ nào đựng xoài ?

**Lời giải**

Tổng số xoài và cam lúc đầu: 

Vì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại nên tổng số xoài và cam còn lại là số chia hết cho , mà  chia cho  dư nên giỏ cam bán đi có khối lượng chia cho dư .

Trong các số  chỉ có  chia cho dư .

Vậy giỏ cam bán đi là giỏ  kg.

Số xoài và cam còn lại: 

Số cam còn lại: 

Vậy: các giỏ cam là giỏ đựng  kg ;  kg .

Các giỏ xoài là giỏ đựng kg;  kg; kg.

**Bài 21.** Một số tự nhiên chia cho  dư , chia cho  dư . Nếu đem số đó chia cho  thì dư bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi số đó là a

Vì a chia cho  dư , chia cho  dư 

mà ƯCLN(7, 13) = 1 nên 



Vậy a chia cho  dư  .

**Bài 22.** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng số đó khi chia cho cho  cho  cho đều dư là  còn chia cho  thì dư .

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là 

Khi chia  cho cho  cho  cho đều dư là 



Nên  nhận các giá trị 

Mặt khác  là số nhỏ nhất chia cho thì dư tức là  là số nhỏ nhất chia hết cho 7

 (vì  thì  không chia hết cho ).

Vậy số cần tìm là

**Bài 23.** Hai lớp 6A; 6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Lớp 6A có bạn thu được kg còn lại mỗi bạn thu được kg. Lớp 6B có bạn thu được kg còn lại mỗi bạn thu được kg. Tính số học sinh mỗi lớp biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng kg đến kg.

**Lời giải**

Gọi số giấy mỗi lớp thu được là  và 

Do đó  và 

Số học sinh lớp 6A là:  (học sinh)

Số học sinh lớp 6B là:  (học sinh)

Vậy lớp 6A có học sinh

Lớp 6B cóhọc sinh.

**Bài 24.** Số học sinh khối của một trư­ờng ch­ưa đến bạn, biết khi xếp hàng đều dư­  nh­ưng nếu xếp hàng thì không dư­. Tính số học sinh khối của tr­ường đó.

**Lời giải**

Gọi số học sinh là 

Vì số học sinh khi xếp hàng  đều dư 

Mà 

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|  | 63 | 123 | 183 | 243 | 303 | 363 | 423 |

Vì số học sinh chưa đến  bạn và khi xếp hàng thì không dư nên  và 

Trong các giá trị trên, chỉ có  thỏa mãn bài toán

Vậy số học sinh cần tìm là học sinh.

**Dạng 3. Bài toán đưa về tìm ƯCLN của hai hay nhiều số thỏa mãn điều kiện cho trước.**

**I. Phương pháp giải.**

– Phân tích đề bài, suy luận để đưa về việc tìm ước chung của hai hay nhiều số cho trước.

Nếu 

Nếu chia cho dư , chia chodư 

– Tìm ƯCLN của các số đó.

– Tìm ƯC của các số là các ước của ƯCLN này .

– Chọn trong số đó các ước thỏa mãn điều kiện đã cho.

**II. Bài toán.**

**Bài 1.**Tìm số tự nhiên  biết rằng khi chia  cho thì dư  và khi chia  cho cũng dư 

**Lời giải**

Vìchia  cho thì dư  và khi chia  cho cũng dư nên

 và 

 và 





Ta có : 









Vì  nên 

Vậy 

**Bài 2.** Tìm số tự nhiên  biết rằng chia  dư và chia dư 

**Lời giải**

Vì chia  dư và chia dư nên

 và 

 và 





Ta có : 









Vì  nên 

Vậy 

**Bài 3.** Tìm số tự nhiên biết  chia dư  và chia dư 

**Lời giải**

Vì  chia dư  và chia dư nên

 và 

 và 





Ta có : 









Vì  nên 

Vậy 

**Bài 4.** Tìm số tự nhiên lớn nhất biết rằng chia cho  thì dư còn chia  cho  thì dư 

**Lời giải**

Vì chia cho  thì dư còn chia  cho  thì dư nên

 và 

 và 





Ta có : 







Vì , lớn nhất nên 

Vậy 

**Bài 5.** Tìm số tự nhiênbiết rằng chia  dư  chia dư 

**Lời giải**

Vì chia  dư  chia dư  nên

và 

và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 6.** Tìm số tự nhiênbiết rằng chiadư và  chia  dư 

**Lời giải**

Vì chiadư và  chia  dư nên

và 

và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 7.** Tìm số tự nhiên biết rằng chia dư  và chia dư 

**Lời giải**

Vì chia dư  và chia dư nên

và 

và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 8.** Tìm số tự nhiên  biết rằng khi chia cho  thì dư còn khi chia cho thì dư 

**Lời giải**

Vì chia cho  thì dư còn khi chia cho thì dư  nên

 và 

và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 9.** Nếu ta chia  số  và cho cùng một số thì sẽ được số dư tương ứng là và  Hỏi số chia là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi số chia cần tìm là 

Vì  chia dư  và  chia dư  nên

 và 

và 









Vì  nên 

Vậy 

**Bài 10.** Tìm số tự nhiên  biết rằng  chia  thì dư  còn chia cho  thì dư 

**Lời giải**

Vì  chiadư  và chia  dư  nên

và 

và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 11.** Tìm số tự nhiên  biết rằng khi chia  và cho  thì có số dư lần lượt là và 

**Lời giải**

Vì  chia  dư và chia  dư nên

 và 

 và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 12.** Tìm số tự nhiên  biết rằng  chia cho  dư còn  chia cho dư 

**Lời giải**

Vì  chia  dư  và  chia  dư  nên

và 

và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 13.** Tìm số tự nhiên  biết rằng chia cho  thì dư còn chia  cho  thì dư 

**Lời giải**

Vì chia  cho  thì dư còn chia  cho  thì dư nên

 và 

 và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 14.** Tìm số tự nhiên  lớn nhất sao cho khi chia  cho  ta được số dư bằng nhau

**Lời giải**

Vì ba số chia có cùng số dư nên hiệu số chia hết cho 

  mà  lớn nhất 

Ta có : 









Vậy 

**Bài 15.** Tìm số tự nhiên a biết  chia a có cùng số dư là 

**Lời giải**

Vì  chiadư  và chia *a* dư  nên

và 

và 





Ta có : 







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 16.** Một số chia chodư  chia cho dư chia cho dư . Hỏi số đó chia cho dư bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi số đã cho là A. Theo bài ra ta có: 

Mặt khác: 

Như vậy  đồng thời chia hết cho ,  và .

Nhưng ƯCLN(7, 17, 23) = 1 



Do  nên  là số dư của phép chia số cho 

**Bài 17.** Cho  là các số tự nhiên khác  sao cho  là số tự nhiên. Gọi  là ƯCLN của 

Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Ta có :

 với 



 đpcm

**PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG.**

**Bài 1**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia số đó cho dư , chia cho dư và chia cho dư  *( HSG huyện Quế Võ – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Theo đề bài số cần tìm là, theo đề ra ta có:

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

Suy ra  chia hết cho các số  mà n là số tự nhiên nhỏ nhất nên



Vậy 

**Bài 2**: Tìmsố tự nhiênnhỏ nhất sao cho khi chia cho  dư , chia cho dư ,  chia cho  dư ,  chia cho dư 

*( HSG CƯM’GAR – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Theo đề bài số cần tìm là, theo đề ra ta có:

 dư   chia hết cho (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư  chia hết cho (Do  )

 dư  chia hết cho (Do  )

Suy ra cùng chia hết cho mà là số nhỏ nhất nên



Mà đôi một nguyên tố cùng nhau

Do vậy: 

Vậy 

**Bài 3**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi số đó chia cho  dư ; chia cho  dư ; chia cho  dư ; chia cho dư . *( HSG Quảng Trạch – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là, theo đề ra ta có:

 dư 

 dư 

 dư 

 dư 

Suy ra cùng chia hết cho mà là số nhỏ nhất nên



Vậy 

**Bài 4**: Tìmsố tự nhiên lớn nhất có ba chữ số, sao cho khi chia số đó cho, chocho cho cho ta được các số dư lần lượt là . ( HSG Nho Quan – Năm 2020 – 2021)

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là (, )

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

Suy ra  cùng chia hết cho 

Ta có:





Vì a là số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số nên 

Vậy 

**Bài 5**: Số học sinh của trường THCS A nếu xếp mỗi hàng  học sinh thì thừa ra  học sinh, nếu xếp mỗi hàng thì thừa ra  học sinh, nếu xếp mỗi hàng thì thừa ra  học sinh, nếu xếp mỗi hàng  thì vừa đủ . Hỏi trường THCS A có bao nhiêu học sinh tất cả , biết số học sinh của trường đó lớn hơn  và nhỏ hơn . *( OLYMPIC Toán 6 – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số học sinh của trường THCS A là  (

Theo đề ra ta có:

Xếp mỗi hànghọc sinh thì vừa đủ nên , suy ra đặt  khi đó vì:

Xếp mỗi hànghọc sinh thừahọc sinh nên  dư , suy radư  hay  (vì  )

Xếp mỗi hànghọc sinh thì thừahọc sinh nên  dư  , suy ra  dư  hay (vì  )

xếp mỗi hànghọc sinh thì thừahọc sinh nên  dư , suy ra  dư 8 hay (vì)

Do đó  

Vì nên 

Lập bảng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 900 |  |
| k | (loại) | 47 (Thỏa mãn) | (loại) |

 (học sinh)

Vậy số học sinh của trường THCS A là học sinh.

**Bài 6**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất biết  chia cho dư , chia cho dư .

*( HSG Kim Sơn – Năm 2020 – 2021).*

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là, theo đề ra ta có:

 (Vì )

 (Vì )

Vìlà số tự nhiên nhỏ nhất nên:



Vậy 

**Bài 7**: Tìmsố tự nhiên , biết rằng  chia chothì dư , còn  chia cho  thì dư 

*( Năng khiếu toán 6 lần 1 – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là, theo đề ra ta có:







Vì  nên 

Vậy 

**Bài 8**: Tìmsố tự nhiên biết rằng  chia cho  dư ;  chia cho  dư , chia hết cho  và  nằm trong khoảng từ  đến .

*( HSG Nam Đàn – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là, theo đề ra ta có:

 dư   nên  chia hết cho (Do  )

 dư   nên  chia hết cho (Do  )

 (Do  )

Suy ra cùng chia hết cho

Nên 

Vì  do đó 

Vậy 

**Bài 9**: Tìmsố tự nhiên , biết  chia cho dư , còn chia cho dư .

*( OLYMPIC toán 6 Quốc Oai – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là, theo đề ra ta có:







Vì  nên 

**Bài 10**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất biết khi chia số đó cho  lần lượt được các số dư là  *(OLYMPIC toán 6 Quốc Oai – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là, , theo đề ra ta có:

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

 dư   chia hết cho  (Do  )

Vìlà số tự nhiên nhỏ nhất nên:



Vậy 

**Bài 11**: Tìm số tự nhiên lớn nhất có chữ số, sao cho khi chia số đó cho  dư  và chia số đó cho  dư .

*( HSG Lục Nam – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,

Vì  chia cho  dư , chia chodư  nên

 với 









Vì  là số tự nhiên lớn nhất có chữ số nên 

Vậy số cần tìm là 

**Bài 12**: Tìmsố tự nhiên có ba chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số  và  thì được các số dư lần lượt là 

*( HSG Bá Thước – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,

Vì  chia cho các số  và thì được các số dư lần lượt là  nên









Ta có: 





Vì  là số tự nhiên có chữ số nên 

Vậy số cần tìm là 

**Bài 13**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số đó cho các số được số dư lần lượt là 

*(HSG Gia Bình – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,

Vì  chia cho cho các số  được số dư lần lượt là  nên

 ( Với  )

 

 mà  nhỏ nhất





Vậy số cần tìm là 

**Bài 14**: Số học sinh khối của một trường khi xếp hàng , hàng hàng đều thừa  học sinh. Biết số học sinh khối chưa đến em. Hỏi khối của trường đó có bao nhiêu học sinh ?

*( HSG Lục Ngạn – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số học sinh khối của trường đó là ( học sinh), ,

Nếu xếp hàng , hàng hàng đều thừa  học sinh nên





Ta có: 









Vì  nên 

Vậy số học sinh khối của trường đó là em

**Bài 15**: Tìmsố tự nhiên  nhỏ nhất sao cho chia cho , cho  cho được số dư theo thứ tự là .

*( HSG Thái Thụy – Năm 2019 – 2020)*

**Lời giải**

Vì chia cho , cho  cho được số dư theo thứ tự là nên

 ( Với  )



 mà  nhỏ nhất





Vậy 

**Bài 16**: Tìmsố tự nhiên có ba chữ số biết nó chia cho  thì dư và chia cho  thì dư  .

*( HSG Tiền Hải – Năm 2018 – 2019)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,, 

Vì  chia cho  thì dư và chia cho  thì dư  nên











Vì  nên 

Vậy số cần tìm là 

**Bài 17**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng khi chia số đó chodư , chia chodư và chia chodư .

*( HSG Nhơn Trạch – Năm 2018 – 2019)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,, nhỏ nhất.

Vì  chia chodư , chia chodư và chia chodư nên

 ( Với  )



mà nhỏ nhất





Vậy số cần tìm là 

**Bài 18**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất có tính chất sau:

Số đó chia cho dư  chia cho  thì dư  chia cho  thì dư , chia cho  thì dư  và chia hết cho 

*( HSG Sơn Tịnh – Năm 2018 – 2019)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là , nhỏ nhất.

Vì  chia cho dư  chia cho  thì dư  chia cho  thì dư , chia cho  thì dư nên













Mà , x nhỏ nhất nên 

Vậy số cần tìm là 

**Bài 19**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho dư , chia cho dư  chia cho  dư 

( *HSG Kiến Xương – Năm 2012 – 2013)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,, nhỏ nhất.

Vì  chia cho dư , chia cho dư  chia cho  dư  nên

 ( Với  )



mà nhỏ nhất





Vậy số cần tìm là 

**Bài 20**: Tìmsố tự nhiên có ba chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số  thì được số dư lần lượt là 

*( HSG Kiến Xương – Năm 2011 – 2012)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,

Vì  chia cho các số  thì được số dư lần lượt là nên













Mà nên 

Vậy số cần tìm là 

**Bài 21**: Tìmsố tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho dư  chia cho dư  và chia cho  dư .

*( HSG Phú Lương – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên cần tìm là ,, nhỏ nhất.

Vì  chia cho dư  chia cho dư  và chia cho  dư  nên

 ( Với  )



mà nhỏ nhất





Vậy số cần tìm là 

**Bài 22**: Có quyển vở và cái bút được chia thành các phần thưởng đều nhau. Hỏi có thể chia được thành bao nhiêu phần thưởng để số quyển vở và số bút trong mỗi phần thưởng là bé nhất*.*

*( HSG Anh Sơn – Năm 2018 – 2019)*

**Lời giải**

Gọi số phần thưởng được chia là (phần thưởng), 

Theo bài ra ta có:  nên 

Ta có: 







Vì số quyển vở và số bút trong mỗi phần thưởng là bé nhất nên 

Vậy có thể chia được phần thưởng

Mỗi phần thưởng có số vở là ( vở)

Mỗi phần thưởng có số bút là ( bút )

**Bài 23**: Trong kì thi học sinh giỏi cấp tỉnh gồm ba môn Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, số học sinh tham gia như sau: Ngữ văn có  học sinh; Toán có  học sinh và Tiếng Anh có  học sinh. Trong buổi lễ tổng kết, các bạn tham gia thi được phân công đứng thành hàng dọc sao cho mỗi hàng có số bạn thi mỗi môn bằng nhau. Hỏi có thể phân công học sinh đứng thành bao nhiêu hàng để số học sinh mỗi môn trong một hàng ít nhất.

*( HSG Bắc Ninh – Năm 2020 – 2021)*

**Lời giải**

Gọi số hàng được phân công là (hàng), 

Theo bài ra ta có:  nên 

Ta có: 









Vì số học sinh mỗi môn trong một hàng ít nhất nên 

Vậy có thể phân công được hàng

**\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\* \*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\***