**ĐS6.** **CHUYÊN ĐỀ 4:**

**ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT VÀ BỘI CHUNG NHỎ NHẤT**

**CHỦ ĐỀ 2: CHỨNG MINH HAI SỐ NGUYÊN TỐ CÙNG NHAU**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Ước và Bội của một số nguyên

Với  và  Nếu có số nguyên q sao cho  thì ta nói a chia hết cho b. Ta còn nói a là bội của b và b là ước của a.

2. Nhận xét

- Nếu  thì ta nói a chia cho b được q và viết .

- Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0. Số 0 không phải là ước của bất kì số nguyên nào.

- Các số 1 và -1 là ước của mọi số nguyên.

3. Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.

Ước chung của các số a, b, c được kí hiệu là ƯC(a, b, c).

4. Ước chung lớn nhất

- Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

5. Các tính chất

- 

- Nếu 

- Nếu a, b nguyên tố cùng nhau 

- ƯC(a, b) = Ư(ƯCLN(a, b)) và BC(a ,b) = B(BCNN(a, b))

- Nếu 

Ví dụ 

- Nếu 

Ví dụ

- 

**PHẦN II. BÀI TẬP:**

**Dạng 1: Tìm ƯCLN của các số:**

***I. Phương pháp giải***

**Bài toán:** Tìm 

**Phương pháp giải thường dùng:** Giả sử 

 

***II.Bài toán***

**Bài 1:** Cho . Chứng minh rằng

a) 

b) 

***Lời giải:***

1. Gọi 









Vậy .

b) Gọi 







Vậy .

**Bài 2:** Cho  là số tự nhiên lẻ, . Chứng minh rằng .

***Lời giải:***

Đặt  và lẻ  và lẻ

  và lẻ và lẻ.

Vậy 

**Bài 3:** Chứng tỏ rằng nếu  thì .

***Lời giải:***

+) Theo đầu bài ta có:  chẵn  lẻ 

+) Vì 

(nếu ).

**Bài 4:** Cho hai số nguyên tố cùng nhau  và . Chứng tỏ rằng  và  hoặc là số nguyên tố cùng nhau hoặc có 1 ước chung là 19.

***Lời giải***

Gọi 





Đặt  đpcm

- Nếu 

 .

**Bài 5:** Chứng minh rằng:  và a, b khác tính chẵn lẻ thì  và .

***Lời giải:***

a) .

Vì a, b khác tính chẵn lẻ nên d lẻ 

Giả sử  có ít nhất một ước số là số nguyên tố, giả sử ước nguyên tố đó là 

 vô lý

Vậy  đpcm.

**Bài 6:** Tìm ƯCLN của  và  với .

***Lời giải:***

Gọi 

Khi đó ta có : 





Do đó là ước của d, hay là ước của 1

Vì ước của 1 hay ước của -1 có chung 1 tập hợp

Vậy .

**Bài 7:** Tìm ƯCLN của  và .

***Lời giải:***

Gọi 

Khi đó ta có: 





Do  mà  không chia hết cho 3, nên  (loại)

Do đó 

- Để  thì n phải chẵn

- Để  thì n phải chia hết cho 4

- Để  thì n là số lẻ

Vậy  thì 

 thì 

 thì .

**Bài 8:** Cho n là số tự nhiên, tìm ƯCLN của  và 

***Lời giải:***

a) Gọi 

Khi đó ta có: 



Vậy 

**Bài 9:** Cho n là số tự nhiên, tìm ƯCLN của  và 

***Lời giải:***

 Gọi 

Khi đó ta có: 



Vậy 

**Bài 10:** Cho n là số tự nhiên, tìm ƯCLN của  và 

***Lời giải:***

 Gọi 

Khi đó ta có: 



Vậy .

**Bài 11:** Biết . Tìm .

***Lời giải:***

Gọi 

 hoặc 

và  hoặc  hoặc 

mà  nên  hoặc 

Vậy  hoặc .

**Bài 12:** Cho  là hai số tự nhiên. Gọi  là tập hợp các ước số chung của  và ,  là tập hợp các ước số chung của  và . Chứng minh rằng 

***Lời giải:***

Gọi 

Khi đó ta có: 

 (1)

Tương tự ta có: 

 (2)

Từ (1) và (2) ta có : 

và  Vậy 

**Bài 13:** Tìm ƯC của  và  với 

***Lời giải:***

 Gọi 

 Khi đó ta có :

 



 Do đó  là ước của , hay là ước của 

 Vì ước của 1 hay ước của -1 có chung 1 tập hợp

 Vậy 

**Bài 14:** Cho hai số  và là hai số không nguyên tố cùng nhau, tìm 

***Lời giải:***

Gọi 

Khi đó





Mà  nên 

**Bài 15:** Tìm  với 

***Lời giải:***

 Gọi , 

 Khi đó ta có :

 





 Mà là các số dương nên ta có :  hoặc 

 Vậy  hoặc 17

**Dạng 2: Chứng minh hai số nguyên tố cùng nhau**

***I. Phương pháp giải***

**Bài toán:** Chứng minh hai số a, b nguyên tố cùng nhau: 

**Phương pháp giải:** Giả sử 

*Cách 1:* Chỉ ra 

*Cách 2:*

+) Giả sử  (phương pháp phản chứng)

+) Gọi p là ước nguyên tố của d

+) Chỉ ra rằng  (vô lý)

+) Kết luận 

***II. Bài toán***

**Bài 1:** Chứng minh rằng hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

Gọi , nên ta có:



Vậy hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau với .

**Bài 2:** Chứng minh rằng  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

Gọi 

Khi đó ta có:

Mà ta lại có  mà  là số lẻ nên  (loại), do đó 

Vậy hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 3:** Chứng minh rằng  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

***Lời giải:***

Gọi 

Khi đó ta có:





Vậy hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 4:** Cho m là số tự nhiên lẻ, n là số tự nhiên. Chứng minh rằng  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

Giả sử  và () cùng chia hết cho số tự nhiên , khi đó ta có:



, do  và m lẻ  hoặc  (loại)

Vậy 

Khi đó  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 5:** Cho . Chứng tỏ rằng  và  là nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

Gọi 





 và 



Vì  nên  hoặc .

**Bài 6:** Chứng minh rằng  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

***Lời giải:***

 Gọi 

Khi đó ta có :

 



Do , mà  lại là số lẻ nên  loại, do đó 

Vậy hai số 14n+3 và 21n+4 là hai số nguyên tố cùng nhau

**Bài 7:** Chứng minh rằng với mọi  thì các số  và  ngyên tố cùng nhau

***Lời giải:***

 Gọi  Khi dó ta có : 



 Do đó 

 Vậy hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

**Bài 8:** Chứng minh rằng với mọi  thì các số  và  ngyên tố cùng nhau

***Lời giải:***

Gọi  Khi đó ta có:



 Vì  , mà  là số lẻ nên  (loại)

 Khi đó 

Vậy hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

**Bài 9:** Cho . Chứng minh rằng 

***Lời giải:***

Ta có đặt 

 mà ad nên  hay 

**Bài 10**: CMR:  với mọi số tự nhiên n

***Lời giải:***

 Gọi , suy ra khi đó ta có :

 



 Vì  là một số không chia hết cho  nên  loại

 Vậy  , khi đó 

**Bài 11**: Cho  là hai số nguyên tố cùng nhau. CMR các số sau cũng nguyên tố cùng nhau :

 a)  và  b)  và 

***Lời giải:***

a) Giả sử  và  cùng chia hết cho số nguyên tố 

Khi đó  , do đó   cùng chia hết cho số nguyên tố , trái với giả thiết 

 Vậy  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

 b) Giả sử và  cùng chia hết cho số nguyên tố 

Suy ra tồn tại một trong hai số  hoặc  chia hết cho 

Khi , hoặc 

 và  cùng chia hết cho , trái với 

 Vậy  và  nguyên tố cùng nhau

**Dạng 3: Tìm điều kiện để hai số nguyên tố cùng nhau**

**Bài 1:** Tìm  để:  và là hai số sau ngyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

Gọi 

Khi dó ta có:





Do đó 

Vậy với mọi  hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

**Bài 2:** Tìm  để:  và là hai số sau ngyên tố cùng nhau

***Lời giải :***

 Gọi 

Khi đó ta có:





Vì , mà  là một số lẻ nên  (loại)

Khi đó 

Vậy với mọi hai số  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 3:** Tìm  để:  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

Gọi 

Khi đó ta có: 





Do , mà  không chia hết cho 3 nên  hoặc 

Để hai số  và  là hai số nguyên tố thì d khác 7, hay

Vậy  với k là số tự nhiên thì  và  là hai số nguyên tố.

**Bài 3**: Tìm  với . Khi nào thì hai số đó nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

Gọi 

 Khi đó ta có:

 

 hoặc.

Để  thì  hay 



 Hay  ( là số tự nhiên)

Vậy để  và  là hai số nguyên tố cùng nhau thì  ( là số tự nhiên)

**Bài 4:** Tìm  để  và  là hai số nguyên tố cùng nhau 

***Lời giải:***

Gọi 







 Nếu  chẵn và,  chẵn   loại

 Nếu  Vô lý  d=3(loại)

 Nếu   là số lẻ  lẻ lẻ và  lẻ lẻ

Vậy  lẻ

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên  để  và  nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

 Gọi ƯCLN( 4n+3; 2n+3) =d,  d N\*





 Để  và  là hai số nguyên tố cùng nhau thì  khác 3 hay



 Vậy  thì  và là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 6:** Tìm số tự nhiên  để  và nguyên tố cùng nhau.

***Lời giải:***

b, Gọi , 





 Để  và  là hai số nguyên tố cùng nhau thì  khác 2 hay

chẵn

 Vậy  chẵn thì  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 7:** Tìm số tự nhiên  để các số  và  nguyên tố cùng nhau .

***Lời giải:***

Gọi 





 Nếu  (Vô lý)

 Nếu , để 2 số trên là nguyên tố thì 

 Vậy với  thì hai số trên nguyên tố cùng nhau

**Bài 8:** Chứng minh rằng: có vô số số tự nhiên để  và  là 2 số nguyên tố cùng nhau

***Lời giải:***

 Gọi  , do  ,

 Nên tồn tại  sao cho  thì , với 

 Vậy có vô số 

🙢 **HẾT**