**PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN TỔ HỢP-XÁC SUẤT**

**MỘT SỐ KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

# I. QUI TẮC ĐẾM

# 1. Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiên, hành động kia có n cách thực hiên không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có m + n cách thực hiện.

**Chú ý**: số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là |X| hoặc n(X)

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì 

**Mở rộng:** Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động

 .Nếu hành động A1 có m1 cách thực hiện, hành động A2 có m2 cách thực hiện,…, hành động Ak có mk cách thực hiện và các cách thực hiên của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có   cách thực hiện.

# 2. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp.Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có m.n cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành động  liên tiếp. Nếu hành động A1 có m1cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A1 có m2 cách thực hiện hành động A2,…, có mk cách thực hiện hành động Ak thì công việc đó có   cách hoàn thành.

\* Lưu ý đối với học sinh: cần phân biệt được cách sử dụng hai qui tắc đếm vừa trình bày ở trên. Có thể phân biệt hai qui tắc bằng hai sơ đồ sau:

**Quy tắc cộng**

Có m+n cách thực hiện công việc

có m cách

hành động 1

Công việc

có n cách

hành động 2

**Sử dụng qui tắc cộng để giải các bài toán đếm**

Phương pháp chung: Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc bằng qui tắc cộng ta cần thực hiện các bước:

*Bước 1. Phân tích xem có bao nhiêu phương án để thực hiện công việc*

*Bước 2. Đếm số cách chọn trong mỗi phương án*

*Bước 3. Dùng qui tắc cộng để tính ra số cách chọn để thực hiện công việc*

**Ví dụ 1.** Để đi từ TP.HCM ra Hà Nội có thể đi bằng máy bay hoặc ôtô. Mỗi ngày có 3 chuyến bay và 6 chuyến ôtô từ TP.HCM ra Hà Nội. Hỏi có tất cả có bao nhiêu lựa chọn để đi từ TP.HCM ra Hà Nội.

**Sơ đồ bài toán này như sau:**

có 3 cách

Đi máy bay

Có 3+6=9 cách lựa chọn

Tp. HCM đi Hà Nội

có 6 cách

Đi ôtô

**Giải.**

Đi từ Tp.HCM đến Hà Nội có hai phương án:

Phương án 1: đi máy bay có 3 cách

Phương án 2: đi ô tô có 6 cách

Vậy số lựa chọn đi rừ Tp. HCM đến Hà Nội là 3+6=9

**Quy tắc nhân**

Bước 2

Bước 1

Công việc

có n cách

có m cách

Có m.n cách thực hiện công việc

**Ví dụ 2.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các số 

**Giải**.

Gọi  là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau

Bước 1. Chọn số a: có 6 cách chọn

Bước 2. Chọn số b: có 5 cách chọn

Vậy có 6.5=30 số  theo yêu cầu bài toán

**Sơ đồ bài toán trên như sau:**

Chọn số *b*

Chọn số *a*

Lập số 

có 5 cách

có 6 cách

Có 6.5=30 số

**Ví dụ 3.** Cho tập . Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số

khác nhau lấy từ tập *X* đã cho.

**Giải**. Gọi  là số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau,  chẵn

Có hai trường hợp khi  chẵn là  hoặc 

Trường hợp 1: 

Số a có 9 cách chọn

Số b có 8 cách chọn

 Suy ra có 1.9.8=72 số

Trường hợp 2. 

Số c có 4 cách chọn

Số a có 8 cách chọn

Số b có 8 cách chọn

Suy ra có 4.8.8 =256 số

Vậy có 72+256=328 số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số khác nhau

Sơ đồ bài toán trên như sau:

Lập số 





Chọn số *c*

*1cc*

Chọn số a

*8cc*

Chọn số *c*

*4cc*

Chọn số *a*

*9cc*

Chọn số *b*

*8cc*

Chọn số *b*

*8cc*

Có 1.9.8+4.8.8=328

số có thể lập

**3. LUYỆN TẬP.**

**Bài 1.** Trong các số tự nhiên viết trong hệ thập phân.

a. Có bao nhiêu số có 3 chữ số?

b. Có bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số?

c. Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

d. Có bao nhiêu số lẻ có 3 chữ số khác nhau?

e. Có bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số khác nhau?

**Bài 2.** Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên

**a.** Chia hết cho 5 gồm 3 chữ số khác nhau?

**b.** Chia hết cho 3 gồm 3 chữ số khác nhau?

**c.** Gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 9?

**Bài 3.** Số 1440 có bao nhiêu ước nguyên dương?

**4. BÀI TẬP VẬN DỤNG THỰC TIỄN**

**Bài 4.** Ở một nhà hàng có 3 món khai vị là salat Nga, mầm cải trộn cá ngừ và gỏi ngó sen tôm thịt, 4 món chính là sườn nướng, đùi gà rô-ti, cá kèo kho tộ và thịt kho trứng, 3 món canh là canh cải thịt bằm, cành gà lá giang và canh khổ qua cá thác lác, 4 món tráng miệng là bánh flan, chè đậu đỏ, trái cây thập cẩm và sữa chua.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 bữa ăn gồm 1 món khai vị, 1 món chính, một canh và một món tráng miệng.
b) Có một người không thích cá nhưng vì bác sĩ yêu cầu phải ăn cá nên người đó chỉ chọn đúng một món cá trong các món ăn. Hỏi người ấy có bao nhiêu cách chọn bữa ăn?

# II. HOÁN VỊ

# 1. Định nghĩa hoán vị

Cho tập hợp A có n phần tử  . Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

Nhận xét: hai hoán vị của n phần tử chỉ khác nhau ở thứ tự sắp xếp. Chẳng hạn, hai hoán vị  và  của ba phần tử  là khác nhau

# 2. Số các hoán vị

**Định lí**: Số các hoán vị của tập hợp có n phần tử được kí hiệu là Pn . Khi đó :



(đọc là n giai thừa)

# 3. Một số ví dụ

**Ví dụ 1.** Hãy liệt kê tất cả các số tự nhiên khác nhau lập từ ba chữ số 1, 2, 3

**Giải.**

Các số tự nhiên cần tìm là : 123, 132, 213, 231, 312, 321.

**Ví dụ 2.** Có bao nhiêu cách sắp xếp ba bạn học sinh A, B, C thành một hàng dọc

**Giải.**

Mỗi cách sắp xếp ba bạn học sinh thành một hàng dọc chính là một hoán vị của ba phần tử.

Suy ra : số cách sắp xếp ba bạn thành một hàng bằng số hoán vị của ba phần tử nên **có :**  cách sắp xếp

**Ví dụ 3.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành một hàng dọc sao cho nam nữ xen kẻ nhau

**Giải.**

Việc sắp xếp có thể thực hiện theo các bước như sau :

**Bước 1 :** xếp 3 học sinh nam có 3 !=6 cách

**Bước 2.** Xếp 3 học sinh nữ có 3 ! =6 cách sắp xếp

**Bước 3.** Thay đổi vị trí nam và nữ có 2 !=2 cách sắp xếp

Vậy dùng qui tắc nhân có 6.6.2=72 cách sắp xếp

\* Sơ đồ bài toán như sau:

Đổi vị trí nam và nữ

Xếp 3 hs nữ

Xếp 3 hs nam

Sắp xếp

3 nam, 3 nữ

có 3!=6 cách

có 3!=6 cách

có 2!=2 cách

Có 6.6.2=72

cách xếp

# III. CHỈNH HỢP

# 1. Định nghĩa

Cho tập A gồm n phần tử . Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một ***chỉnh hợp chập k của n phần tử*** đã cho.

# 2. Số các chỉnh hợp

Gọi  là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử  . Ta có định lí sau

**Định lí**



**Chú ý:**

a. Quy ước 

b. Mỗi hoán vị của n phần tử cũng chính là một chỉnh hợp chập n của n phần tử.

Do đó: 

# IV. TỔ HỢP

# 1. Định nghĩa

Giả sử tập A có n phần tử  . Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là

một ***tổ hợp chập k của n phần tử*** đã cho.

**Chú ý**: Quy ước tập rỗng là tổ hợp chập 0 của n phần tử

# 2. Số các tổ hợp

Gọi  là số các tổ hợp chập k của n phần tử  . Khi đó :

**Định lí**



# 3. Tính chất của các số

a. **Tính chất 1**



b. **Tính chất 2** (công thức Pa-xcan)



\* Lưu ý đối với học sinh: cần phân biệt được hai khái niệm chỉnh hợp và tổ hợp. Có thể phân biệt hai khái niệm bằng hai sơ đồ sau

 **Tổ hợp**

Có  cách chọn

Chọn ra *k* phần tử

Tập A có *n* phần tử

 **Chỉnh hợp**

Sắp xếp *k* phần tử

đã chọn

Chọn ra *k* phần tử

Tập A có *n* phần tử

Có *k!* cách sắp xếp

Có  cách chọn

Có  cách chọn

**Ví dụ 1.** Cho hình lục giác ABCDEF, hãy tìm một đoạn thẳng mà điểm đầu và điểm cuối chọn từ các đỉnh A, B, C, D, E, F và hãy tính xem có bao nhiêu đoạn thẳng như vậy.

\*Hướng dẫn

Ta có sơ đồ bài toán như sau

Tập X={A, B, C, D, E, F}X có 6 phần tử

Chọn ra *2* điểm để nối thành đoạn thẳng

Có  đoạn thẳng

**Giải.**

Hai điểm A và B tạo nên đoạn thẳng AB

Số đoạn thẳng bằng: 

**Ví dụ 2.** Một nhóm học sinh nam gồm 6 em, muốn chia thành 3 cặp để khiêng bàn. Hỏi có bao nhiêu cách chia 6 học sinh trên thành 3 cặp.

**Giải.** Công việc chia 6 học sinh thành 3 cặp có thể thực hiện theo 3 bước như sau

Bước 1. Chọn một cặp trong 6 học sinh có cách chọn

Bước 2. Chọn một cặp trong 4 học sinh còn lại có  cách chọn

Bước 3. Hai học sinh còn lại là một cặp thứ 3

Vậy có 15.6=90 cách chia 6 học sinh thành 3 cặp

**Ví dụ 3.** Cho hình lục giác ABCDEF, hãy tìm một vectơ khác  mà điểm đầu và điểm cuối chọn từ các đỉnh A, B, C, D, E, F và hãy tính xem có bao nhiêu vectơ như vậy.

\*Hướng dẫn

Ta có sơ đồ bài toán như sau

Chọn điểm đầu và điểm cuối

Chọn ra *2* điểm để nối thành vectơ

Tập X={A, B, C, D, E, F}X có 6 phần tử

 hoán vị

Có  cách chọn

Có  vectơ

**Giải.**

Từ hai điểm A, B có hai vectơ  và 

Số vectơ :  vectơ

**Ví dụ 4.** Lớp 11/2 có 32 học sinh, cần chọn ra 3 học sinh để phân công làm 3 nhiệm vụ như sau: 1 bạn chấm điểm thi đua, 1 bạn kiểm tra vệ sinh lớp học, 1 bạn kiểm tra điện. Hỏi có bao nhiêu cách chọn (giả sử tất cả học sinh đều có khả năng được chọn và mỗi bạn chỉ nhận nhiều nhất một nhiệm vụ).

\*Hướng dẫn

Ta có sơ đồ bài toán như sau:

Tập X có 32 phần tử

Chọn ra 3 phần tử

Phân công nhiệm vụ cho 3 học sinh



cách phân công

Có 

 cách chọn

Có 

cách chọn

**Giải.**

Mỗi cách chọn 3 học sinh từ 32 học sinh và phân công vào 3 nhiệm vụ theo yêu cầu là một chỉnh hợp chập 3 của 32 phần tử

Suy ra, số cách chọn : 

**Ví dụ 5.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau mà các chữ số lấy từ tập 

(Học sinh có thể tự lập sơ đồ để thấy được phương pháp giải cho ví dụ

Ta thấy rằng có thể sử dụng qui tắc nhân hoặc chỉnh hợp để giải)

**Giải.**

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau như yêu cầu là nột chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử

Vậy có  số

**Ví dụ 6.** Trắc nghiệm khách quan

**Câu 1:** Một liên đoàn bóng rổ có 10 đội, mỗi đội đấu với mỗi đội khác hai lần, một lần ở sân nhà và một lần ở sân khách. Tính số trận đấu được sắp xếp?

**A.** 45 **B.** 90 **C.** 100 **D.** 180

**Câu 2:** Giả sử ta dùng 5 màu để tô cho 3 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Tính số các cách để chọn những màu cần dùng?

**A.** 5!.2! **B.** 8 **C.** 5!.3!2! **D.** 53

**Câu 3:** Tính **s**ố tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh?

**A.** 35 **B.** 120 **C.** 240 **D.** 720

**Câu 4:** Nếu tất cả các đường chéo của đa giác đều 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là:

**A.** 121 **B.** 66 **C.** 132 **D.** 54

**Câu 5:** Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

**A.** 11 **B.** 10 **C.** 9 **D.** 8

**Câu 6:** Sau bữa tiệc, mỗi người bắt tay một lần với mỗi người khác trong phòng. Có tất cả 66 lần bắt tay. Hỏi trong phòng có bao nhiêu người?

**A.** 11 **B.** 12 **C.** 33 **D.** 67.

**Câu 7:** Có 8 bạn nam và 8 bạn nữ xếp thành 1 hàng dọc.Hỏi có bao nhiêu cách xếp?

**A.** 64. **B.** 16. **C.** 16!. **D.** 8!.8!.

**Câu 8:** Một tổ có 15 học sinh trong đó có 9 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chia tổ thành 3 nhóm sao cho mỗi nhóm có đúng 3 nam và 2 nữ.

**A. . B. . C. . D. .**

**Câu 9:** Dùng sáu chữ số 1;2;3;4;5;6 để viết các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau.Các số mà trong đó bắt đầu bằng 12 là :

**A.**. **B.**  *.* **C.**  *.* **D.** .

**Câu 10:** Trong hộp kín đựng 2 bi đỏ, 5 bi trắng, 7 bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 4 viên bi có đủ 3 màu.

**A. . B. .**

**C. . D. .**

**Câu 11:** Một đội bóng chuyền nam trường Bạch Đằng có 12 học sinh gồm 7 học sinh K12, 5 học sinh K11. Trong 1 trận đấu, huấn luyện viên cần chọn ra 6 bạn, trong đó có ít nhất 4 bạn K12. Hỏi có bao nhiêu cách?

**A.** 495. **B.** 924. **C.** 462. **D.** 665280.

**Câu 12:** Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp nếu hai bạn nữ đứng cạnh nhau?

**A.** 2!.3! . **B.** 5! . **C.** 2.2!.3! . **D.** 4.2!.3!.

**Câu 13:** Một hộp đựng 4 bi đỏ, 5 bi xanh, 7 bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách lấy được 3 viên bi trong đó chỉ có 2 màu

**A.** 371 . **B.** 203 . **C.** 217 . **D.** 420.

**Câu 14:** Cho đa giác đều n đỉnh, *nN*,*n *3 . Tìm n biết rằng đa giác đó có 135 đường chéo?

**A.** *n* =15. **B.** *n* = 27. **C.** *n* = 8. **D.** *n* =18.

**Câu 15:** Một hộp chứa 20 quả cầu trong đó có 12 quả đỏ, 8 quả xanh. Hỏi có bao nhiêu cách lấy được 3 quả trong đó có ít nhất 1 quả xanh?

**A.** 900. **B.** 920. **C.** 220. **D.** 56.

**Câu 16:** Một hộp đựng 8 bi xanh và 4 bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra được 3 bi cùng màu?

**A.** 60 . **B.** 360. **C.** 224 . **D.** 8064.

**Câu 17:** Cho X={1;2;..;9}. Có bao nhiêu số tự nhiên n gồm 6 chữ số khác nhau lấy từ X thỏa mãn n luôn chứa số 1 và số 9.

A. 840. B. 1220. C. 2520. D. 2850.

**Câu 18:** Cho tập A={1;2;3;4;5}. Có bao nhiêu tập con của A?

A. 31. B. 32. C. 33. D. 34.

**Câu 19:** Số các số tự nhiên chia hết cho 10 và gồm 5 chữ số

A. 3260. B. 3168. C. 12070. D. 9000.

**Câu 20:** Từ tập X={1;2;3;4;5;6}. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên n gồm 3 chữ số khác nhau được sắp xếp theo thứ tự giảm dần từ hàng trăm đến hàng đơn vị. Tìm số phần tử của S.

A. 20. B. 30. C. 36. D. 24.

# V. PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ

# 1. Phép thử

**Phép thử ngẫu nhiên** là phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

# 2. Không gian mẫu

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử và kí hiệu là 

# 3. Biến cố

Biến cố là một tập con của không gian mẫu

**Ví dụ 1.** Gieo một đồng tiền hai lần. Phép thử này có không gian mẫu là . Khi tiến hành phép thử, sự kiện A : “kết quả của hai lần gieo là khác nhau” có thể xảy ra. Ta viết  và A được gọi là biến cố.

Rõ ràng 

Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra. Tập  được gọi là biến không thể (gọi tắt là ***biến cố không***).

Tập  được gọi là biến cố chắc chắn.

**Ví dụ 2.** Gieo một con súc sắc. Gọi sự kiện B : “con súc sắc xuất hiện mặt 9 chấm”

Biến cố B không xảy ra nên 

Chú ý. Mỗi kết quả của phép thử làm cho biến cố A xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho A. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu  hoặc n(A)

# 4. Phép toán trên các biến cố

# 4.1 Biến cố đối

**Tập**  được gọi là biến cố đối của biến cố A, kí hiệu 

 ****

Hình 1

# 4.2 Các phép toán

Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

Tập  được gọi hợp của hai biến cố A và B

Tập  được gọi giao của hai biến cố A và B,  có thể viết là 

Nếu  thì ta nói A và B xung khắc, suy ra (  là biến cố đối của A).

 Một số lưu ý:

 Khi tiếp cận các khái niệm mới trong phần này, một vấn đề thường gặp là các em chưa biệt sâu sắc được hai khái niệm biến đối và biến cố xung khắc. Để nhớ chắc thì các em cần lưu ýdiễn đạt bằng hình vẽ ở hình 1.

 Hai biến cố đối nhau cũng là hai biến cố xung khắc, hai biến cố xung khắc chưa chắc là hai biến cố đối nhau



Trong hình 2:  là hai biến cố đối cũng là hai biến cố xung khắc vì 

và  là hai biến cố xung khắc.

# VI. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

# 1. Định nghĩa cổ điển của xác suất

 Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω, biến cố A ⊂ Ω**.** Xác suất của biến cố A kí hiệu là P(A) và được tính bằng công thức: ****

Trong đó:

+ *n(A)* : số phần tử của A (các kết quả thuận lợi cho biến cố A).

+ *n(Ω)* : số các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

**Ví dụ 1.** Xét phép thử : “*gieo một đồng tiền cân đối, đồng chất 2 lần”.*

a. Mô tả không gian mẫu.

b. Xác định các biến cố sau:

 *A : “ Mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần”*

 *B : “ Mặt sấp xuất hiện ít nhất 1 lần”*

 *C : “ Kết quả của 2 lần gieo khác nhau”*

c. Tính xác suất của các biến cố A, B, C.

**Giải.**

a. Không gian mẫu của phép thử

Ω = {SS , SN , NS , NN}, n(Ω)=4

b.

A = {SN , NS}

B = {SS , SN , NS}

C = {SN , NS}

**c. **

****

****

# 2. Tính chất của xác suất

**2.1. Định lý:**

2.2.1. P(∅) = 0 , P(Ω) = 1

2.1.2. 0 ≤ P(A) ≤ P(Ω), với mọi biến cố A

2.1.3. Nếu A, B xung khắc thì: P(A∪B) = P(A) + P(B)  *(công thức cộng xác suất)*

**2.2. Hệ quả:** Với mọi biến cố **** và **** là biến cố đối của ****, ta có:

******

**3. Các biến cố độc lập, công thức nhân xác suất**

**3.1**. Biến cố độc lập: *Hai biến cố A và B độc lập nếu việc xảy ra biến cố A không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố B.*

**3.2**. Quy tắc nhân xác suất: *Nếu A và B và hai biến cố độc lập thì* ******

**Ví dụ 2.** Hai người cùng bắn vào bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai bắn trúng đích lần lượt là 0,8 ; 0,6. Tính xác suất để hai người cùng bắn trúng đích.

**Giải**.

Gọi  lần lượt là các biến cố người thứ nhất và người thứ hai bắn trúng đích

 là các biến cố độc lập

Xác suất để hai người cùng bắn trúng đích: 

# 4. Trắc nghiệm

**Câu 1:** Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra thuộc 3 môn khác nhau.

 **A.**  . **B.** . **C.**  . **D.**  .

**Câu 2:** Cho A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Mệnh nào sau đây **sai**?

 **A.** . **B.**  .

 **C.**  . **D.**  .

**Câu 3:** Một hộp chứa 3 quả cầu vàng, 5 cầu xanh và 6 cầu đỏ. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất chọn được 2 quả cầu khác màu.

 **A.**  . **B.**   . **C.**  . D. .

**Câu 4:** Một người bắn vào mục tiêu 2 lần độc lập. Xác suất người đó bắn trúng mục tiêu là 0,7. Tính xác suất mục tiêu bị bắn trúng một lần.

 **A.**  0,7. **B.**  0,49. **C.**  0,21. **D.**  0,42.

**Câu 5:** Dùng quy tắc nhân xác suất của 2 biến cố khi nào?

 **A.**  2 biến cố độc lập. **B.**  2 biến cố xung khắc.

 **C.**  2 biến cô xung khắc và độc lập. **D.**  2 biến cố đối.

**Câu 6:** Chọn ngẫu nhiên một số thuộc [30;99]. Tính xác suất chọn được một số chia hết cho 5

 **A.**  . **B.** . **C.**  . **D.**  .

**Câu 7:** Một hộp chứa năm thẻ đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ để sắp thành một số tự nhiên. Tìm số phần tử của không gian mẫu.

 **A.**  125. **B.**  243. **C.**  10. **D.**  60.

**Câu 8:** Gieo một đồng tiền ba lần. Cho các biến cố: M: “ Lần đầu xuất hiện mặt sấp”, N: “ Mặt sấp xảy ra đúng một lần”, K: “ Mặt sấp không xảy ra”

Mệnh nào sau đây đúng?

 **A.**  . **B.**  .

 **C.**  . **D.**  .

**Câu 9:** Một hộp chứa 3 quả cầu vàng, 5 cầu xanh và 4 cầu đỏ. Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu. Gọi biến cố M: “chọn được quả cầu xanh”, biến cố P: “ chọn được quả cầu vàng”, biến cố N: “chọn được cầu vàng hoặc đỏ”. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

 **A.**  M, P là hai biến cố xung khắc. **B.**  M, P là hai biến cố đối..

 **C.**  M, N là hai biến cố xung khắc. **D.**  M, N là hai biến cố đối.

**Câu 10:** Gieo một đồng tiền cân đối, đồng chất 3 lần. Tính xác suất biến cố A: “ hai lần xuất hiện mặt sấp”

 **A.**  1/4. **B.**  1/2. **C.**  3/8. **D.**  3/4. **E.** .

**Câu 11.** Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

 **A.** 36 **B.** 12 **C.** 6 **D.** 18

**Câu 12.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập . Gọi A là biến cố: “số được chọn là số bé hơn 6”. Khi đó xác suất  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 13.** Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần. Tính xác suất của biến cố A: " kết qủa của 3 lần gieo là như nhau"

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** .

**Câu 14.** Một lớp học có 20 nữ và 17 nam trong đó có một bạn nam làm bí thư. Cần chọn 3 bạn tham gia chương trình mùa hè xanh yêu cầu phải có cả nam và nữ và phải có bí thư. Hỏi có bao nhiêu cách chọn

 **A.** 11900. **B.** 700. **C. 320.** **D.** 10900

**Câu 15.** Một hộp chứa 16 viên bi trong đó: 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen, 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Cho các biến cố: A: “chọn được 2 bi trắng”, B: “chọn được 2 bi khác màu”, C: “ chọn được 1bi đen, 1 bi đỏ”. Mệnh đề nào đúng

A. Biến cố A và B xung khắc. C. Biến cố A và B đối nhau.

B. Biến cố A và C đối. D. Hai biến cố B và C đối

**Câu 16.** Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Kí hiệu Ak là biến cố: “ Người thứ k bắn trúng”, k = 1, 2. Biết xác suất bắn trúng của người thứ nhất và thứ hai lần lượt là: 0,7; 0,8**.** Tính xác suất của các biến cố sau:

|  |  |
| --- | --- |
| A : “ Không ai bắn trúng”B : “ Cả 2 đều bắn trúng” | C: “ Có đúng một người bắn trúng”D: “ Có ít nhất 1 người bắn trúng” |

**Câu 17.** Một hộp đựng 10 viên bi xanh và 5 viên bi vàng. Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên 4 viên bi trong đó có ít nhất 2 viên bi màu xanh?

 **A.** 105 **B.** 1050 **C.** 1260 **D.** 1200

**Câu 18.** Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 19.** Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

 **Câu 20.** Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh, 5 viên bi đỏ, 3 viên bi màu vàng. Có bao nhiêu cách chọn từ hộp đó ra 4 viên bi trong đó có đúng 2 viên bi xanh?

 **A.** 784 **B.** 70 **C.** 1820 **D.** 42

 **Câu 21.** Một bình chứa 16 viên bi, với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen, 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen, 1 viên bi đỏ.

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 22.** Một hộp chứa 10 bi trong đó: 4 bi đỏ, 3bi xanh, 2 bi vàng, 1 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên một lúc 2 bi. Tính xác suất chọn được 2 khác màu

A. 2/9. B. 1/9. C. 7/9. D. 5/9

**Câu 23.** Rút ngẫu nhiên ba tấm bìa từ bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Biến cố A: “Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8”. Xác suất của biến cố A là ?

 A.  B.  C.  D. 

**Câu 24.** Rút ngẫu nhiên ba tấm bìa từ 4 tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Số phần tử của không gian maauc là

A.  B.  C.  D. 

**Câu 25.** Một hộp chứa 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Xác suất để được 2 quả cầu xanh và 2 quả cầu trắng là:

A.  B.  C.  D. 

# PHẦN 2. BÀI TẬP ÁP DỤNG

**2.1. DẠNG TOÁN SỬ DỤNG CÁC QUI TẮC ĐẾM, HOÁN VỊ,CHỈNH HỢP, TỔ HỢP**

**Bài 1.** Cho tập hợp A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

a. Có bao nhiêu tập con X của tập A thoả điều kiện X chứa 2 phần tử

b. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập A.

**Bài 2.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau?

**Bài 3.** Xếp 3 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh giống nhau vào một dãy 7 ô trống. Hỏi:

 a. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau?

 b. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau sao cho 3 viên bi đỏ xếp cạnh nhau và 3 viên bi xanh xếp cạnh nhau?

**Bài 4.** Cho tập X = {0,1,2,3,4,5,6,7}. Có thể lập được bao nhiêu số n gồm 5 chữ số khác nhau đôi một từ X (chữ số đầu tiên phải khác 0) trong mỗi trường hợp sau:

a. n là số chẵn.

b. Một trong ba chữ số đầu tiên phải bằng 1.

**Bài 5.** Một hộp đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 6 viên bi vàng. Người ta chọn ra 4 viên bi từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để trong số bi lấy ra không có đủ cả 3 màu?

**Bài 6.** Người ta xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có ghi số thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau.

a. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu số chẵn luôn ở cạnh nhau?

b. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu phân thành hai nhóm chẵn lẻ riêng biệt (chẳng hạn 2, 4, 1, 3, 5)?

**Bài 7.** Người ta viết các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lên các tấm phiếu, sau đó xếp thứ tự ngẫu nhiên thành một hàng.

a. Có bao nhiêu số lẻ gồm 6 chữ số được sắp thành?

b. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số được sắp thành?

**Bài 8.** Xét những số gồm 9 chữ số, trong đó có năm chữ số 1 và bốn chữ số còn là 2, 3, 4, 5. Hỏi có bao nhiêu số như thế, nếu:

a. Năm chữ số 1 được xếp kề nhau.

b. Các chữ số được xếp tuỳ ý.

**Bài 9.** Có bao nhiêu cách sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài sao cho:

a. Bạn C ngồi chính giữa.

b. Hai bạn A và E ngồi ở hai đầu ghế.

**Bài 10.** Hỏi từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong các chữ số đó có mặt số 0 và 1.

**Bài 11.** Từ 5 chữ số 0, 1, 3, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5.

**Bài 12.** Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau trong đó có 5 cuốn sách Văn, 4 cuốn sách Nhạc và 3 cuốn sách Hoạ. Ông muốn lấy ra 6 cuốn và tặng cho 6 học sinh A, B, C, D, E, F mỗi em một cuốn.

 a. Giả sử thầy giáo chỉ muốn tặng cho các học sinh trên những cuốn sách thuộc 2 thể loại Văn và Nhạc. Hỏi có bao nhiêu cách tặng?

 b. Giả sử thầy giáo muốn rằng sau khi tặng sách xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

**Bài 13.** Một lớp học nhạc có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có 6 học sinh được chọn ra để lập một tốp ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau nếu:

a) phải có ít nhất là 2 nữ.

 b) chọn tuỳ ý.

**Bài 14.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho ta có thể lập được:

a. Bao nhiêu số chẵn có bốn chữ số và bốn chữ số đó khác nhau từng đôi một.

b. Bao nhiêu số chia hết cho 5, có ba chữ số và ba chữ số đó khác nhau từng đôi một.

c. Bao nhiêu số chia hết cho 9, có ba chữ số và ba chữ số đó khác nhau từng đôi một.

**Bài 15.** Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lí nam. Lập một đoàn công tác 3 người cần có cả nam và nữ, cần có cả nhà toán học và nhà vật lí. Hỏi có bao nhiêu cách?

**Bài 16.** Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta lập các số mà mỗi số có năm chữ số trong đó các chữ số khác nhau từng đôi một. Hỏi

 a. Có bao nhiêu số trong đó phải có mặt chữ số 2.

 b. Có bao nhiêu số trong đó phải có mặt hai chữ số 1 và 6.

**Bài 17.** Một đội văn nghệ có 20 người, trong đó có 10 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người sao cho:

a. Có đúng 2 nam trong 5 người đó.

b. Có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ trong 5 người đó.

**Bài 18.** Từ 3 chữ số 2, 3, 4 có thể tạo ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, trong đó có mặt đủ 3 chữ số trên.

**Bài 19.** Có bao nhiêu số gồm 5 chữ số sao cho tổng các chữ số của mỗi số là một số lẻ.

**Bài 20.** Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 viên bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

a. Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.

b. Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

**BÀI GIẢI**

**Bài 1.**

 a. Mỗi tập con X là một tổ hợp chập 2 của 8 phần tử

 Do đó số các tập X bằng số tổ hợp chập 2 của 8: ****

 Vậy có 28 tập con X của A chứa 2 phần tử.

 b. Gọi  là số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ A

 theo yêu cầu số chẵn nên**** có 4 cách chọn

 Mỗi cách chọn 4 chữ số còn lại là một chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử

 Vậy số các số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ tập A là: ****

**Bài 2.** Học sinh tự giải

**Bài 3.** a. Trước hết xếp 3 viên bi đỏ vào 7 ô trống. Do các viên bi đỏ khác nhau nên số cách xếp là .

 Sau đó xếp 3 viên bi xanh vào 4 ô còn lại. Do các viên bi xanh giống nhau nên số cách xếp là .

 Vậy số cách xếp khác nhau là: . = 840 cách.

 b. Trước hết ta cần chú ý về màu, để đỏ đứng cạnh nhau và xanh đứng cạnh nhau chỉ có 6 cách xếp.

 Sau đó, do các viên bi đỏ khác nhau, nên ta hoán vị các viên bi đỏ với nhau. Số các hoán vị là 3!

 Vậy số cách xếp khác nhau để các viên bi đỏ đứng cạnh nhau và các viên bi xanh đứng cạnh nhau là: 6.3! = 36 cách.

**Bài 4.** a. Xem các số chắn hình thức  (kể cả a = 0), có 4 cách chọn e ∈ {0,2,4,6}, vì là số chẵn.

 Sau đó chọn a, b, c, d từ X \ {e}, số cách chọn là:  = 840

 Vậy: có 4.840 = 3360 số chẵn hình thức.

 Ta loại những số có dạng . Có 3 cách chọn e, và  cách chọn b, c, d từ X \ {0,e}. Vậy có 3. = 360 số chẵn có dạng .

 Kết luận: có 3360 – 360 = 3000 số thoả yêu cầu đề bài.

 b. n = 

 \* Xem các số hình thức  (kể cả a = 0). Có 3 cách chọn vị trí cho 1. Sau đó chọn chữ số khác nhau cho 3 vị trí còn lại từ X \ {1}: có  cách.

 Như thế: có 3. = 2520 số hình thức thoả yêu cầu đề bài.

 \* Xem các số hình thức . Có 2 cách chọn vị trí cho 1. Chọn chữ số khác nhau cho 3 vị trí còn lại từ X \ {0,1}, số cách chọn là .

 Như thế: có 2. = 240 số hình thức dạng .

 Kết luận: số các số n thoả yêu cầu đề bài là: 2520 – 240 = 2280 số.

**Bài 5.** Số cách chọn 4 bi trong số 15 bi là:  = 1365.

 Các trường hợp chọn 4 bi đủ cả 3 màu là:

 \* 2 đỏ + 1 trắng + 1 vàng: có  = 180

 \* 1 đỏ + 2 trắng + 1 vàng: có  = 240

 \* 1 đỏ + 1 trắng + 2 vàng: có  = 300

 Do đó số cách chọn 4 bi đủ cả 3 màu là: 180 + 240 + 300 = 720

 Vậy số cách chọn để 4 bi lấy ra không đủ 3 màu là: 1365 – 720 = 645.

**Bài 6.** a. \* Xếp các phiếu số 1, 2, 3, 5 có 4! = 24 cách.

 \* Sau đó xếp phiếu số 4 vào cạnh phiếu số 2 có 2 cách.

 Vậy: có 2.24 = 48 cách xếp theo yêu cầu đề bài.

 b. \* Khi nhóm chẵn ở bên trái, nhóm lẻ ở bên phải. Số cách xếp cho 2 số chẵn là 2! cách. Số cách xếp cho 3 số lẻ là: 3! cách.

 Vậy có 2.6 = 12 cách.

 \* Tương tự cũng có 12 cách xếp mà nhóm chẵn ở bên phải, nhóm lẻ ở bên trái.

 Vậy: có 12 + 12 = 24 cách.

**Bài 7.** Số có 6 chữ số khác nhau có dạng:  với a ≠ 0

 a. Vì số tạo thành là số lẻ nên f ∈ {1, 3, 5}.

 Do đó: f có 3 cách chọn

 a có 4 cách chọn (trừ 0 và f)

 b có 4 cách chọn (trừ a và f)

 c có 3 cách chọn (trừ a, b, f)

 d có 2 cách chọn (trừ a, b, c, f)

 e có 1 cách chọn (trừ a, b, c, d, f)

 Vậy: có 3.4.4.3.2.1 = 288 số

 b. Vì số tạo thành là số chẵn nên f ∈ {0, 2, 4}.

 \* Khi f = 0 thì (a,b,c,d,e) là một hoán vị của (1,2,3,4,5). Do đó có 5! số

 \* Khi f ∈ {2, 4} thì:

 f có 2 cách chọn

 a có 4 cách chọn

 b có 4 cách chọn

 c có 3 cách chọn

 d có 2 cách chọn

 e có 1 cách chọn

 Do đó có 2.4.4.3.2.1 = 192 số.

 Vậy: có 120 + 192 = 312 số chẵn.

**Bài 8.** a. Gọi 11111 là số a. Vậy ta cần sắp các số a, 2, 3, 4, 5. Do đó số có 9 chữ số trong đó có 5 chữ số 1 đứng liền nhau là: 5! = 120 số.

 b. Lập một số có 9 chữ số thoả mãn yêu cầu; thực chất là việc xếp các số 2, 3, 4, 5 vào 4 vị trí tuỳ ý trong 9 vị trí (5 vị trí còn lại đương nhiên dành cho chữ số 1 lặp 5 lần).

 Vậy: có tất cả  = 6.7.8.9 = 3024 số.

**Bài 9.** a. Xếp C ngồi chính giữa: có 1 cách.

 Xếp A, B, D, E vào 4 chỗ còn lại: có 4! = 24 cách.

 Vậy: có 24 cách xếp thoả yêu cầu.

 b. Xếp A và E ngồi ở hai đầu ghế: có 2! = 2 cách.

 Xếp B, C, D vào 3 chỗ còn lại: có 3! = 6 cách.

 Vậy: có 2.6 = 12 cách xếp thoả yêu cầu.

**Bài 10.** \* Số các số có 6 chữ số khác nhau là:

  = 9.9.8.7.6.5 = 136080

 \* Số các số có 6 chữ số khác nhau và đều khác 0 là:

  = 9.8.7.6.5.4 = 60480

 \* Số các số có 6 chữ số khác nhau và đều khác 1 là:

  = 8.8.7.6.5.4 = 53760

 Vậy số các số có 6 chữ số khác nhau trong đó đều có mặt 0 và 1 là:

 136080 – 60480 – 53760 = 21840 số.

**Bài 11.** \* Trước hết ta tìm số các số gồm 4 chữ số khác nhau:

 Có 4 khả năng chọn chữ số hàng ngàn (không chọn chữ số 0)

 Có  khả năng chọn 3 chữ số cuối.

 ⇒ Có 4. = 4.4! = 96 số.

 \* Tìm số các số gồm 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5:

 Nếu chữ số tận cùng là 0: có  = 24 số

 Nếu chữ số tận cùng là 5: có 3 khả năng chọn chữ số hàng nghìn, có  = 6 khả năng chọn 2 chữ số cuối. Vậy có 3.6 = 18 số

 Do đó có 24 + 18 = 42 số gồm 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

 Vậy có: 96 – 42 = 54 số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5.

**Bài 12.**

 a. Số cách tặng là số cách chọn 6 cuốn sách từ 9 cuốn có kể thứ tự.

 Vậy số cách tặng là  = 60480

 b. Nhận xét: không thể chọn sao cho cùng hết 2 loại sách.

 Số cách chọn 6 cuốn sách từ 12 cuốn sách là:  = 665280

 Số cách chọn sao cho không còn sách Văn là:  = 5040

 Số cách chọn sao cho không còn sách Nhạc là:  = 20160

 Số cách chọn sao cho không còn sách Hoạ là:  = 60480

 Số cách chọn cần tìm là: 665280 – (5040 + 20160 + 60480) = 579600

**Bài 13.**

 a. Để có ít nhất là 2 nữ thì ta phải chọn:

 \* 2 nữ, 4 nam → có  cách

 hoặc \* 3 nữ, 3 nam → có  cách

 hoặc \* 4 nữ, 2 nam → có  cách

 hoặc \* 5 nữ, 1 nam → có  cách

 hoặc \* 6 nữ → có  cách

 Vậy: có  +  +  +  +  cách

 b. Nếu chọn tuỳ ý thì số cách chọn là: .

**Bài 14.**

 a. Số chẵn gồm bốn chữ số khác nhau có dạng:

  hoặc  hoặc 

 \* Với số  ta có: 5 cách chọn a, 4 cách chọn b, 3 cách chọn c.

 ⇒ Có 5.4.3 = 60 số

 \* Với số  hoặc  ta có: 4 cách chọn a, 4 cách chọn b, 3 cách chọn c.

 ⇒ Có 4.4.3 = 48 số  và 48 số 

 Vậy có: 60 + 48 + 48 = 156 số chẵn.

 b. Số chia hết cho 5 và gồm ba chữ số có dạng  hoặc .

 \* Với số  ta có: 5 cách chọn a, 4 cách chọn b.

 ⇒ Có 5.4 = 20 số

 \* Với số  ta có: 4 cách chọn a, 4 cách chọn b.

 ⇒ Có 4.4 = 16 số

 Vậy có: 20 + 16 số cần tìm.

 3. Gọi  là số chia hết cho 9 gồm ba chữ số khác nhau. Khi đó {a,b,c} có thể là: {0,4,5}, {1,3,5}, {2,3,4}.

 \* Khi {a,b,c} = {0,4,5} thì các số phải tìm là: 405, 450, 504, 540

 → có 4 số

 \* Khi {a,b,c} = {1,3,5} hay {2,3,4} thì số phải tìm là hoán vị của 3 phần tử → có 3! = 6 số.

 Vậy có: 4 + 6 + 6 = 16 số cần tìm.

**Bài 15.** Số cách chọn 1 nhà toán học nam, 1 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lí nam là:  = 5.3.4 = 60

 Số cách chọn 1 nhà toán học nữ, 2 nhà vật lí nam là:  = 18

 Số cách chọn 2 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lí nam là:  = 12

 Vậy: có 60 + 18 + 12 = 90 cách chọn

**Bài 16.**  Xét số năm chữ số 

 a. Xếp chữ số 2 vào một trong năm vị trí: có 5 cách xếp

 Sau đó xếp 5 chữ số còn lại vào 4 vị trí còn lại: có  = 120 cách.

 Vậy có 5.120 = 600 số.

 b. Xếp các chữ số 1 và 6 vào 5 vị trí: có  cách.

 Xếp 4 chữ số còn lại vào 3 vị trí còn lại: có  = 24 cách.

 Vậy có . = 480 số.

**Bài 17.**

 a. Chọn 2 nam và 3 nữ: có  = 5400 cách.

 b. Có ít nhất 2 nam và 1 nữ, có các kiểu chọn sau:

 \* 2 nam và 3 nữ: có 5400 cách

 \* 3 nam và 2 nữ: có  = 5400 cách

 \* 4 nam và 1 nữ: có  = 2100 cách

 Vậy có: 5400 + 5400 + 2100 = 12900 cách.

**Bài 18.** Tất cả có 9.10.10.10.10 = 90000 số tự nhiên có 5 chữ số. Trong các số có 5 chữ số này, xét các số không có mặt các chữ số 2, 3, 4. Loại này có: 6 cách chọn chữ số hàng vạn

 7 cách chọn chữ số hàng nghìn

 7 cách chọn chữ số hàng trăm

 7 cách chọn chữ số hàng chục

 7 cách chọn chữ số hàng đơn vị

 Do đó có 6.7.7.7.7 = 14406 số.

 Vậy tất cả có: 90000 – 14406 = 75594 số có 5 chữ số, trong đó có mặt đủ các chữ số 2, 3, 4.

**Bài 19.** Xét một số có 4 chữ số tuỳ ý đã cho . Có hai khả năng:

 a. Nếu a1 + a2 + a3 + a4 là số chẵn thì có thể lấy a5 ∈ {1, 3, 5, 7, 9} và lập được 5 số có 5 chữ số  với tổng các chữ số là một số lẻ.

 b. Nếu a1 + a2 + a3 + a4 là số lẻ thì có thể lấy a5 ∈ {0, 2, 4, 6, 8} và lập được 5 số có 5 chữ số  với tổng các chữ số là một số lẻ.

 Vì có tất ca 9.10.10.10 = 9000 số có 4 chữ số, mỗi số có 4 chữ số này lại sinh ra 5 số có 5 chữ số có tổng các chữ số là một số lẻ, nên có tất cả 9000.5 = 45000 số có 5 chữ số mà tổng các chữ số là một số lẻ.

**Bài 20.**

 a. Có:  cách chọn ra 2 viện bi đỏ.

  cách chọn ra 4 viên bi còn lại.

 Vậy có: . = 7150 cách chọn

 b. Có các trường hợp xảy ra:

 \* 3 xanh, 3 đỏ, 0 vàng → có  cách

 \* 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng → có  cách

 \* 1 xanh, 1 đỏ, 4 vàng → có  cách

 Vậy có tất cả:  +  +  = 3045 cách.

**2.2. DẠNG TOÁN TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ**

**Bài 1.** Xếp ngẫu nhiên ba bạn nam và ba bạn nữ ngồi vào sáu ghế kê theo hàng ngang. Tìm xác suất sao cho.

a. Nam nữ ngồi xen kẽ nhau.

b. Ba bạn nam ngồi cạnh nhau.

**Bài 2.**Cho một lục giác đều ABCDEF. Viết các chữ cái A, B, C, D, E, F vào 6 thẻ. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ. Tìm xác suất sao cho đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên 2 thẻ đó là:

a. Cạnh của lục giác.

b. Đường chéo của lục giác.

c. Đường chéo nối 2 đỉnh đối diện của lục giác.

**Bài 3.**  Trên một cái vòng hình tròn dùng để quay sổ số có gắn 36 con số từ 01 đến 36. Xác suất để bánh xe sau khi quay dừng ở mỗi số đều như nhau. Tính xác suất để khi quay hai lần liên tiếp bánh xe dừng lại ở giữa số 1 và số 6 ( kể cả 1 và 6) trong lần quay đầu và dừng lại ở giữa số 13 và 36 ( kể cả 13 và 36) trong lần quay thứ 2.

**Bài 4.**

Gieo một đồng tiền cân đối đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt ngửa hoặc cả 6 lần xuất hiện mặt sấp thì dừng lại.

a. Mô tả không gian mẫu.

b. Tính xác suất của các biến cố

A: “Số lần gieo không vượt quá ba”

B: “Số lần gieo là năm”

C: “Số lần gieo là sáu”

**Bài 5.** Sáu bạn, trong đó có bạn H và K, được xếp ngẫu nhiên thành hàng dọc. Tính xác suất sao cho:

a. Hai bạn H và K đứng liền kề nhau.

b. hai bạn H và K không đứng liền kề nhau.

**Bài 6.** Gieo đồng tiền xu cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất của các biến cố:

**a.** Biến cố A: “Trong 3 lần gieo có ít nhất một lần xuất hiện mặt ngửa”.

**b.** Biến cố B: “Trong 3 lần gieo có cả hai mặt sấp, ngửa”.

**Bài *7*.** Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

**a.** Biến cố A: “Trong hai lần gieo ít nhất một lần xuất hiện mặt một chấm”

**b.** Biến cố B: “Trong hai lần gieo tổng số chấm trong hai lần gieo là một số nhỏ hơn 11”

**Bài 8.**Gieo đồng thời hai con súc sắc. Tính xác suất sao cho:

a. Hai con súc sắc đều xuất hiện mặt chẵn.

b. Tích số chấm trên 2 con súc sắc là số chẵn.

**Bài 9.**Trong hòm có 10 chi tiết, trong đó có 2 chi tiết hỏng. Tìm xác suất để khi lấy ngẫu nhiên 6 chi tiết thì có không quá 1 chi tiết hỏng.

**Bài 10.** Có hai hộp cùng chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất có 7 quả cầu đỏ, 5 quả cầu xanh. Hộp thứ hai có 6 quả cầu đỏ, 4 quả cầu xanh. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên 1 quả cầu.

a. Tính xác suất để 2 quả cầu lấy ra cùng màu đỏ.

b. Tính xác suất để 2 quả cầu lấy ra cùng màu.

**Bài 11.** Có 2 lô hàng. Người ta lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Xác suất để được sản phẩm chất lượng tốt ở từng lô hàng lần lượt là $0,7;0, 8$. Hãy tính xác suất để:

a. Trong 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm có chất lượng tốt.

b. Trong 2 sản phẩm lấy ra có đúng 1 sản phẩm có chất lượng tốt.

**Bài 12.**Một phòng được lắp hai hệ thống chuông báo động phòng cháy, một hệ thống báo khi thấy khói và một hệ thống báo khi thấy lửa xuất hiện. Qua thực nghiệm thấy rằng xác suất chuông báo khói là 0.95, chuông báo lửa là 0.91và cả 2 chuông báo là 0.88. Tính xác suất để khi có hỏa hoạn ít nhất một trong 2 chuông sẽ báo.

**Bài 13:** Từ một tổ gồm 6 bạn nam và 5 bạn nữ, chọn ngẫu nhiên 5 bạn xếp vào bàn dài theo những thứ tự khác nhau. Tính xác suất sao cho trong cách xếp trên có đúng 3 bạn nam.

**Bài 14:** Một tổ chuyên môn gồm 7 thầy và 5 cô giáo, trong đó thấy P và cô Q là vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 5 người để lập hội đồng chấm thi vấn đáp. Tính xác suất để sao cho hội đồng có 3 thầy, 2 cô và nhất thiết phải có thầy P hoặc cô Q nhưng không có cả hai.

**Bài 15.** Có 30 đề thi trong đó có 10 đề khó, 20 đề trung bình trong một chương trình khảo sát. Khi được khảo sát, học sinh A chọn ngẫu nhiên một đề trong số 30 đề thi trên. Tìm xác suất để:học sinh A bắt một đề gặp được đề trung bình.

**Bài 16:** Tổ I có 6 nam và 7 nữ, tổ II có 8 nam và 4 nữ. Để lập một đoàn đại biểu, lớp trưởng chọn ngẫu nhiên từ mỗi tổ hai người. Tính xác suất sao cho đoàn đại biểu gồm toàn nam hoặc toàn nữ.

**Bài 17.** Một tổ có 9 học sinh trong đó có 3 nữ, chia tổ ra thành 3 nhóm. Tính xác suất để mỗi nhóm có 1 nữ

**Bài 18.** Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất:

A=”2 lần gieo đều xuất hiện mặt chẳn và số chấm ở lần gieo sau lớn hơn lần gieo trước”

B=”Tích số chấm xuất hiện trên 2 mặt là số lẻ”

C=” Tổng số chấm xuất hiện ở 2 lần gieo bằng 7”

**Bài 19.** Một lớp học có 30 học sinh trong đó có 8 hs giỏi, 15 hs khá, 7 hs trung bình. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất:

A: “ Ba hs được chọn đều là hs giỏi”

B: “Không có hs trung bình”

C: “có ít nhất 1 hs trung bình”

**Bài 20.** Xếp ngẫu nhiên 3 bạn nam và 3 bạn nữ thành một hàng ngang. Tính xác suất:

a. Nam nữ ngồi xen kẻ

b. 3 bạn nam ngồi kề nhau

**BÀI GIẢI**

**Bài 1.**

+ Cách xếp 3 bạn nam và 3 bạn nữ vào 6 ghế kê theo hàng ngang $6!=720$ cách.

+Cách xếp 3 bạn nam và 3 bạn nữ vào 6 ghế kê theo hàng ngang, biết rằng nam nữ ngồi xen kẽ nhau $3!.3!+3!.3!=72$ cách.

+Cách xếp 3 bạn nam và 3 bạn nữ vào02 6 ghế kê theo hàng ngang, biết rằng ba bạn nam ngồi cạnh nhau 4.$3!.3!=144$ cách.

+ Gọi $A$ là biến cố “Xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào 6 ghế kê theo hàng ngang mà nam và nữ xen kẽ nhau”

+ Gọi $B$ là biến cố “Xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào 6 ghế kê theo hàng ngang mà 3 bạn nam ngồi cạnh nhau”

+ Ta có $n\left(Ω\right)=720, n\left(A\right)=72, n\left(B\right)=144$, , 

 Suy ra , 

**Bài 2.**

+ Vì lấy 2 điểm nên: $ n\left(Ω\right)=15$

+ Gọi các biến cố

 A : “2 thẻ lấy ra là 2 cạnh của lục giác”

 B : “2 thẻ lấy ra là đường chéo của lục giác”

 C : “2 thẻ lấy ra là đường chéo của 2 cạnh đối diện của lục giác”







**Bài 3.**

Phân tích: Rõ ràng là trong bài toán này ta không thể sử dụng phương pháp liệt kê vì số phần tử của biến cố là tương đối lớn. Ở đây ta sẽ biểu diễn tập hợp dưới dạng tính chất đặc trưng để tính toán.

Gọi A là biến cố cần tính xác suất

$$Ω=\{(i,j)|i,j\in \left\{1, 2, …,36\right\}\}⇒n\left(Ω\right)=36.36=1296$$

$$A=\{(i,j)|i\in \left\{1, 2, …,6\right\},j\in \left\{13, 14, …,36\right\}\}$$

Có 6 cách chọn i, ứng với mỗi cách chọn i có 25 cách chọn j ( từ13 đến36 có 25 số)

Do đó theo quy tắc nhân$ n\left(A\right)=6.24=144$ 

Suy ra: 

**Bài 4.**

*a.* Không gian mẫu $Ω=\left\{N, SN, SSN, SSSN, SSSSN, SSSSN, SSSSS\right\}$*{N, SN, SSN, SSSN, SSSSN, SSSSSN, SSSSSS}*



b. Ta có:

, 

, 

, 

**Bài 5:** Không gian mẫu Ω gồm các hoán vị của 6 bạn. Do đó: n(Ω) = 6!. Do việc xếp là ngẫu nhiên Ω gồm các kết quả đồng khả năng.

a. Kí hiệu: A là biến cố “H và K đứng liền nhau”,

 B là biến cố “H đứng ngay trước K”

 C là biến cố “K đứng ngay trước H”

Rõ ràng B và C xung khắc và A = B ∪ C.

***\* Tính n(B):***

 Xếp H và 4 bạn khác thành hàng, có 5! Cách. Trong mỗi cách xếp như vậy, xếp bạn K ngay sau H, có 1 cách. Vậy theo quy tắc nhân ta có:

n(B) = 5! x 1 = 5!

***\* Tương tự: n(C) = 5!***

Do đó P(A) = P(B) + P(C) = 

b. Ta thấy  là biến cố: “H và K không đứng liền nhau”. Vậy:



**Bài 6.**

+ Không gian mẫu $n\left(Ω\right)=2.2.2=8$

+ Ta có biến cố đối của biến cố A là biến cố:

$\overbar{A}$: “Không cố lần nào xuất hiện mặt ngửa”

Và ta có $\overbar{A}=\left\{SSS\right\}⇒n\left(\overbar{A}\right)=1⇒P\left(\overbar{A}\right)=\frac{1}{8}⇒P\left(A\right)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

+ Tương tự ta có: **, **

**Bài 7.**

***+*** Không gian mẫu $Ω=\{(i,j)|i,j\in \left\{1, 2, …,6\right\}\}⇒n\left(Ω\right)=6.6=36$

a) Ta có biến cố đối $\overbar{A}=\{\left\{i,j\in \left\{ 2, …,6\right\}\right\}⇒n\left(\overbar{A}\right)=25$



*b)* Ta có:





**Bài 8.**

***+*** Ta có $n\left(Ω\right)=36$

+ Gọi $A$ là biến cố “Hai con súc sắc đều xuất hiện mặt chẵn”

+ Do đó $A=\{(i,j)|i,j\in \left\{2,4,6\right\}\}$

+ Có 3 cách chọn $i\in \left\{2,4,6\right\}$, với mỗi cách chọn $i$ ta có 3 cách chọn $j$. Do đó có 9 cách chọn $\left(i,j\right)\in A⇒n\left(A\right)=9$

**Cách 2:**

+ Gọi A là biến cố “Con súc sắc thứ nhất xuất hiện mặt chẵn”

 B là biến cố “Con súc sắc thứ hai xuất hiện mặt chẵn”

 X là biến cố “Hai con súc sắc đều xuất hiện mặt chẵn”

+ Thấy rằng $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập và $P\left(A\right)=P\left(B\right)=$ $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

*(Trong 6 mặt thì có 3 mặt chẵn)*

+ Do vậy ta có: 

Gọi *Y* là biến cố “Tích số chấm trên 2 con súc sắc là số chẵn”

Có 3 khả năng xảy ra để tích số chấm trên con súc sắc là số chẵn:

 Con súc sắc thứ nhất xuất hiện mặt chẵn, con súc sắc thứ hai xuất hiện mặt lẻ.

 Con súc sắc thứ nhất xuất hiện mặt lẻ, con súc sắc thứ hai xuất hiện mặt chẵn.

 Cả hai con súc sắc cùng xuất hiện mặt chẵn.

Và ta có  :“Tích số chấm trên 2 con súc sắc là số lẻ” chỉ có 1 khả năng là cả hai con súc sắc đều xuất hiện mặt lẻ.

+ Như vậy một lần nữa ta lại thấy ưu thế của biến cố đối.

+ Ta có  $\overbar{Y}=\overbar{A}\overbar{B}$ và  là hai biến cố độc lập nên ta có:



+ Do đó 

**Bài 9.**

+ Số cách lấy ra 6 chi tiết từ 10 chi tiết là 

***+*** Gọi các biến cố:

$A\_{1}$: “Trong 6 chi tiết lấy ra không có chi tiết nào hỏng”

$A\_{2}$: “ trong 6 chi tiết lấy ra có 1 chi tiết hỏng”

$A$ là biến cố “Trong 6 chi tiết lấy ra có không quá 1 chi tiết hỏng”

+ Khi đó $A=A\_{1}∪A\_{2}$. Do  xung khắc nhau nên : 

+ Có 8 chi tiết không bị hỏng nên 

+ Số cách lấy 5 chi tiết từ 8 chi tiết KHÔNG bị hỏng là $C\_{8}^{5}$

+ Số cách lấy 1 chi tiết từ 2 chi tiết hỏng là $C\_{2}^{1}$

+ Theo quy tắc nhân ta có : 

+ Do vậy ta có: ,  

**Bài 10.**

a) Gọi các biến cố:

 A : “Quả cầu lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ”

B : “Quả cầu lấy ra từ hộp thứ hai màu đỏ”

X : “Hai quả cầu lấy ra cùng màu đỏ”

+ Ta có $X=AB, P\left(A\right)=$$\frac{7}{12}$,

+ Mặt khác A và B độc lập nên: 

b) Gọi các biến cố:

Y : “Hai quả cầu lấy ra cùng màu xanh”

Z : “Hai quả cầu lấy ra cùng màu”

+ Ta có $Y=\overbar{A}\overbar{B}$

+ Mặt khác  là hai biến cố độc lập nên 

+ Ta có: và  $Z=X∪Y, X⋂Y=∅$ nên 

**Bài 11.**

***Phân tích:*** Đây là bài toán cho trước xác suất nên chắc chắn ta phải sử dụng phép toán tính xác suất để giải quyết. Biến cố cơ sở sẽ là “Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ nhất” và “Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ hai”

***Lời giải:***

Gọi $A:$ “Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ nhất”

$B:$ “Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ hai”

Khi đó ta có: 



a) Gọi biến cố X: “trong 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm có chất lượng tốt”.

Suy ra $\overbar{X}=\overbar{A}\overbar{B}$ 

Do hai biến cố  độc lập nên ta có: 

b) Gọi biến cố *Y* : “Trong 2 sản phẩm lấy ra có đúng một sản phẩm có chất lượng tốt”.

Suy ra$\overbar{Y}=\overbar{A}B∪A\overbar{B}$ 

**Bài 12.**

***Phân tích:*** Biến cố cần tính xác suất là chuông báo khói báo hoả hoạn hoặc chuông báo lửa báo lửa sẽ báo hoả hoạn. Do đó bài toán này chắc chắn là dùng quy tắc cộng. Tuy nhiên hai biến cố cơ sở lại không xung khắc. Trong trường hợp này ta phải sử dụng quy tắc cộng mở rộng

***Lời giải***

Gọi *A*: “Chuông báo khi thấy khói”

*B* :“Chuông báo khi thấy lửa”

*C*: “Ít nhất một trong hai chông báo khi hỏa hoạn”

Theo giả thiết bài toán ta có  $P\left(A\right)=0,95,P\left(B\right)=0,91, P\left(AB\right)=0,88$

Do đó ta có: 

**Bài 13.**

Mỗi một sự sắp xếp chỗ ngồi cho 5 bạn là một chỉnh hợp chập 5 của 11 bạn.

Vậy không gian mẫu Ω gồm  (phần tử)

Kí hiệu A là biến cố: “Trong cách xếp trên có đúng 3 bạn nam”

Để tính n(A) ta lí luận như nhau:

- Chọn 3 nam từ 6 nam, có  cách.

- Chọn 2 nữ từ 5 nữ, có  cách.

- Xếp 5 bạn đã chọn vào bàn đầu theo những thứ tự khác nhau, có 5! Cách.

Từ đó theo quy tắc nhân ta có: n(A) = ..5!

Vì sự lựa chọn và sự sắp xếp là ngẫu nhiên nên các kết quả đồng khả năng.

Do đó: .

**Bài 14.**

Kết quả của sự lựa chọn là một nhóm 5 người tức là một tổ hợp chập 5 của 12. Vì vậy không gian mẫu Ω gồm  phần tử.

Gọi A là biến cố cần tìm xác suất.

B là biến cố chọn được hội đồng gồm 3 thầy, 2 cô trong đó có thầy P nhưng không có cô Q.

C là biến cố chọn được hội đồng gồm 3 thấy, 2 cô trong đó có cô Q nhưng không có thầy P.

Như vậy: A = B ∪ C và n(A) = n(B) + n(C).

Tính n(B) như sau:

- Chọn thầy P, có 1 cách

- Chọn 2 thầy từ 6 thầy còn lại, có  cách

- Chọn 2 cô từ 4 cô, có  cách

Theo quy tắc nhân, n(B) = 1.. = 90

Tương tự n(C) = 1. . = 80

Vậy n(A) = 80 + 90 = 170 và P(A) = 

**Bài 15.** Gọi B là biến cố học sinh bắt được đề trung bình:



**Bài 16.**

Gọi: A là biến cố: “Đoàn đại biểu được chọn gồm toàn nam hoặc toàn nữ”,

 B là biến cố: “Đoàn đại biểu được chọn gồm toàn nam”,

 C là biến cố: “Đoàn đại biểu được chọn gồm toàn nữ”.

Ta có: BC = ∅, A = B ∪ C.

Suy ra: P(A) = P(B) + P(C)

Chọn 2 người từ tổ I, có  cách.

Chọn 2 người từ tổ II, có  cách.

Từ đó không gian mẫu gồm: .= 5148 (phần tử).

 n(B) =  = 420

 n(C) =  = 126

Vậy P(A) = 

**Bài 17, 18, 19, 20 học sinh tự giải.**