**Bài 6. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG**

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

**1. Hệ thức Vi-ét và ứng dụng**

* Xét phương trình bậc hai . Nếu , là nghiệm của phương trình thì
* 

**2. Ứng dụng của hệ thức Vi-ét**

* Nhẩm nghiệm phương trình bậc hai. Xét phương trình bậc hai .
* Nếu  thì phương trình có một nghiệm là , nghiệm kia là 
* Nếu  thì phương trình có một nghiệm là , nghiệm kia là 
* Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng. Nếu hai số có tổng bằng  và tích bằng  thì hai số đó là nghiệm của phương trình .

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

|  |
| --- |
| **Dạng 1:** Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức đối xứng giữa các nghiệm |
| * Bước 1: Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm . Từ đó áp dụng hệ thức Vi-ét   và .   * Bước 2: Biến đổi biểu thức đối xứng giữa các nghiệm của đề bài theo tổng  và  rồi áp dụng bước 1. |

**Ví dụ 1.** Đối với mỗi phương trình sau, ký hiệu ,  là hai nghiệm phương trình (nếu có) Không giải phương trình hãy điền vào chỗ trống

a) , , , .

b) ,, , .

c) ,, , .

d) ,, , .

**Ví dụ 2.** Đối với mỗi phương trình sau, ký hiệu ,  là hai nghiệm phương trình (nếu có) Không giải phương trình hãy điền vào chỗ trống

a) , , , .

b) ,, , .

c) ,, , .

d) ,, , .

**Ví dụ 3.** Không giải phương trình sau, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Ví dụ 4.** Không giải phương trình sau, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Ví dụ 5.** Gọi ,  là hai nghiệm của phương trình . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Ví dụ 6.** Gọi ,  là hai nghiệm của phương trình . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

|  |
| --- |
| **Dạng 2:** Giải phương trình bằng cách nhẩm nghiệm |
| * Sử dụng hệ thức Vi-ét. |

**Ví dụ 7.** Xét tổng  hoặc  rồi tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Ví dụ 8.** Xét tổng  hoặc  rồi tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Ví dụ 9.** Sử dụng định lý Vi-ét tính nhẩm nghiệm của phương trình

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

**Ví dụ 10.** Sử dụng định lý Vi-ét tính nhẩm nghiệm của phương trình

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

**Ví dụ 11.** Cho phương trình . Chứng minh phương trình đã cho luôn một nghiệm không phụ thuộc vào . Tìm nghiệm còn lại. **ĐS:** .

**Ví dụ 12.** Cho phương trình . Chứng minh phương trình đã cho luôn một nghiệm không phụ thuộc vào . Tìm nghiệm còn lại. **ĐS:** .

|  |
| --- |
| **Dạng 3:** Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng |
| * Để tìm hai số  khi biết tổng  và tích , ta làm như sau * Bước 1: Giải phương trình  để tìm các nghiệm . * Bước 2: Suy ra các số  cần tìm là  hoặc . |

**Ví dụ 13.** Tìm hai số  và  trong mỗi trường hợp sau

a)  và . **ĐS:**  và .

b)  và . **ĐS:**  và .

**Ví dụ 14.** Tìm hai số  và  trong mỗi trường hợp sau

a)  và . **ĐS:**  và .

b)  và . **ĐS:** .

**Ví dụ 15.** Lập phuơng trình bậc hai có hai nghiệm là  và . **ĐS:** .

**Ví dụ 16.** Lập phuơng trình bậc hai có hai nghiệm là  và . **ĐS:** .

**Ví dụ 17.** Cho phương trình  có hai nghiệm là  và . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và . **ĐS:** .

**Ví dụ 18.** Cho phương trình  có hai nghiệm là  và . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và . **ĐS:** .

|  |
| --- |
| **Dạng 4:** Phân tích tam giác bậc hai thành nhân tử |
| * Xét tam thức bậc hai . Nếu phương trình bậc hai  có hai nghiệm  thì tam thức được phân tích thành   . |

**Ví dụ 19.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Ví dụ 20.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

|  |
| --- |
| **Dạng 5:** Xét dấu các nghiệm của phương trình bậc hai |
| Xét phương trình bậc hai một ẩn . Khi đó   * Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi . * Phương trình có hai nghiệm cùng dấu khi và chỉ khi . * Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi . * Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi . |

**Ví dụ 21.** Cho phương trình . Tìm  để phương trình

a) Có hai nghiệm trái dấu. **ĐS:** .

b) Có hai nghiệm phân biệt. **ĐS:** mọi .

c) Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu. **ĐS:** .

d) Có hai nghiệm dương phân biệt. **ĐS:** .

e) Có hai nghiệm âm phân biệt. **ĐS:** không tồn tại .

**Ví dụ 22.** Cho phương trình . Tìm  để phương trình

a) Có hai nghiệm trái dấu. **ĐS:** .

b) Có hai nghiệm phân biệt. **ĐS:** mọi .

c) Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu. **ĐS:** .

d) Có hai nghiệm dương phân biệt. **ĐS:** không tồn tại.

e) Có hai nghiệm âm phân biệt. **ĐS:** .

|  |
| --- |
| **Dạng 6:** Xác định điều kiện của tham số để phương trình bậc hai có nghiệm thỏa mãn hệ thức cho trước |
| * Bước 1: Điều kiện để phương trình có nghiệm . * Bước 2: Từ hệ thức cho trước và hệ thức Vi-ét, ta tìm được điều kiện của tham số. |

**Ví dụ 23.** Cho phương trình . Tìm các giá trị của tham số  để phương trình có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn . **ĐS:** .

**Ví dụ 24.** Cho phương trình . Tìm các giá trị của tham số  để phương trình có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn . **ĐS:** .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Không giải các phương trình, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Bài 2.** Gọi ,  là hai nghiệm của phương trình . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d)  **ĐS:** .

**Bài 3.** Tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** vô nghiệm.

**Bài 4.** Tìm hai số  và  trong mỗi trường hợp sau

a)  và . **ĐS:**  và .

b)  và . **ĐS:**  và .

**Bài 5.** Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và . **ĐS:** .

**Bài 6.** Cho phương trình  có hai nghiệm là  và . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và . **ĐS:** .

**Bài 7.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) . **ĐS:** .

b) . **ĐS:** .

c) . **ĐS:** .

d) . **ĐS:** .

**Bài 8.** Cho phương trình . Tìm  để phương trình

a) Có hai nghiệm phân biệt. **ĐS:** mọi .

b) Có hai nghiệm phân biệt trái dấu. **ĐS:** .

c) Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu. **ĐS:** .

d) Có hai nghiệm dương phân biệt. **ĐS:** .

e) Có hai nghiệm âm phân biệt. **ĐS:** không tồn tại .

**Bài 9.** Cho phương trình  Tìm  để phương trình

a) Có nghiệm. **ĐS:** mọi .

b) Có một nghiệm bằng . Tìm nghiệm còn lại. **ĐS:** , .

c) Có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn . **ĐS:**  hoặc .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

1. Đối với mỗi phương trình sau, ký hiệu , là hai nghiệm phương trình (nếu có) Không giải phương trình hãy điền vào chỗ trống

**a)**  ,,,.

**b)**  ,,,.

**c)**  ,,,.

**d)**  ,,,.

**Lời giải.**

**a)**  ,, .

**b)**  ,,.

**c)**  ,,.

**d)**  ,,.

1. Đối với mỗi phương trình sau, ký hiệu , là hai nghiệm phương trình (nếu có) Không giải phương trình hãy điền vào chỗ trống

**a)**  ,,,.

**b)**  ,,,.

**c)**  ,,,.

**d)**  ,,,.

**Lời giải.**

**a)**  ,,.

**b)**  ,,.

**c)**  ,,.

**d)**  ,,.

1. Không giải phương trình sau, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

Tất cả các phương trình trình đã cho đều có tích  nên luôn có nghiệm.

**a)**  .,.

**b)**  .,.

**c)**  .,.

**d)**  .,.

1. Không giải phương trình sau, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

1. Gọi , là hai nghiệm của phương trình . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

Phương trình có tích  nên có nghiệm phân biệt , và ,.Theo định lý Vi-ét, ta có  và .

**a)**  .

**b)**  .

**c)**  .

**d)**  .

1. Gọi , là hai nghiệm của phương trình . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

Phương trình có tích  nên có nghiệm phân biệt , và ,.Theo định lý Vi-ét, ta có  và .

**a)**  .

**b)**  .

**c)**  .

**d)**  .

1. Xét tổng  hoặc  rồi tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

**a)**  . nên phương trình có nghiệm ,.

**b)**  . nên phương trình có nghiệm ,.

**c)**  . nên phương trình có nghiệm ,.

**d)**  . nên phương trình có nghiệm ,.

1. Xét tổng  hoặc  rồi tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

**a)**  . nên phương trình có nghiêm ,.

**b)**  . nên phương trình có nghiêm ,.

**c)**  . nên phương trình có nghiêm ,.

**d)**  . nên phương trình có nghiêm ,.

1. Sử dụng định lý Vi-ét tính nhẩm nghiệm của phương trình

**a)**  . **b)**  .

**Lời giải.**

**a)**  .Theo định lý Vi-ét, ta có 

**b)**  .Theo định lý Vi-ét, ta có r

1. Sử dụng định lý Vi-ét tính nhẩm nghiệm của phương trình2

**a)**  . **b)**  .

**Lời giải.**

**a)**  .Theo định lý Vi-ét, ta có 

**b)**  .Theo định lý Vi-ét, ta có r

1. Cho phương trình . Chứng minh phương trình đã cho luôn một nghiệm không phụ thuộc vào . Tìm nghiệm còn lại.

**Lời giải.**

Ta có  nên phương trình có nghiệm ,.

1. Cho phương trình . Chứng minh phương trình đã cho luôn một nghiệm không phụ thuộc vào . Tìm nghiệm còn lại.

**Lời giải.**

Ta có  nên phương trình có nghiệm ,.

1. Tìm hai số  và  trong mỗi trường hợp sau

**a)**   và . **b)**   và .

**Lời giải.**

**a)**   và . và  là nghiệm của phương trình

Vậy  hoặc 

**b)**   và . và  là nghiệm của phương trình

Vậy  hoặc r

1. Tìm hai số  và  trong mỗi trường hợp sau

**a)**   và . **b)**   và .

**Lời giải.**

**a)**   và . và  là nghiệm của phương trình

Vậy  hoặc 

**b)**   và . và  là nghiệm của phương trình

Vậy r

1. Lập phuơng trình bậc hai có hai nghiệm là  và .

**Lời giải.**

Ta có  và  nên hai số đã cho là nghiệm của phương trình



1. Lập phuơng trình bậc hai có hai nghiệm là  và .

**Lời giải.**

Ta có  và  nên hai số đã cho là nghiệm của phương trình



1. Cho phương trình  có hai nghiệm là  và . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và .

**Lời giải.**

Theo định lý Vi-ét, ta có  và .

.

Vậy phương trình thỏa đề bài là 

1. Cho phương trình  có hai nghiệm là  và . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và .

**Lời giải.**

Theo định lý Vi-ét, ta có  và . và Vậy phương trình thỏa đề bài là 

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

**a)**  .Vậy 

**b)**  .Vậy 

**c)**  .Vậy .

**d)**  .Vậy r

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

**a)**  .

Vậy 

**b)**  .

Vậy 

**c)**  .

Vậy 

**d)**  .

Vậy r

1. Cho phương trình . Tìm  để phương trình

**a)**  Có hai nghiệm trái dấu. **b)**  Có hai nghiệm phân biệt.

**c)**  Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu. **d)**  Có hai nghiệm dương phân biệt.

**e)**  Có hai nghiệm âm phân biệt.

**Lời giải.**



**a)**  Phương trình có hai nghiệm trái dấu 

**b)**  Phương trình có hai nghiệm phân biệt , đúng với mọi .

**c)**  Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu 

**d)**  Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt 

**e)**  Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt (Vô lý). Vậy không tồn tại .

1. Cho phương trình . Tìm  để phương trình

**a)**  Có hai nghiệm trái dấu.

**b)**  Có hai nghiệm phân biệt.

**c)**  Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

**d)**  Có hai nghiệm dương phân biệt.

**e)**  Có hai nghiệm âm phân biệt.

**Lời giải.**



**a)**  Phương trình có hai nghiệm trái dấu .

**b)**  Phương trình có hai nghiệm phân biệt , đúng với mọi .

**c)**  Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu 

**d)**  Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt (Vô lý). Vậy không tồn tại .

**e)**  Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt

1. Cho phương trình . Tìm các giá trị của tham số  để phương trình có hai nghiệm phân biệt , thỏa mãn .

**Lời giải.**

.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt 

Theo định lý Vi-et ta có  và . Ta có

.

Vậy 

1. Cho phương trình . Tìm các giá trị của tham số  để phương trình có hai nghiệm phân biệt , thỏa mãn .

**Lời giải.**



Phương trình có hai nghiệm phân biệt 

Theo định lý Vi-et ta có  và  Ta có

 (thỏa mãn).

Vậy 

1. Không giải các phương trình, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

Tất cả các phương trình đã cho đều có tích  nên luôn có nghiệm.2

**a)**  .,

**b)**  .,

**c)**  .,.

**d)**  .,r

1. Gọi , là hai nghiệm của phương trình . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  

**Lời giải.**

Theo định lý Vi-ét, ta có  và .

**a)**  .

**b)**  .

**c)**  .

**d)**  

1. Tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau2

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

**a)**  .Ta có  nên phương trình có nghiệm ,

**b)**  .Ta có  nên phương trình có nghiệm ,

**c)**  .Ta có  nên phương trình có nghiệm ,

**d)**  .Ta có  nên phương trình vô nghiệm.

1. Tìm hai số  và  trong mỗi trường hợp sau

**a)**   và . **b)**   và .

**Lời giải.**

**a)**   và . Hai số  và  là nghiệm của phương trình Vậy  hoặc 

**b)**   và . Hai số  và  là nghiệm của phương trình Vậy  hoặc 

1. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và .

**Lời giải.**

Ta có  và  nên hai số đã cho là nghiệm của phương trình 

1. Cho phương trình  có hai nghiệm là  và . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và .

**Lời giải.**

Phương trình có tích  nên có nghiệm.

Theo định lý Vi-et ta có  và Ta có  và  nên phương trình cần tìm là 

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

**a)**  . **b)**  .

**c)**  . **d)**  .

**Lời giải.**

**a)**   Vậy 

**b)**   Vậy 

**c)**   Vậy 

**d)**   Vậy r

1. Cho phương trình . Tìm  để phương trình

**a)**  Có hai nghiệm phân biệt. **b)**  Có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

**c)**  Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu. **d)**  Có hai nghiệm dương phân biệt.

**e)**  Có hai nghiệm âm phân biệt.

**Lời giải.**

,.

**a)**  Phương trình có hai nghiệm phân biệt , đúng với mọi .

**b)**  Phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu 

**c)**  Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu 

**d)**  Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt 

**e)**  Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt (Vô lý.)Vậy không tồn tại .

1. Cho phương trình  Tìm  để phương trình

**a)**  Có nghiệm.

**b)**  Có một nghiệm bằng . Tìm nghiệm còn lại.

**c)**  Có hai nghiệm phân biệt , thỏa mãn .

**Lời giải.**

**a)**   nên phương trình luôn có nghiệm với mọi .

**b)**  Theo định lý Vi-ét, ta có  và  Phương trình có nghiệm  ta có 

Vậy  và nghiệm còn lại là .

**c)**  

Vậy  hoặc .

**--- HẾT ---**