

**§➊. PHÉP TỊNH TIẾN**

**Chương 1:**

**Ⓐ. Tóm tắt lý thuyết:**

|  |  |
| --- | --- |
| * Trong mặt phẳng cho vectơ . Phép biến hình biến mỗi điểm  thành điểm  sao cho  được gọi là phép tịnh tiến theo vectơ * Phép tịnh tiến theo vectơ  thường được kí hiệu là ,  được gọi là vectơ tịnh tiến.   Như vậy,  **🗵**. Phép tịnh tiến theo vectơ – không chính là phép đồng nhất. *(Biến mỗi điểm thành chính nó)* |  |
|  |  |

**①. Định nghĩa**

|  |  |
| --- | --- |
| * Trong mặt phẳng  cho điểm  và . * Gọi   (\*).   * Hệ  được gọi là biểu thức tọa độ của . | Bài 9 trang 15 SGK Hình học 12 Nâng cao | Toán 12 Nâng cao |

**②. Biểu thức tọa độ**

|  |  |
| --- | --- |
| * Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì * Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.   🞜.Nếu  thì |  |
| * Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho. |  |
| * Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho. |  |
| * Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính. |  |

**③. Tính chất**

|  |  |
| --- | --- |
| * Biến một góc thành một góc bằng nó |  |
|  |  |

**③. Tính chất**

**Ⓑ. Phân dạng bài tập:**

🞜***Phương pháp***: Sử dụng biểu thức tọa độ:



**🗵.Dạng** ➊

**Tìm ảnh hay tạo ảnh của 1 điểm**

**🞜Bài tập minh họa:**

1. Trong mặt phẳng , cho điểm  và véc tơ . Phép tịnh tiến  biến  thành . Tọa độ điểm  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Biểu thức tọa độ của phép tịnh  là , nên tọa độ điểm .

1. Trong mặt phẳng, với hệ tọa độ , cho điểm . Phép tịnh tiến theo véctơ biến  thành điểm

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Phép tịnh tiến theo véctơ  biến  thành điểm  có tọa độ là 
* Vậy .

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho  và điểm . Ảnh của điểm qua phép tịnh tiến theo vectơ  là điểm có tọa độ nào trong các điểm sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Gọi  có ảnh qua phép tịnh tiến theo vectơ  là điểm .
* Ta có .
* Áp dụng công thức vào bài ta có tọa độ điểm  là ảnh của qua  là .

1. Trong mặt phẳng tọa độ ** nếu phép tịnh tiến biến điểm  thành điểm  thì nó biến điểm  thành

**A.** điểm . **B.** điểm . **C.** điểm . **D.** điểm .

**Lời giải**

* Phép tịnh tiến biến điểm  thành điểm , biến điểm  thành 
* 

1. Cho hình bình hành . Phép tịnh tiến  biến

**A.**  thành . **B.** thành . **C.**  thành . **D.**  thành .

**Lời giải**

* Vì  là hình bình hành nên  nên qua  ta có  thành .

🞜***Phương pháp***:

①. Sử dụng biểu thức tọa độ:



②. Sử dụng phương pháp tìm phương trình đường thẳng của lớp 10.

**🗵.Dạng** ➋

**Tìm ảnh hay tạo ảnh của 1 đường thẳng**

**🞜Bài tập minh họa:**

1. Trong mặt phẳng tọa độ , tìm ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Ta có:  
* Mà: .
* Vậy: .

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng , phép tịnh tiến theo vectơ  biến đường thẳng  thành đường thẳng  có phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Gọi  sao cho .
* Do đó 
* Mà .
* Vậy .

1. Trong hệ tọa độ  cho đường thẳng . Phép tịnh tiến theo véctơ  biến đường thẳng  thành đường thẳng  có phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D. .**

**Lời giải**

* Vì phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó nên với 
* Gọi 
* .
* Mà .
* Vậy, 

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  có phương trình . Ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến  theo vectơ  có phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Gọi đường thẳng  là ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến  theo vectơ  khi đó phương trình đường thẳng  có dạng: .
* Gọi thuộc đường thẳng ,  là ảnh của điểm qua phép tịnh tiến  khi đó .
* Ta có .
* Mà  nên  nên phương trình đường thẳng  là .

**Câu 5 :** Cho đường thẳng  Phép tịnh tiến theo  biến đường thẳng d thành chính nó . Tìm ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

*  VTPT của :  VTCP của : .
* Để  thì  cùng phương 
* **Chọn C**

🞜***Phương pháp***:

①. Sử dụng biểu thức tọa độ:



②. Sử dụng phương pháp tìm phương trình đường tròn của lớp 10.

**🗵.Dạng** ➌

**Tìm ảnh hay tạo ảnh của 1 đường tròn**

**🞜Bài tập minh họa:**

1. Trong mặt phẳng tọa độ , ảnh của đường tròn :  qua phép tịnh tiến theo vectơ  là đường tròn có phương trình

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Đường tròn  có tâm , bán kính .
* Phép tịnh tiến theo vectơ  biến đường tròn  thành  có tâm  và bán kính .
*  .
* Ta có: ; .
* Do đó phương trình của đường tròn : .

1. Cho  và đường tròn . Ảnh của qua  làcó phương trình

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Ta có  suy ra  là bán kính và tâm của . Gọi  là đường tròn là ảnh của  qua phép tịnh tiến .
* Ta có  và ảnh của tâm  chính là tâm  của .
* Theo công thức phép tịnh tiến ta có .
* Vậy .

1. Trong mặt phẳng tọa độ , ảnh của đường tròn :  qua

phép tịnh tiến theo vectơ  là đường tròn có phương trình

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Đường tròn  có tâm , bán kính .
* Phép tịnh tiến theo vectơ  biến đường tròn  thành  có tâm  và bán kính .
*  .
* Ta có: ; .
* Do đó phương trình của đường tròn : .

1. Cho  và đường tròn . Ảnh của  qua  là :**.**

**A.**  **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Đường tròn  có tâm .
* Ta có . Đường tròn  có cùng bán kính với 

1. Tìm ảnh của đường tròn  qua phép tịnh tiến theo véc tơ .

**A.** . **B.** .

**C.** **. D.** .

**Lời giải**

**🞜Cách 1:** Đường tròn  có tâm  bán kính 

* Phép tịnh tiến 
* Phép tịnh tiếnbiến đường tròn  thành đường tròn  khi đó đường tròn  có tâm  và bán kính . Do đó phương trình của .

# Nhận xét: Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính nên ở cách 1 ta chỉ cần tìm ảnh của tâm đường tròn qua phép tịnh tiến, còn bán kính đường tròn ảnh bằng bán kính đường tròn ban đầu.

**🞜Cách 2:** Gọi  là ảnh của điểm  qua phép tịnh tiến theo véc tơ 

.Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo ,ta có: 

* Thay vào phương trình đường tròn  ta được: .

# Vì nên

# Nhận xét: Ở cách 2 ta tìm ảnh của điểm bất kỳ nằm trên thì sẽ được ảnh của nó nằm trên đường tròn .

1. Trong mặt phẳng , cho đường thẳng  có phương trình  và đường tròn . Ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến theo véc tơ  cắt đường tròn  tại hai điểm  và . Giá trị  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

* Xét 
* 
* Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến ta có: 
* Lại có 
* Thay vào ta được 
* Do đó ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến theo  là .
* Giao điểm của  và  là nghiệm của hệ phương trình
* 
* Có  là hai nghiệm của phương trình  nên theo định lý Vi-ét có .

**Ⓒ. Bài tập rèn luyện:**

1. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

**A.** Phép tịnh tiến biến đọan thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.

**B.** Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

**C.** Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.

**D.** Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.

1. Cho tam giác , gọi  lần lượt là trung điểm các cạnh ; phép tịnh tiến theo vectơ  biến điểm  thành điểm . Khi đó vectơ  được xác định như thế nào?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho các điểm  biết  là ảnh của  qua phép tịnh tiến theo vectơ  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng , cho hai đường thẳng và . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến thành ?

**A.** Vô số. **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phép tịnh tiến theo véctơ  biến điểm  thành điểm , khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** , . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó

**A.** 1. **B.** 2. **C.** Không có. **D.** Vô số.

1. Một phép tịnh tiến biến điểm  thành điểm  và điểm  thành điểm . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.**  là hình bình hành.

**B.** Trung điểm của hai đoạn thẳng  và  trùng nhau.

**C. **.

**D. **.

1. Cho đường thẳng  cắt 2 đường thẳng song song  và . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến  thành chính nó và biến  thành ?

**A. **. **B. **. **C. **. **D.** Vô số.

1. Trong mặt phẳng tọa độ , cho . Tìm ảnh A' của  qua phép tịnh tiến theo vectơ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho vectơ  và điểm  Tìm tọa độ ảnh  của điểm  qua phép tịnh tiến theo vectơ 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

1. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng

.Phép tịnh tiến theo véc tơ  biến đường thẳng  thành đường

thẳng  có phương trình là

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho  và điểm . Ảnh của điểm

qua phép tịnh tiến theo vectơ  là điểm có tọa độ nào trong các điểm sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  có phương trình .

Ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến  theo vectơ  có phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng tọa độ ** nếu phép tịnh tiến biến điểm  thành điểm

 thì nó biến điểm  thành

**A.** điểm . **B.** điểm . **C.** điểm . **D.** điểm .

1. Trong hệ tọa độ  phép tịnh tiến theo vectơ  biến điểm  thành điểm  có tọa độ là.

. **A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

1. Cho . Hỏi điểm nào trong các điểm sau là ảnh của  qua phép tịnh tiến theo 

**A.**  **B.**  **C.** . **D.** 

1. Cho  và đường tròn . Ảnh của  qua  là :**.**

**A.**  **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho véctơ  và điểm . Hỏi  là ảnh của điểm nào trong các điểm sau đây qua phép tịnh tiến theo ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho điểm  và . Tọa độ điểm  là ảnh của  qua phép tịnh tiến theo  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng tọa độ , tìm ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn  và đường tròn. Phép tịnh tiến theo véc tơ  biến đường tròn  thành đường tròn . Khi đó véc tơ  có toạ độ là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong mặt phẳng tọa độ , ảnh của đường tròn :  qua phép tịnh tiến theo vectơ  là đường tròn có phương trình

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho  và đường tròn . Ảnh của qua  làcó phương trình

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho parabol . Tìm  sao cho  là ảnh của  qua phép tịnh tiến theo vectơ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 25:** Ảnh của  qua  là .Khi đó tọa độ của **** là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.C** | **2.A** | **3.B** | **4.D** | **5.C** | **6.D** | **7.A** | **8.A** | **9.B** | **10.A** |
| **11.B** | **12.C** | **13.A** | **14.A** | **15.C** | **16.D** | **17.D** | **18.A** | **19.D** | **20.D** |
| **21.C** | **22.C** | **23.A** | **24.C** | **25.A** |  |  |  |  |  |

**Hướng dẫn giải**

**Câu 1:**  Theo tính chất của phép tịnh tiến: Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

**Câu 2:**



Vì  nên .

**Câu 3:**  Do 

**Câu 4:**  Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó mà  không song song hoặc trùng với nên không có phép tịnh tiến nào biến thành .

**Câu 5:**  Theo định nghĩa phép tịnh tiến. .

**Câu 6:**  Có vô số phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó. Đó là các phép tịnh tiến có véc tơ tịnh tiến là véc tơ không hoặc véc tơ tịnh tiến là véc tơ chỉ phương của đường thẳng đó.

**Câu 7:**  Phép tịnh tiến theo vectơ **** biến điểm  thành điểm ****.

Phép tịnh tiến theo vectơ **** biến điểm  thành điểm ****.

**** nên **C** đúng.

**** tứ giác  là hình bình hành có hai đường chéo  và  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên **B** đúng.

**** nên **D** đúng.

Vậy **A** sai.

**Câu 8:**



Gọi , , vectơ .

Khi đó tồn tại duy nhất phép tịnh tiến theo véctơ  thỏa mãn biến  thành chính nó và biến  thành .

**Câu 9:**  Áp dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến ta có:

**Câu 10:**  Ta có tọa độ của  là:  ⇒ .

**Câu 11:** 

Gọi  .

**Câu 12:**  Gọi  có ảnh qua phép tịnh tiến theo vectơ  là điểm .

Ta có .

Áp dụng công thức vào bài ta có tọa độ điểm  là ảnh của qua  là .

**Câu 13:**  Gọi đường thẳng  là ảnh của đường thẳng  qua phép tịnh tiến  theo vectơ  khi đó phương trình đường thẳng  có dạng: .

Gọi thuộc đường thẳng ,  là ảnh của điểm qua phép tịnh tiến  khi đó .

Ta có .

mà  nên  nên phương trình đường thẳng  là .

**Câu 14:**  Phép tịnh tiến biến điểm  thành điểm , biến điểm  thành 



**Câu 15:**

**Cách 1:**

Vì .

Gọi . Do đó  .

**Cách 2**: Áp dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến ta có với:.

**Câu 16:**

Gọi  

**Câu 17:**

Đường tròn  có tâm .

Ta có . Đường tròn  có cùng bán kính với 

**Câu 18:**  Gọi  là tọa độ tạo ảnh của điểm  qua phép tịnh tiến theo . Khi đó:

.

Vậy chọn A

**Câu 19:**  Gọi  là ảnh của  qua phép tịnh tiến theo , khi đó theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo  ta có

.

**Câu 20:**  Ta có:  

Mà: .

Vậy: .

**Câu 21:**  Đường tròncó tâm  và bán kính , đường tròn  có tâm  và bán kính .

Phép tịnh tiến theo véc tơ  biến đường tròn  thành đường tròn  thì 

.

**Câu 22:**  Đường tròn  có tâm , bán kính .

Phép tịnh tiến theo vectơ  biến đường tròn  thành  có tâm  và bán kính .

 .

Ta có: ; .

Do đó phương trình của đường tròn : .

**Câu 23:**  Ta có  suy ra  là bán kính và tâm của . Gọi  là đường tròn là ảnh của  qua phép tịnh tiến . Ta có  và ảnh của tâm  chính là tâm  của . Theo công thức phép tịnh tiến ta có . Vậy .

**Câu 24:**  Gọi  và  là ảnh của  qua phép tịnh tiến .

.

Mặt khác, phép tịnh tiến theo vectơ  biến parabol  thành parabol  nên  thì . Suy ra: .

**Câu 25:** Giả sử .

Gọi  và .Qua  ta có biểu thức 

Do  nên ta có 

Hay 

Từ phương trình của suy ra (đồng nhất thức):



Vậy .