**DẠNG 2: SỐ NGUYÊN TỐ**

# A.Bài toán

## Chứng minh thì là hợp số


## Tìm số tự nhiên để: là số nguyên tố


## Cho và là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng là hợp số.


## Số tự nhiên là số nguyên tố hay hợp số ? Giải thích


## Cho là các số nguyên khác 0, sao cho Chứng minh rằng không phải là số nguyên tố.


##  Cho Tìm tất cả các số tự nhiên  để  là số nguyên tố.

##  Tìm số nguyên  sao cho  là số nguyên tố

##  Tìm số tự nhiên để và là hai số chính phương



##  Chứng minh rằng nếu  thì không là số nguyên tố

## Cho số nguyên tố p > 3. Biết rằng có số tự nhiên n sao cho trong cách viết thập phân của số pn có đúng 20 chữ số. Chứng minh rằng trong 20 chữ số này có ít nhất 3 chữ số giống nhau.

## Tìm các số nguyên dương n để  là số nguyên tố.

##  Chứng minh:  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

Tìm các số nguyên tố *p* sao cho 7*p* + 1 bằng lập phương một số tự nhiên

## Cho Tìm tất cả các số tự nhiên để là số nguyên tố.

Số tự nhiên là số nguyên tố hay hợp số ? Giải thích


## Tìm tất cả các số nguyên dương để là số nguyên tố

##  Tìm số tự nhiên để là số nguyên tố biết:

##  Tìm số nguyên sao cho là số nguyên tố

## Cho là số tự nhiên lẻ. Chứng minh  chia hết cho

## Cho  trong đó  là số nguyên tố. Tìm các giá trị của  để tổng các ước dương của  là số chính phương.

##  Tìm các số nguyên tố và sao cho

## Tìm các số tự nhiên để là số nguyên tố

##  Chứng minh rằng: Nếu aN, a > 1 thì A = (a2 + a +1)(a2 + a + 2) – 12 là hợp số

## Tìm tất cả các số nguyên dương $n để \left(1+n^{2017}+n^{2018}\right)$ là số nguyên tố

## Cho Tìm tất cả các số tự nhiên ....để là số nguyên tố.

## Tìm số tự nhiên để là số nguyên tố biết: .

## Tìm số tự nhiên để là số nguyên tố biết: ..

## Tìm số nguyên sao cho là số nguyên tố

# B. HƯỚNG DẪN

## Chứng minh thì là hợp số

**Lời giải**

Ta có:

Do nên và . Vậy là hợp số


## Tìm số tự nhiên để: là số nguyên tố

**Lời giải**



Để A là nguyên tố thì . Khi đó


## Cho và  là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng là hợp số

**Lời giải**

Do là số nguyên tố lớn hơn nên có dạng

 với

+ Nếu

thì 

Suy ra

 là hợp số (vô lý)

+Nếu thì 

Do nên Do đó là hợp số.


## Số tự nhiên là số nguyên tố hay hợp số ? Giải thích

**Lời giải**

nên có thể viết 

là hợp số

## Cho là các số nguyên khác 0, sao cho Chứng minh rằng không phải là số nguyên tố.

**Lời giải**

Ta có: 

Mà 

Ta thấy do đó nếu là các số nguyên tố thì xảy ra các trường hợp sau:









##  Cho Tìm tất cả các số tự nhiên  để  là số nguyên tố.

**Lời giải**





Vì  là số tự nhiên nên Như vậy muốn  là số nguyên tố thì ta phải có 

Khi đó  là số nguyên tố .

##  Tìm số nguyên  sao cho  là số nguyên tố

**Lời giải**

Ta có: 

Vì 

Có: và 

Vậy là số nguyên tố thì 

##  Tìm số tự nhiên để và là hai số chính phương

**Lời giải**

Để và  là hai số chính phương

và 



Nhưng 59 là số nguyên tố, nên: 

Từ 

Thay vào ta được 

Vậy với  thì và là hai số chính phương

##  Chứng minh rằng nếu thì không là số nguyên tố

Lời giải

 

Vì  nên giá trị nhỏ nhất của thừa số thứ nhất là 1 khi 

Giá trị nhỏ nhất của thừa số thứ hai là nếu 

Còn các trường hợp khác là tích 

Vậy ngoài khi đó thì có thể phân tích thành tích của hai thừa số lớn hơn 1 nên không thể là số nguyên tố.

## Cho số nguyên tố p > 3. Biết rằng có số tự nhiên n sao cho trong cách viết thập phân của số pn có đúng 20 chữ số. Chứng minh rằng trong 20 chữ số này có ít nhất 3 chữ số giống nhau.

**Lời giải**

 Do p là số nguyên tố và p > 3 nên p không chia hết cho 3. (\*)

 pn có 20 chữ số. Các chữ số chỉ có thể là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gồm 10 chữ số đôi một khác nhau.

 Nếu không có quá nhiều hơn 2 chữ số giống nhau thì mỗi chữ số phải có mặt đúng 2 lần trong cách viết số pn. Như vậy tổng các chữ số của số pn là: 2(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 903 nên pn ..3

Điều này mâu thuẫn (\*).

 Vậy trong số pn phải có ít nhất 3 chữ số giống nhau.

## Tìm các số nguyên dương n để  là số nguyên tố.

**Lời giải:**

+ Với  ta có  là số nguyên tố.

+ Với  ta có 

Mặt khác, ta có 

**\* Chú ý : **

Mà 

Suy ra 

Tương tự, 

Khi đó, 

Suy ra với  thì  là hợp số.

Vậy,  thì  là số nguyên tố.

##

Chứng minh:  và  là hai số nguyên tố cùng nhau

**Lời giải**

Chứng minh:  và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

Gọi , 

Khi đó, 

Vậy, và  là hai số nguyên tố cùng nhau.

## Tìm các số nguyên tố *p* sao cho 7*p* + 1 bằng lập phương một số tự nhiên

Lời giải

Tìm các số nguyên tố *p* sao cho 7*p* + 1 bằng lập phương một số tự nhiên.

Giả sử , mà 

Khi đó  (\*)

Vì 7, *p* là các số nguyên tố, 

nên từ (\*) suy ra  hoặc .

, đúng.

.

Giải ra ta được *m* = 2 hoặc *m* = -3 đều không thỏa mãn điều kiện .

Vậy chỉ có số nguyên tố *p* = 73 là số cần tìm.

Cho Tìm tất cả các số tự nhiên để là số nguyên tố.

**Lời giải**

Vì là số tự nhiên nên Như vậy muốn là số nguyên tố thì ta phải có

Khi đó là số nguyên tố


## Số tự nhiên là số nguyên tố hay hợp số ? Giải thích

**Lời giải**

nên có thể viết

là hợp số


## Tìm tất cả các số nguyên dương

để là số nguyên tố

**Lời giải**

Đặt:
Với thì là số nguyên tố

Với ta có:



Ta lại có: 

. Suy ra mà  nên A là hợp số.

Vậy là số nguyên dương duy nhất thỏa mãn điều kiện

## Tìm số tự nhiên để là số nguyên tố biết:

**Lời giải**

Biến đổi được 

Nếu  không thỏa mãn đề Câu

Nếu thỏa mãn đề Câu vì 

Nếu không thỏa mãn đề Câu vì khi đó có từ 3 ước trở lên là  và 

Vậy thì là số nguyên tố.

##  Tìm số nguyên sao cho là số nguyên tố

**Lời giải**

Ta có:

 

Vì 

Có: và 

Vậy là số nguyên tố thì 

## Cho là số tự nhiên lẻ. Chứng minh  chia hết cho

**Lời giải**

Ta có: 

Vì  là ba số tự nhiên liên tiếp nên có một trong ba số đó chia hết cho 3.

Do đó 

Vì 3 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau nên kết hợp với  suy ra 

## Cho  trong đó  là số nguyên tố. Tìm các giá trị của  để tổng các ước dương của .. là số chính phương.

**Lời giải**

Các ước dương của là 

Tổng các ước là 



Ta có:



Do đó :



Vậy 

##  Tìm các số nguyên tố và sao cho

**Lời giải**

Ta có: 

Xét trường hợp : 

Khi đó ta có (do nguyên tố) . Từ đó suy ra 

Xét trường hợp 

Khi đó ta có: (do y nguyên tố) suy ra 

##  Ta có:



Với thì 

Nên để B là số nguyên tố thì trước hết 

Hay 

Thử lại , với thì 

37 là số nguyên tố nên là giá tị cần tìm

##  Đặt a2+ a + 1 = x (1)

A = x(x + 1) – 12 = x2 + x – 12= x2 – 3x + 4x – 12

 = (x2 – 3x) + (4x – 12) = x(x - 3) + 4(x - 3)

 = (x - 3)(x + 4)

Thay (1) vào biểu thức A, ta có

A = (a2 + a - 2)(a2 + a + 5)

 = (a2 + 2a – a - 2)(a2 + a + 5)

 = (a - )( a + 2)(a2 + a + 5)

Ta thấy 

Vậy A là hợp số

##

**Lời giải**

Đặt:$A=1+n^{2017}+n^{2018}$
Với $n=1 $thì $A=3 $là số nguyên tố

Với $n>1 $ta có:

$$1+n^{2017}+n^{2018}=\left(n^{2018}-n^{2}\right)+\left(n^{2017}-n\right)+\left(n^{2}+n+1\right)$$

$$=n^{2}\left(n^{2016}-1\right)+n\left(n^{2016}-1\right)+\left(n^{2}+n+1\right)=\left(n^{2016}-1\right)\left(n^{2}+n\right)+\left(n^{2}+n+1\right)$$

Ta lại có: $n^{2016}-1=\left(n^{3}\right)^{672}-1=\left(n^{3}-1\right)\left[\left(n^{3}\right)^{671}+\left(n^{3}\right)^{670}+…+n^{3}+1\right]\vdots \left(n^{3}-1\right)$

$$⇒\left(n^{2016}-1\right)\vdots \left(n^{2}+n+1\right)$$

Suy ra $A\vdots \left(n^{2}+n+1\right) , mà 1< n^{2}+n+1<A$ nên A là hợp số

Vậy n =1 là số nguyên dương duy nhất thỏa mãn điều kiện.

## Cho Tìm tất cả các số tự nhiên để  là số nguyên tố.

**Lời giải**



Vì n là số tự nhiên nên . Như vậy muốn là số nguyên tố thì phải có hay 

Khi đó là số nguyên tố.

## Tìm số tự nhiên để là số nguyên tố biết: .

**Lời giải**

Biến đổi được 

Nếu  không thỏa mãn đề bài

Nếu thỏa mãn đề bài vì 

Nếu không thỏa mãn đề bài vì khi đó có từ 3 ước trở lên là  và 

Vậy thì là số nguyên tố.

## Tìm số tự nhiên để là số nguyên tố biết:

**Lời giải**

1) Biến đổi được 

Nếu  không thỏa mãn đề bài

Nếu thỏa mãn đề bài vì 

Nếu không thỏa mãn đề bài vì khi đó có từ 3 ước trở lên là  và 

Vậy thì là số nguyên tố.

## Tìm số nguyên sao cho là số nguyên tố

**Lời giải**

Ta có: 

Vì 

Có: và 

Vậy là số nguyên tố thì 