**DẠNG 14: CÁC DẠNG KHÁC**

**A.Bài toán**

**Bài 1:** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ô tô đi từ A đến B .Cùng một lúc ô tô thứ hai đi từ B đến A với vận tốc bằng  vận tốc ô tô thứ nhất .Sau 5 giờ chúng gặp nhau.Hỏi mỗi ô tô đi cả quãng đường AB thì mất bao lâu?

**Bài 2:** Một khối 8 có số học sinh đội tuyển Toán bằng số học sinh đội tuyển Anh và bằng số học sinh đội tuyển Văn. Đội tuyển Văn có số học sinh ít hơn tổng số học sinh của hai đội tuyển kia là 38 học sinh. Tính số học sinh của mỗi đội tuyển ?

**Bài 3:**Trong một đề thi có 3 Câu toán Có 25 học sinh mỗi người đều đã giải được ít nhất một trong 3 Câu đó. Biết rằng:

* Trong số thí sinh không giải được Câu A thì số thì sinh đã giải được Câu B nhiều gấp hai lần số thí sinh đã giải được Câu C
* Số thí sinh chỉ giải được Câu A nhiều hơn số thí sinh giải được Câu A và thêm Câu khác là 1 người
* Số thí sinh chỉ giải được Câu A bằng số thí sinh chỉ giải được Câu B cộng với số thí sinh chỉ giải được Câu C.

Hỏi có bao nhiêu thí sinh chỉ giải được Câu B?

**Bài 4:** Để tham gia ngày chạy Olympic vì sức khỏe toàn dân, trường A đã nhận được một số chiếc áo và chia đều cho các lớp. Biết rằng theo thứ tự, lớp thứ nhất nhận được 4 áo và $\frac{1}{9}$ số còn lại, rồi đến lớp thứ n(n = 2;3;4...)nhận được 4n áo và $\frac{1}{9}$ số áo còn lại. Cứ như thế các lớp đã nhận hết số áo. Hỏi trường A đã nhận được bao nhiêu chiếc áo ?

**Bài 5:** Cho  là 2018 số thực thoả mãn , với .

Tính 

**Bài 6:** Rút gọn:

 a) ;

b) .

**Bài 7:** a) So sánh hai số  và 

 b)  và 

**Bài 8:** Thực hiện phép tính:

 a) .

 b) 

**Bài 9:** a)Xác định  để  là số tự nhiên;

 b) Tính tổng 

**Bài 10:** a) Tìm số tự nhiên  khác 0, biết: .

b) Tính: 

**Bài 11:** So sánh  và , biết: ; .

**Bài 12:** Tìm một số có 8 chữ số:  thỏa mãn 2 điều kiện và b sau:

1.  b) 

**Bài 13:** Một số gồm 4 chữ số giống nhau chia cho một số gồm 3 chữ số giống nhau thì được thương là 16 và số dư là một số r nào đó

 Nếu số bị chia và số chia đều bớt đi một chữ số thì thương không đổi và số dư giảm bớt 200. Tìm các số đó

1. Cho và Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho và Tính giá trị của biểu thức 
3. Hãy tính số bị chia, số chia và thương số trong phép chia sau đây:

biết rằng cả ba số đều là bình phương của những số nguyên

(những chữ khác nhau là các chữ số khác nhau)

1. Cho Tính giá trị biểu thức 
2. Chứng minh : 
3. Cho: và (

Chứng minh 

1. Rút gọn biểu thức: 
2. Cho Tính 

Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức : 

1. Chứng minh rằng nếu với 

Thì 

1. Cho thỏa mãn Tính giá trị của biểu thức 
2. Rút gọn biểu thức: 
3. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì phân số  là phân số tối giản
4. Cho Chứng minh rằng: 
5. Cho dương và .

Tính : 

1. Cho  và Chứng minh rằng: 
2. Một vật thể chuyển động từ A đến B theo cách sau: đi được thì dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp dừng lai 2 giây, rồi đi tiếp dừng lại 3 giây… Cứ như vậy đi từ A đến B kể cả dừng hết tất cả giây. Biết rằng khi đi vật thể luôn có vận tốc giây. Tính khoảng cách từ A đến B.
3. Tìm giá trị của m để cho phương trình  có nghiệm số gấp ba nghiệm số của phương trình: 
4. Cho và . Sắp xếp theo thứ tự giảm dần của 
5. Thực hiện các phép tính:
6. 
7. 
8. Thực hiện phép tính

 a) 98.28 – ( 184 - 1)(184 + 1)

 b) (2x - 1)2 + 2(2x - 1)(x + 1) + (x + 1)2

 c)

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình

 Một tổ sản xuất lập kế hoạch sản xuất, mỗi ngày sản xuất được 50 sản phẩm. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ đó sản xuất được 57 sản phẩm. Do đó đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 13 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm và thực hiện trong bao nhiêu ngày

1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó

1. Khi xây dựng bể bơi, để thay nước thường xuyên cho bể người ta đặt một vòi nước chảy vào bể và một vòi chảy ra ở lưng chừng bể. Khi bể cạn, nếu mở cả hai vòi thì sau 2 giờ 42 phút bể đầy nước. Còn nếu đóng vòi chảy ra và mở vòi chảy vào thì sau 1 giờ 30 phút thì đầy bể. Biết vòi chảy vào mạnh hơn gấp 2 lần vòi chảy ra.

a. Tính thời gian nước chảy vào từ lúc bể cạn đến lúc nước ngang chỗ đặt vòi chảy ra.

b. Nếu chiều cao của bể là 2m thì khoảng cách từ chỗ đặt vòi chảy ra đến đáy bể là bao nhiêu?

1. Tìm  biết :

  và 

1. a) Tìm số có hai chữ sô mà bình phương của nó bằng lập phương của tổng các chữ số của nó.

b)Tìm ba số tự nhiên liên tiếp biết rằng nếu cộng ba tích, mỗi tích của hai trong ba số đó thì được 26.

 c) Tìm bốn số nguyên dương liên tiếp, biết rằng tích của chúng bằng 120

1. Gọi là độ dài ba cạnh của tam giác thỏa mãn Chứng minh tam giác đều.
2. Hãy tính số bị chia, số chia và thương số trong phép chia sau đây:

biết rằng cả ba số đều là bình phương của những số nguyên

(những chữ khác nhau là các chữ số khác nhau)

1. Biết và . Tính 

|  |  |
| --- | --- |
| Một trường học được xây dựng trên khu đất hình chữ nhật ABCD có Ở phía chiều rộng AB tiếp giáp đường chính, người ra sử dụng hai lô đất hình vuông để xây dựng phòng làm việc và nhà để xe. Diện tích còn lại để xây phòng học và các công trình khác (như hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất còn lại để xây phòng học và các cong trình khác. |  |

**B.Lời giải**

**Bài 1:** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ô tô đi từ A đến B .Cùng một lúc ô tô thứ hai đi từ B đến A với vận tốc bằng  vận tốc ô tô thứ nhất .Sau 5 giờ chúng gặp nhau.Hỏi mỗi ô tô đi cả quãng đường AB thì mất bao lâu?

**Lời giải**

- Chọn ẩn và đặt điều kiện đúng

- Biểu thị được mỗi đại lượng theo ẩn và số liệu đã biết.

- Lập được phương trình .

- Giải đúng phương trình .

- Đối chiếu và trả lời đúng thời gian của một ô tô – Lập luận , tính và trả lời đúng thời gian của ô tô còn lại.

**Bài 2:**

Một khối 8 có số học sinh đội tuyển Toán bằng số học sinh đội tuyển Anh và bằng số học sinh đội tuyển Văn. Đội tuyển Văn có số học sinh ít hơn tổng số học sinh của hai đội tuyển kia là 38 học sinh. Tính số học sinh của mỗi đội tuyển ?

**Lời giải**

Gọi số học sinh đội tuyển Toán, Anh, Văn thứ tự là 

Ta có: 

Tính đúng và kết luận

**Bài 3:**

Trong một đề thi có 3 Câu toán Có 25 học sinh mỗi người đều đã giải được ít nhất một trong 3 Câu đó. Biết rằng:

* Trong số thí sinh không giải được Câu A thì số thì sinh đã giải được Câu B nhiều gấp hai lần số thí sinh đã giải được Câu C
* Số thí sinh chỉ giải được Câu A nhiều hơn số thí sinh giải được Câu A và thêm Câu khác là 1 người
* Số thí sinh chỉ giải được Câu A bằng số thí sinh chỉ giải được Câu B cộng với số thí sinh chỉ giải được Câu C.

Hỏi có bao nhiêu thí sinh chỉ giải được Câu B?

**Lời giải**

Gọi là số học sinh chỉ giải được Câu A, b là số thí sinh chỉ giải được Câu B, c là số thí sinh chỉ giải được Câu C, d là số thí sinh giải được 2 Câu B và C nhưng không giải được Câu A. Khi đó số thí sinh giải được Câu A và thêm ít nhất một trong hai Câu B và C là : 

 Theo Câu ra ta có:

 và 

Từ các đẳng thức trên ta có: 

Vậy số thí sinh chỉ giải được Câu B là 6 thí sinh.

**Bài 4:** Để tham gia ngày chạy Olympic vì sức khỏe toàn dân, trường A đã nhận được một số chiếc áo và chia đều cho các lớp. Biết rằng theo thứ tự, lớp thứ nhất nhận được 4 áo và $\frac{1}{9}$ số còn lại, rồi đến lớp thứ n(n = 2;3;4...)nhận được 4n áo và $\frac{1}{9}$ số áo còn lại. Cứ như thế các lớp đã nhận hết số áo. Hỏi trường A đã nhận được bao nhiêu chiếc áo ?

**Lời giải**

Gọi số lớp của trường A được nhận áo là*x*

Vì lớp thứ *x* nhận áo cuối cùng và số áo được phát hết nên số áo lớp thứ *x* nhận được là 4*x*.

Lớp thứ *x* – 1 nhận số áo là :

$4\left(x-1\right)+ \frac{1}{8}.4x=4,5x-4$$4\left(x-1\right)+ \frac{1}{8}.4x=4,5x-4$

Vì số áo các lớp nhận được như nhau nên ta có phương trình:
$$4,5x-4=4x⇔ x=8$$

Suy ra số áo mỗi lớp nhận được: 4.8 = 32 (áo)

Suy ra số áo trường A nhận được: 32.8 = 256 (áo)

**Bài 5:**Cho  là 2018 số thực thoả mãn , với .

Tính 

**Lời giải**

Ta có : 

Do đó, 

 

**Bài 6:** Rút gọn:

 a) ;

b) .

**Lời giải**

a) ;

 

 b) 

 

 

 

**Bài 7:** a) So sánh hai số  và 

 b)  và 

 **Lời giải**

a) Ta có: 

 

 

 

 

 

 

Vậy, 

 b) C/m BĐT phụ:  với 

Xem  và  suy ra 

**Bài 8:** Thực hiện phép tính:

 a) .

 b) 

 **Lời giải**

Thực hiện phép tính:

 a) 

 

 b) 

 ****

Vậy, 

**Bài 9:** a)Xác định  để  là số tự nhiên;

 b) Tính tổng 

**Lời giải**

a)Xác định  để  là số tự nhiên

Để  là số tự nhiên







Lập bảng :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -21 | -7 | -3 | -1 | 1 | 3 | 7 | 21 |
|  | -8 | 6 | 10 | 12 | 14 | 16 | 20 | 34 |
|  | -2 |  |  | 3 |  | 4 | 5 |  |

Vì  nên chọn 

Thử lại:

+ Với , ta có:  ( Loại )

+ Với , ta có:  ( Nhận )

+ Với , ta có:  ( Nhận )

KL : 

 ***b) Tính tổng ***

Ta có: *** ***

 ******

**Bài 10:** a) Tìm số tự nhiên  khác 0, biết: .

b) Tính: 

**Lời giải**

a) Tìm số tự nhiên  khác 0, biết: .

Ta có: 

 

Khi đó, ta có: 

Vậy, .

b) Ta có: 

 

 

Vậy, .

**Bài 11:** So sánh  và , biết: ; .

**Lời giải**



 

 

**Bài 12:** Tìm một số có 8 chữ số:  thỏa mãn 2 điều kiện và b sau:

1.  b) 

**Lời giải**

Ta có: 

Từ (1) và (2) 



Do là 3 số tự nhiên liên tiếp nên có 3 khả năng:

 là số 

1. số đó là 
2. không thỏa mãn

**Bài 13:** Một số gồm 4 chữ số giống nhau chia cho một số gồm 3 chữ số giống nhau thì được thương là 16 và số dư là một số r nào đó

 Nếu số bị chia và số chia đều bớt đi một chữ số thì thương không đổi và số dư giảm bớt 200. Tìm các số đó

**Lời giải**

Ta có: 

Với 

Trừ các đẳng thức ta có:



Ta có các số và thỏa mãn.

1. Cho và Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Từ 



1. Cho và Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Từ 



Ta lại có: 



Do đó: 

1. Hãy tính số bị chia, số chia và thương số trong phép chia sau đây:

biết rằng cả ba số đều là bình phương của những số nguyên

(những chữ khác nhau là các chữ số khác nhau)

**Lời giải**



Vì phải là những số thuộc 

Do nên 

Giả sử khi đó (vô lý) vì phải là một số chẵn nên 

Với q=9 ta có: suy ra vì tích là số có 4 chữ số nên ta lại có tức là 

Ta thấy vậy là số chia hết cho 9 nên 

Tóm lại ta có: 

1. Cho Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

****

1. Chứng minh : 
2. Cho: và (

Chứng minh 

**Lời giải**

1.



1. Bình phương 2 vế ta có:



1. Rút gọn biểu thức: 

**Lời giải**

Ta có: 



1. Cho Tính 

**Lời giải**

Ta có  thì :



(vì 

Theo giả thiết 



Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức : 

**Lời giải**





Tương tự: 



1. Chứng minh rằng nếu với 

Thì 

**Lời giải**

Từ gt 



Do nên 

Hay 

1. Cho thỏa mãn Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Xét 

Vì 

1. Rút gọn biểu thức: 

**Lời giải**

Ta có:



1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì phân số  là phân số tối giản

**Lời giải**

Gọi với 

Ta có: và 

Khi đó và 

Hay và 

hay 

Vậy phân số là phân số tối giản với mọi số tự nhiên 

1. Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giả**

Nhân cả 2 vế của với , rút gọn suy ra đpcm

1. Cho dương và .

Tính : 

**Lời giải**



Vì 

Vì 

Vậy 

1. Cho  và Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Từ 



Ta có: 



1. Một vật thể chuyển động từ A đến B theo cách sau: đi được thì dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp dừng lai 2 giây, rồi đi tiếp dừng lại 3 giây… Cứ như vậy đi từ A đến B kể cả dừng hết tất cả giây. Biết rằng khi đi vật thể luôn có vận tốc giây. Tính khoảng cách từ A đến B.

**Lời giải**

Gọi là số lần đi , số lần dừng là 

Thời gian đi



Thời gian dừng:



Lập được phương trình



Khoảng cách AB là 

1. Tìm giá trị của m để cho phương trình  có nghiệm số gấp ba nghiệm số của phương trình: 

**Lời giải**

 ****

Để phương trình có nghiệm gấp ba lần nghiệm của phương trình hay 

Ta có:



Vậy 

1. Một người đi xe gắn máy từ A đến B dự định mất giờ 20 phút. Nếu người ấy tăng vận tốc thêm thì sẽ đến sớm hơn 20 phút. Tính khoảng cách và vận tốc dự định đi của người đó.

**Lời giải**

 Gọi khoảng cách giữa A và B là 

Vận tốc dự định của người đi xe gắn máy là: 

Vận tốc của người đi xe gắn máy khi tăng lên là: 

Theo đề bài ta có phương trình: 

Vậy khoảng cách giữa A và B là 

Vận tốc dự định là: 

1. Cho và . Sắp xếp theo thứ tự giảm dần của 

**Lời giải**

 Xét hiệu 

Vì nên Suy ra 

Xét hiệu 

Vì nên . Suy ra 

Từ (1) và (2) ta sắp xếp theo thứ tự giảm dần là 

1. Thực hiện các phép tính:
2. 
3. 

**Lời giải**

1. 

Ta có: 





1. Thực hiện phép tính

 a) 98.28 – ( 184 - 1)(184 + 1)

 b) (2x - 1)2 + 2(2x - 1)(x + 1) + (x + 1)2

 c)

**Lời giải**

 a/ = 188 – (188 – 1)

 = 188 – 188 + 1 = 1

b/ = 

 = (3x)2 = 9x2

c/ = 

 = 

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình

 Một tổ sản xuất lập kế hoạch sản xuất, mỗi ngày sản xuất được 50 sản phẩm. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ đó sản xuất được 57 sản phẩm. Do đó đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 13 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm và thực hiện trong bao nhiêu ngày

**Lời giải**

Gọi số ngày tổ dự đinh sản xuất là : x ngày (

Vậy số ngày tổ đã thực hiện  (ngày)

Số sản phẩm làm theo kế hoạch là :  (sản phẩm)

Số sản phẩm thực hiện là :  (sản phẩm)

Theo đề bài ta có phương trình : 

 (thỏa mãn)

Vậy số ngày dự định sản xuất là 10 ngày

Số sản phẩm phải làm theo kế hoạch là : (sản phẩm)

1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó

**Lời giải**

Gọi tử số của phân số cần tìm là x thì mẫu số của phân số cần tìm là x + 11. Phân số cần tìm là 

Khi bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số 4 đơn vị ta được phân số (

Theo bài ta có phương trình 

Vậy phân số cần tìm là 

1. Khi xây dựng bể bơi, để thay nước thường xuyên cho bể người ta đặt một vòi nước chảy vào bể và một vòi chảy ra ở lưng chừng bể. Khi bể cạn, nếu mở cả hai vòi thì sau 2 giờ 42 phút bể đầy nước. Còn nếu đóng vòi chảy ra và mở vòi chảy vào thì sau 1 giờ 30 phút thì đầy bể. Biết vòi chảy vào mạnh hơn gấp 2 lần vòi chảy ra.

a. Tính thời gian nước chảy vào từ lúc bể cạn đến lúc nước ngang chỗ đặt vòi chảy ra.

b. Nếu chiều cao của bể là 2m thì khoảng cách từ chỗ đặt vòi chảy ra đến đáy bể là bao nhiêu?

**Lời giải**

a) Gọi thời gian nước chảy vào từ lúc bể cạn đến lúc mực nước ngang chỗ đặt vòi chảy ra là x giờ

Trong 1 giờ vòi chảy vào bể được  bể

Trong 1 giờ vòi chảy ra được  bể

Nếu mở cả hai vòi, lượng nước chảy vào bể trong một giờ được 

Trong x giờ đầu, chỉ có vòi chảy vào làm việc nên lược nước chảy vào bể là  bể

Trong 2 giờ 42 phút – x giờ (tức là 2,7 giờ - x giờ) còn lại, cả hai vòi làm việc nên lượng nước chảy vào bể là 

Ta có phương trình: 

Do đó x = 0,3. Thời gian nước chảy vào từ lúc bể cạn đến lúc mực nước ngang chỗ đặt vòi chảy ra là 0,3 giờ

b) Theo đề bài, nếu riêng vòi chảy vào làm việc trong 1,5 giờ thì mực nước cao 2m. Vậy nếu riêng vòi chảy vào làm việc trong 0,3 giờ thì mực nước cao 

Khoảng cách từ chỗ đặt vòi chảy ra đến đáy bể là 0,4 m

1. Tìm  biết :

  và 

**Lời giải**

  và 

Ta có: 

và 

Từ (1) và (2) suy ra .

Thay  vào (1) suy ra .

Vậy,  và .

1. a) Tìm số có hai chữ sô mà bình phương của nó bằng lập phương của tổng các chữ số của nó.

b)Tìm ba số tự nhiên liên tiếp biết rằng nếu cộng ba tích, mỗi tích của hai trong ba số đó thì được 26.

 c) Tìm bốn số nguyên dương liên tiếp, biết rằng tích của chúng bằng 120

**Lời giải**

a) Số cần tìm có dạng , với 

Theo đề bài ta có: 

Hệ thức (1) chứng tỏ  phải là một số lập phương và  phải là một số chính phương.

Do  hoặc 

+Nếu  ( chính phương )

+Nếu  ( không chính phương nên loại )

Vậy, số cần tìm là .

b) Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là  ( ĐK : )

Ta có :  ( Vì  )

Vậy, ba số tự nhiên liên tiếp phải tìm là 2, 3, 4.

c) Gọi bốn số nguyên dương liên tiếp là  ( ĐK : )

Ta có : 

 

 

Vì  nên   ( Vì  )

Vậy, bốn số nguyên dương liên tiếp phải tìm là 2, 3, 4, 5

1. Gọi là độ dài ba cạnh của tam giác thỏa mãn Chứng minh tam giác đều

**Lời giải**

1. C/m:

+)Từ giả thiết suy ra : 



Biến đổi được kết quả: 

Tam giác đó là đều (đpcm)

1. Hãy tính số bị chia, số chia và thương số trong phép chia sau đây:

 biết rằng cả ba số đều là bình phương của những số nguyên

(những chữ khác nhau là các chữ số khác nhau)

**Lời giải**



Vì phải là những số thuộc 

Do nên 

Giả sử khi đó (vô lý) vì phải là một số chẵn nên 

Với q=9 ta có: suy ra vì tích là số có 4 chữ số nên ta lại có tức là 

Ta thấy vậy là số chia hết cho 9 nên 

Tóm lại ta có: 

1. Biết và . Tính 

**Lời giải**



|  |  |
| --- | --- |
| Một trường học được xây dựng trên khu đất hình chữ nhật ABCD có Ở phía chiều rộng AB tiếp giáp đường chính, người ra sử dụng hai lô đất hình vuông để xây dựng phòng làm việc và nhà để xe. Diện tích còn lại để xây phòng học và các công trình khác (như hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất còn lại để xây phòng học và các cong trình khác. |  |

**Lời giải**

Đặt :



Diện tích nhỏ nhất 

Diện tích lớn nhất còn lại: 