**DẠNG 10: BIỂU THỨC HỮU TỈ**

**A. Bài minh họa**

**Bài 1:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của biểu thức tại 
3. Tìm giá trị của để 

**Bài 2:** Cho 

Chứng minh rằng 

**Bài 3:** Cho chứng minh rằng : 

**Bài 4:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Có giá trị nào của để không ?
4. Tìm nguyên để nhận giá trị là số nguyên.

**Bài 5:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Bài 6:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên

**Bài 7:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tìm để 
3. Tìm giá trị của để biểu thức đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 8:** Cho  và Tính 

**Bài 10:** Cho Tính 

**Bài 11:** Tìm số tự nhiên để: có giá trị là một số nguyên

**Bài 12:** Chứng minh rằng:

1.  biết 
2. Với  thì 

**Bài 13:** Cho  và . Chứng minh rằng: 

**Bài 14:** Cho phân thức 

1. Tìm điều kiện của để giá trị của phân thức được xác định
2. Tìm giá trị của để giá trị của phân thức bằng 1

**Bài 15:** Cho biểu thức



1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của khi 
3. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.
4. Tìm để 

**Bài 16:** a)Rút gọn biểu thức : 

b) Cho Tính 

**Bài 17:** Thực hiện phép tính: 

**Bài 18:** Cho đôi một khác nhau và 

Tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 19:** Cho ba số khác nhau đôi một và khác 0, đồng thời thỏa mãn diều kiện . Tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 20:** Cho trong đó la các số khác nhau và khác 0, Chứng minh rằng: 

**Bài 21:** Cho biểu thức 

a) Tìm giá trị của để biểu thức xác định

b) Tìm giá trị của để biểu thức có giá tri bằng 0

c) Tìm giá trị nguyên của dể biểu thức A có giá trị nguyên.

**Bài 22:**

a) Chứng minh : 

b) Tìm  biết: và 

**Bài 23:** Cho biểu thức:

với 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính giá trị của biểu thức biết thỏa mãn đẳng thức:



**Bài 24:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 25:** Cho biểu thức: 

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A, biết 

c) Tìm giá trị của để 

d) Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên.

**Bài 26:** Cho  dương và . Tính : 

**Bài 27:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm giá trị của để A đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó

**Bài 28:** Cho 3 số khác 0, thỏa mãn Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 29:** Cho đôi một khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

Nếu thì 

**Bài 30:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P khi là nghiệm của phương trình 

**Bài 31:** Cho biểu thức : 

a) Tìm điều kiện của để biểu thức xác định

b) Rút gọn biểu thức 

c) Tìm giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên.

**Bài 32:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm các giá trị nguyên của để bểu thức nhận giá trị nguyên

c) Tìm để 

**Bài 33:** Cho các số nguyên thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 34:**

a) Cho  Hãy rút gọn phân thức : 

b) Tìm tích: 

c) Cho và .

CMR: 

d) Cho tính giá trị của biểu thức 

**Bài 35:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm để 

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của khi 

**Bài 36:**

a) Rút gọn biểu thức sau: 

b) Chứng minh rằng:



**Bài 37:**

a) Chứng minh rằng: Nếu thì 

b) Cho ba số khác thỏa mãn : 

Chứng minh rằng 

**Bài 38:** Rút gọn biểu thức 

**Bài 39:** Cho biểu thức 

a) Hãy tìm điều kiện của để giá trị của biểu thức A được xác định

b) Chứng minh rằng khi giá trị của biểu thức xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến 

**Bài 40:**

a) Cho đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức 

b) Cho 

Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương ta có: 

**Bài 41:**

a) Tìm biết và 

b) Tìm 2 số hữu tỉ và b biết: 

c) Cho và  Tính 

d) Cho và 

Tính 

**Bài 42:**

a) Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:



b) Tính giá trị biểu thức  Biết 

**Bài 43:** Cho biểu thức : 

a) Tìm điều kiện của để giá trị của A được xác định

b) Rút gọn 

c) Nếu là các số thực làm cho xác định và thỏa mãn:hãy tìm tất cả các giá trị nguyên dương của 

**Bài 44:** Cho biểu thức : 

a) Tìm để giá trị của  được xác định. Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để A nhận giá trị nguyên

**Bài 45:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn 
2. Tìm các giá trị của để 

**Bài 46:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tính giá trị của biểu thức tại 
3. Tìm giá trị của để 

**Bài 47:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn A
2. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Bài 48:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Có giá trị nào của để không ?
4. Tìm nguyên để nhận giá trị là số nguyên.

**Bài 49:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A, biết 
3. Tìm giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên

**Bài 50:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn M
2. Tính giá trị của M khi 

**Bài 51:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A biết 
3. Tìm các giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên.

**Bài 52:** Cho 

1. Rút gọn P
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 53:** Cho biểu thức : 

1. Tìm ĐKXĐ rồi rút gọn biểu thức A
2. Tìm giá trị của để 
3. Tính giá trị của A trong trường hợp 

**Bài 54:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 

Tìm giá trị nguyên lớn nhất của để có giá trị là một số nguyên

**Bài 55.** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị biểu thức khi thỏa mãn ; \
3. Nếu là các số thực dương làm cho xác định và thỏa mãn: Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Bài 56**. Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tìm giá trị của để 

**Bài 57**. Rút gọn biểu thức sau: 

**Bài 58**. Chứng minh rằng:



**Bài 59** Biết với . Tính giá trị biểu thức: 

**Bài 60.** Cho biểu thức : 

1. Tìm điều kiện xác định của rút gọn 
2. Tìm khi 
3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Bài 61**. Cho  và Chứng minh rằng 

**Bài 62.** Rút gọn biểu thức :



**Bài 63.** Cho x, y là hai số thay đổi thỏa mãn điều kiện x > 0, y < 0 và x + y = 1.

a) Rút gọn biểu thức .

b) Chứng minh rằng: A < - 4.

**Bài 64.** Cho ba số x, y, z thỏa mãn điều kiện:

4x2 + 2y2 + 2z2 – 4xy – 4xz + 2yz – 6y – 10z + 34 = 0,

Tính gia trị của biểu thức T = (x – 4)2014 + (y – 4)2014 + (z – 4)2014.

**Bài 65**. Cho x, y là hai số thay đổi thỏa mãn điều kiện x > 0, y < 0 và x + y = 1.

a) Rút gọn biểu thức .

b) Chứng minh rằng: A < - 4.

**Bài 66.** Cho ba số x, y, z thỏa mãn điều kiện:

4x2 + 2y2 + 2z2 – 4xy – 4xz + 2yz – 6y – 10z + 34 = 0,

Tính gia trị của biểu thức T = (x – 4)2014 + (y – 4)2014 + (z – 4)2014.

**Bài 67.** Cho 

1. Rút gọn M
2. Xác định a để 

**Bài 68** Cho Tính 

**Bài 69**. Cho biểu thức: .

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên ? Cho biểu thức:

**Bài 70:** Cho ba số x, y, z đôi một khác nhau, thỏa mãn x3 + y3 + z3 = 3xyz và xyz ≠ 0.

Tính giá trị của biểu thức: .

**Bài 71.** Cho biểu thức: 

1. Tìm điều kiện của để biểu thức M có nghĩa
2. Rút gọn biểu thức M
3. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức có giá trị nguyên.

**Bài 72.** Cho Hãy tính giá trị của biểu thức 

**Bài 73.** Tính tổng 

**Bài 74**. Cho là 3 số thỏa mãn . Chứng minh rằng: 

**Bài 75: a)** Cho thỏa mãn và Tính 

b) Tính 

**Bài 76.**

1. Tính giá trị của biểu thức tại 
2. Cho và Tính giá trị của biểu thức sau theo và b: 

**Bài 77.** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của biểu thức tại 

c) Tìm giá trị của để 

**Bài 78.** Cho ba số thỏa mãn 

Tính: 

**Bài 79**. Tính giá trị của biểu thức Biết 

**Bài 80.** Cho và  thỏa mãn : Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 81:** a) Tính giá trị của biểu thức sau: với 

b)Cho **.** Tìm giá trị của biểu thức 

**Bài 82:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 

b) Tìm các giá trị của để 

**Bài 83:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức được xác định

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm x để và biểu diễn tập các giá trị tìm được của x trên trục số

d) Tìm tất cả các số nguyên x để A có giá trị là số nguyên

**Bài 84:** Cho phân thức 

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định

b) Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức bằng 1

**Bài 85:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn P

b) Tìm để P có giá trị nguyên

c) Tìm  để 

**Bài 86:** Cho biết . Hãy tìm giá trị của biểu thức 

**Bài 87:** Cho biểu thức: 

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có giá trị.

b) Rút gọn biểu thức P.

**Bài 88:** Cho biểu thức A = 

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm x để A có giá trị bằng 671

c. Tìm x  Z để   Z

**Bài 89:** Cho biểu thức , với và .

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Tính giá trị của Q biết .

c) Tìm x để Q > 0.

**Bài 90:** Cho biểu thức  với .

a) Rút gọn P.

b) Tìm x để .

**Bài 91:** Cho biểu thức , với và .

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Tìm giá trị của x để Q có giá trị là .

**Bài 92:** Cho  và . Tính tỉ số 

**Bài 93:** Cho  và  Chứng minh rằng : 

**Bài 94:** Tìm đa thức A, biết rằng 

**Bài 95:** Cho và . Chứng minh rằng: 

**Bài 96:** a) Cho hai số thực x và y thỏa mãn  và . Tính giá trị biểu thức

.

b) Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn  và . Tính giá trị biểu thức .

**Bài 97:** Cho  và ( Với x, y, z, a, b, c khác 0).

Chứng minh rằng : .

**Bài 98:** Cho a +b +c0 và a3 + b3 + c3 = 3abc . Tính N = 

**Bài 99:** Cho biểu thức A = 

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x, để A < 0

c) Tìm các số tự nhiên x, thỏa mãn: A2 –  = 6

**Bài 100:** Cho các số tự nhiên a,b,c thỏa mãn: a2 + b2 + c2 = ab + bc + ca và a + b + c = 3.

Tính M = a2016 + 2015b2015 + 2020c

**Bài 101:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức .

b) Tìm  để .

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi .

**Bài 102:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 103:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị của , biết 
3. Tìm giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để  có giá trị nguyên

**Bài 104:** Cho  dương và 

Tính 

**Bài 105:** Cho biểu thức :

 với .

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Tính giá trị của biểu thức P biết *x*, *y* thỏa mãn đẳng thức:

.

**Bài 106:** 

1. Rút gọn P
2. Tính giá trị của P khi 
3. Tìm giá trị nguyên của để P nhận giá trị nguyên
4. Tìm để 

**Bài 107:** Cho và Chứng minh rằng: 

**Bài 108:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn 
2. Tìm các giá trị của để 

**Bài 109:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tính giá trị của biểu thức tại 
3. Tìm giá trị của để 

**Bài 110:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn A
2. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Bài 111:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Có giá trị nào của để không ? Tìm nguyên để nhận giá trị là số nguyên

**Bài 112:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A, biết 
3. Tìm giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên

**Bài 113:** Cho: và (

Chứng minh 

**Bài 114:** Cho Tính 

**Bài 115:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn M b) Tính giá trị của M khi 

**Bài 116:** Cho thỏa mãn Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 117:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 118:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A biết 
3. Tìm các giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên.

**Bài 119:** Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức : 

**Bài 120:** Chứng minh rằng nếu với 

Thì 

**Bài 121:** Cho ba số thỏa mãn . Tính 

**Bài 122:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Bài 123:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để  nhận giá trị nguyên

**Bài 124:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Bài 125:** 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của P khi 
3. Tìm giá trị nguyên của để P nhận giá trị nguyên
4. Tìm để 

**Bài 126:** Cho 

1. Rút gọn P
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 127:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của , biết 
3. Tìm giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Bài 128:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn A
2. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Bài 129:** Rút gọn biểu thức: 

**Bài 130:** Cho biểu thức : 

1. Tìm giá trị của biểu thức  xác định
2. Tìm giá trị của biểu thức  có giá tri bằng 0
3. Tìm giá trị nguyên của để  có giá trị nguyên

**Bài 131:** Cho dương và . Tính 

**Bài 132:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 133:** Cho  chứng minh rằng 

**Bài 134:** a)Cho và Tính giá trị của biểu thức 

b) Cho và Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 135:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 136:** Cho  và Chứng minh rằng:



**Bài 137:** Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 138:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 139:** Cho biểu thức 

1. Tìm để giá trị của được xác định. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 140:** Cho và Tính 

**Bài 141:** Cho là số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn 

Chứng minh là bình phương của một số hữu tỷ.

**Bài 142:** Cho thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 143:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 144:** Cho dương và .

Tính : 

**Bài 145:** Biết và . Tính 

**Bài 146:**

a)Cho Tính giá trị của biểu thức 

b) Cho hai số thỏa mãn:  và 

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 147:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn 

b) Tìm để P=

**Bài 148:** Cho và tính giá trị của biểu thức:



**Bài 149:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tìm giá trị của  để giá trị của biểu thức  bằng 0.

**Bài 150**: Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện của  để giá trị của biểu thức  được xác định;
2. Tìm giá trị của  để giá trị của  bằng 0;
3. Tìm giá trị của  để .

**Bài 151:** Tính giá trị của biểu thức , với.

Bài 152: Cho biểu 

a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn .

b) Tìm  để .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Bài 153:**  Cho 

1. Tìm ĐKXĐ của , rút gọn 
2. Tìm  nguyên thỏa mãn phương trình 

**Bài 154:** Cho . Chứng minh : 

**Bài 155:** a) Cho x, y > 0. Chứng minh rằng  và 

b) Áp dụng: Cho ba số dương a, b, c thoả mãn a + b + c =1. Chứng minh rằng 

**Bài 156:** Cho biểu thức 

Tính theo  biết rằng 

**Bài 157:** Cho ba số khác 0 thỏa mãn đẳng thức: .

Tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 158:** a) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

b) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 159:** Tính giá trị của biểu thức , với.

**Bài 160:** Cho  là hai số khác nhau, biết .

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 161:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Bài 162:** Cho . Tính giá trị của biểu thức:



**Bài 163:** Chứng minh rằng nếu ba số  thỏa mãn điều kiện:  và  thì một trong ba số phải có một số bằng 2018.

**Bài 164:** Rút gọn các phân thức:

a) ;

b) 

**Bài 165:** a) Rút gọn phân thức: 

b) Rút gọn phân thức: 

**Bài 166:** Cho các số  khác 0, thoả mãn .

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 167:** Cho  là các số dương thỏa mãn .

Chứng minh rằng: 

**Bài 168:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Bài 169:** Chứng minh rằng nếu  và  thì 

**Bài 170:** Cho  thỏa điều kiện và .

Hãy tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 171:** Rút gọn biểu thức:

a) 

b) 

**Bài 172:** Cho a + b + c = 0 và . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 173:** Cho phân thức 

a) Rút gọn A.

b) Tính  để 

**Bài 174:** a) Cho, hãy tính 

b) Cho , hãy tính 

**Bài 175:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn ;
2. Với  thì  không nhận những giá trị nào?

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  có giá trị nguyên.

**Bài 176:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn ;
2. Tìm các giá trị của  để ;

c) Tìm các giá trị của  để .

**Bài 177:** Cho phân thức: 

1. Rút gọn ;

b) Tìm  để  có giá trị nguyên.

**Bài 178:** Cho . Tính  theo .

**Bài 179:** Cho  là ba số dương khác 0 thỏa mãn:  ( Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa ). Tính: .

**Bài 180:** Cho  và . Chứng minh: 

**Bài 181:** Cho  là các số thực thỏa mãn điều kiện: . Chứng minh rằng:



**Bài 182:** Cho . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 183:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 

b) Tính giá trị của  tại .

**Bài 184:** Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

a) Tính giá trị của biểu thức: 

b) Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 185:** Rút gọn biểu thức sau:

**Bài 186:**Cho biểu thức

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tính giá trị của P khi x là nghiệm của phương trình x2 – 3x + 2 = 0

**Bài 187:** Cho biểu thức

Tìm x để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức

**Bài 188:** Cho x2 + x =1.Tính giá trị biểu thức Q = x6 + 2x5 +2x4 +2x3 + 2x2 +2x + 1

**Bài 189:** Cho biểu thức

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A
2. Tìm x để A nhận giá trị là số âm
3. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức (x+2).A nhận giá trị là số nguyên.

**Bài 190:** Cho biểu thức

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tìm giá trị của x để A nhận giá trị nguyên?
3. Tìm giá trị lớn nhất của A

**Bài 191:** Cho các số nguyên a,b,c thỏa mãn (a - b)3 + (b – c)3 + (c – a)3 = 2010

Tính giá trị của biểu thức A = |a – b| +|b – c| +|c – a|

**Bài 192:** Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x :

(x – 1)4 –x2(x2 + 6) + 4x(x2 + 1)

**Bài 193:** Chứng minh rằng:

a(b – c)(b + c – a)2 + c(a – b)(a + b – c)2 = b(a – c)(a + c – b)2

**Bài 194:** Cho a,b,c đôi một khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

Nếu a + b + c = 0 thì

**Bài 1195:** Tìm 3 số dương a,b,c thỏa mãn :

**Bài 196:** Chứng minh rằng (x2 + y2 +z2)2 = 2(x4 + y4 +z4) biết x+ y + z = 0

**Bài 197:** Biết và . Tính 

**Bài 198:** Biết với Tính giá trị biểu thức 

**Bài 199:** Cho 10a2 = 10b2 – c2. Chứng minh rằng: (7a – 3b – 2c)(7a – 3b + 2c) = ( 3a – 7b)2

**Bài 200:** Chứng minh rằng: Với mọi thì giá trị của đa thức :

là bình phương của một số hữu tỉ

**Bài 201:** Cho ba số thỏa mãn Chứng minh rằng 

**Bài 202:** Chứng minh rằng:



**Bài 203:** Cho dương và .

Tính 

**Bài 204:** Tìm  biết 

**Bài 205:** Chứng minh rằng:



**Bài 206:**

a) Cho . Tính 

b) Cho . Tính  theo 

**Bài 207:** Rút gọn biểu thức: 

**Bài 208:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức . b) Tính giá trị của , biết .

c)Tìm giá trị của  để . d) Tìm các giá trị nguyên của  để có giá trị nguyên.

**Bài 209:** Cho biểu thức: với 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của biểu thức biết thỏa mãn đẳng thức:



**Bài 210:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Bài 211:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm để 
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của khi 

**Bài 212:** Cho biểu thức : 

1. Tìm điều kiện xác định, rồi rút gọn biểu thức 
2. Tìm để 
3. Tìm các giá trị của để 

**Bài 213:** Tính giá trị của biểu thức Biết 

**Bài 214: Rút gọn các biểu thức**





**Bài 215:** Cho 3 số thỏa mãn điều kiện Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào các biến :



**Bài 216:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để  nhận giá trị nguyên

**Bài 217:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của để có giá trị là một số nguyên.

**Bài 218:**

1. Tính giá trị của biểu thức sau: với 
2. Cho 

Tìm giá trị của biểu thức 

**Bài 219:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị của để 

**Bài 220:** Cho trong đó la các số khác nhau và khác 0, Chứng minh rằng: 

**Bài 221:** Tính tổng: 

1. Rút gọn 
2. Rút gọn 

**Bài 222:**

1. Hãy viết biểu thức sau : thành hiệu hai bình phương
2. Cho 

Chứng minh rằng 

**Bài 223:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biểu thức khi 
3. Với giá trị nào của thì 
4. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Bài 224:** Rút gọn biểu thức sau: 

**Bài 225:** Chứng minh rằng: 

**Bài 226:** Cho  đôi một khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

Nếu thì 

**Bài 227:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tính giá trị của P khi là nghiệm của phương trình 

**Bài 228:** Tìm 3 số dương thỏa mãn : và 

**Bài 229:** Một giải bóng chuyền có 9 đội bóng tham gia thi đấu vòng tròn 1 lượt (hai đội bất kỳ chỉ thi đấu với nhau 1 trận). Biết đội thứ nhất thắng trận và thua trận, đội thứ 2 thắng trận và thua trận, …., đội thứ 9 thắng trận và thua trận.

Chứng minh rằng 

**Bài 230:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Bài 231:** Cho biểu thức . Tìm để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức

**Bài 232:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 
2. Tìm để nhận giá trị là số âm
3. Tìm giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị là số nguyên.

**Bài 233:** Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến 



**Bài 234:**Chứng minh rằng 

**Bài 235:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị của để nhận giá trị nguyên?
3. Tìm giá trị lớn nhất của 

**Bài 236:** Cho các số nguyên thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 237:** Cho biểu thức 

1. Tìm để giá trị của được xác định. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 238:** Cho và Tính 

**Bài 239:** Cho là số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn 

Chứng minh là bình phương của một số hữu tỷ.

**Bài 240:** Cho thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 241:** Cho dương và .

Tính : 

**Bài 242:** Cho Chứng minh rằng: 

**Bài 243:** Rút gọn biểu thức: 

**Bài 244:** Biết và . Tính 

**Bài 245:**

1. Cho Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho hai số thỏa mãn: và 

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 246:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn 
2. Tìm để P=
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Bài 247:** Cho và tính giá trị của biểu thức:



**Bài 248:** Rút gọn biểu thức: 

**Bài 249:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn 

b) Tìm giá trị lớn nhất của 

**Bài 250:** Cho là số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn  Chứng minh là bình phương của một số hữu tỷ.

**Bài 251:** Cho thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 252:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Bài 253:** Cho biểu thức . Tìm để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức

**Bài 254:** Cho biểu thức A = 

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi 

c) Tìm giá trị của x, để A < 0.

**Bài 255:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn 

b) Với thì  không nhận những giá trị nào ?

c) Tìm các giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Bài 256:** Cho biểu thức . Chứng minh rằng:

a) Nếu là độ dài ba cạnh của một tam giác thì 

b) Nếu thì hai trong ba phân thức đã cho của biểu thức bằng 1, phân thức còn lại bằng 

**Bài 257:** Cho biểu thức BTHH

a) Rút gọn 

b) Tìm để  có giá trị nguyên

c) Tìm để 

**Bài 258:** Cho biết Hãy tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 259:** Cho  là những số thực thỏa mãn:  và . Chứng minh: 

**Bài 260:** Cho biểu thức  với BTHH

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính biết thỏa mãn 

**Bài 261:** Cho là các số hữu tỷ khác 0 thỏa mãn . Chứng minh rằng: là bình phương của một số hữu tỷ

**Bài 262:** Rút gọn biểu thức sau và tìm giá tri nguyên của để biểu thức có giá trị nguyên:



**Bài 263:** Cho biểu thức : 

a) Tìm điều kiện của để giá trị của biểu thức được xác định

b) Rút gọn biểu thức 

c) Tìm để và biểu diễn tập các giá trị tìm được của trên trục số

d) Tìm tất cả các số nguyên để A có giá tri là số nguyên.

**Bài 264:** Cho và Tính tỉ số 

**Bài 265:** Cho  và . Tính: 

**Bài 266:** Cho 

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 267:**

**a)** Cho Chứng minh rằng 

b) Cho (với  Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 268:** Cho biểu thức : 

a) Tìm điều kiện xác định, rồi rút gọn biểu thức 

b) Tìm để 

c) Tìm các giá trị của để 

**Bài 269:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn M

b) Tìm nguyên đểcó giá trị là số nguyên dương

c) Tìm để 

**Bài 270:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để giá trị của biểu thức  là số nguyên.

**Bài 271:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 272:** Cho biểu thức 

a) Tìm để giá trị của được xác định. Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 273:** Cho là hai số dương và Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 274:** Cho  và  Chứng minh rằng: 

**Bài 275:** Cho và Tính 

**Bài 276:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Bài 277:** Cho . Chứng minh : 

**Bài 278:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tìm giá trị của  để giá trị của biểu thức  bằng 0.

**Bài 279:** Tìm giá trị nguyên của  để giá trị của biểu thức sau có giá trị là số nguyên.



**Bài 280:** Cho biểu thức 

Tính theo  biết rằng 

**Bài 281:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện của  để giá trị của biểu thức  được xác định;
2. Tìm giá trị của  để giá trị của  bằng 0;
3. Tìm giá trị của  để .

**Bài 282:** Cho ba số khác 0 thỏa mãn đẳng thức: .

Tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 283:** Cho  là 2018 số thực thoả mãn , với .

Tính 

**Bài 284:** a) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

b) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 285:** Rút gọn:

a) ; b) .

**Bài 286:** Tính giá trị của biểu thức , với.

**Bài 287:** a) So sánh hai số  và 

b)  và 

**Bài 288:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Bài 289:** Cho . Tính giá trị của biểu thức:



**Bài 290:** Chứng minh rằng nếu ba số  thỏa mãn điều kiện:  và  thì một trong ba số phải có một số bằng 2018.

**Bài 291:** Cho biểu 

a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn .

b) Tìm  để .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Bài 292:** Rút gọn các phân thức:

a) ; b) 

**Bài 293:** Chứng tỏ rằng đa thức:**** luôn không âm với mọi giá trị của biến .

**Bài 294:** a) Rút gọn phân thức: 

b) Rút gọn phân thức: 

**Bài 295:** Cho các số  khác 0, thoả mãn .

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 296:** Cho  là các số dương thỏa mãn .

Chứng minh rằng: 

**Bài 297:** Thực hiện phép tính:

a) .

b) 

**Bài 298:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Bài 299:** Chứng minh rằng nếu  và  thì 

**Bài 300:** a)Xác định  để  là số tự nhiên

b) Tính tổng 

**Bài 301:** Cho  thỏa điều kiện và .

Hãy tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 302:** Cho 

1. Tìm ĐKXĐ của , rút gọn 
2. Tìm  nguyên thỏa mãn phương trình 

**Bài 303:** Rút gọn biểu thức:

a) 

b) 

**Bài 304:** Cho a + b + c = 0 và . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 305:** Cho phân thức 

1. Rút gọn A.
2. Tính  để 

**Bài 306:** a) Cho, hãy tính 

b) Cho , hãy tính 

c) Cho  thỏa mãn: . Tính 

**Bài 307:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn ;
2. Với  thì  không nhận những giá trị nào?

c)Tìm các giá trị nguyên của  để  có giá trị nguyên.

**Bài 308:** Cho . Tính ?

**Bài 309:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn ;
2. Tìm các giá trị của  để ;
3. Tìm các giá trị của  để .

**Bài 310:** Cho phân thức: 

1. Rút gọn ;
2. Tìm  để  có giá trị nguyên.

**Bài 311:** Cho . Tính  theo .

**Bài 312:** a) Cho  là ba số dương khác 0 thỏa mãn:  ( Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa ). Tính: .

b) Tìm số tự nhiên  khác 0, biết: .

c) Tính: 

**Bài 313:** Cho  và . Chứng minh: 

**Bài 314:** Cho biểu thức  với  là một số tự nhiên chẵn. Hãy chứng tỏ  có giá trị nguyên.

**Bài 315:** Cho  là các số thực thỏa mãn điều kiện: . Chứng minh rằng:



**Bài 316:** Cho . Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 317:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của  tại .

**Bài 318:** Cho đa thức .

Tính giá trị của  với  là nghiệm của phương trình: .

**Bài 319:** So sánh  và , biết: ; .

**Bài 320:** Hãy viết biểu thức sau : thành hiệu hai bình phương

**Bài 321:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tìm giá trị của để 
3. Giải phương trình 

**Bài 322:** Cho và 

Chứng minh rằng giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến số 

**Bài 323:** Cho 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị thực của để và có giá trị là số nguyên.

**Bài 324:** Chứng minh rằng: nếu a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác thỏa mãn thì tam giác đó là tam giác đều.

**B. Lời giải bài minh họa.**

**Bài 1:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của biểu thức tại 
3. Tìm giá trị của để 

**Lời giải**

1. Với  thì:



1. Tại  thì



1. Với  thì  khi và chỉ khi 

Vì với mọi nên xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 2:** Cho 

Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Biến đổi đẳng thức để được



Biến đổi để có: 

Biến đổi để có: 

Vì với mọi 

Nên xảy ra khi và chỉ khi 

Từ đó suy ra 

**Bài 3:** Cho chứng minh rằng : 

**Lời giải**

Ta có: 

Mặt khác



**Bài 4:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Có giá trị nào của để không ?
4. Tìm nguyên để nhận giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

1. Rút gọn được 
2. ĐKXĐ: và 



Thay vào, tính được 

1. (vô nghiệm)

Vậy không có giá trị nào của để 

1. 

Để thì Ư

Thử lại và kết hợp với ĐKXĐ ta được 

**Bài 5:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1.  nguyên, mà nguyên nên 

Từ đó tìm được  và 

Kết hợp điều kiện 

1. Ta có: 

Kết hợp với điều kiện : 

**Bài 6:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 





1. ****

Với 

1. với 

**Bài 7:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tìm để 
3. Tìm giá trị của để biểu thức đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải**

1. Điều kiện: 

Ta có: 



1. 

Kết hợp với điều kiện suy ra khi  và 

1. Ta có: 

Vì với mọi nên với mọi 

Dấu xảy ra khi 

Vậy khi 

**Bài 8:** Cho  và Tính 

**Lời giải**

Từ 

Mà 



Nếu 

Nếu 

Nếu 

**Bài 10:** Cho Tính 

**Lời giải**





 nhận hai giá trị là hoặc 1



**Bài 11:** Tìm số tự nhiên để: có giá trị là một số nguyên

**Lời giải**



có giá trị nguyên 

là ước tự nhiên của 2 

Vậy với thì B có giá trị nguyên.

**Bài 12:** Chứng minh rằng:

1.  biết 
2. Với  thì 

**Lời giải**









(Vì )



Từ (1) và (2) 

**Bài 13:** Cho  và . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**









 Suy ra điều phải chứng minh

**Bài 14:** Cho phân thức 

1. Tìm điều kiện của để giá trị của phân thức được xác định
2. Tìm giá trị của để giá trị của phân thức bằng 1

**Lời giải**



b)



**Bài 15:** Cho biểu thức



1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của khi 
3. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.
4. Tìm để 

**Lời giải**

****

Điều kiện 

1. Rút gọn 
2. 



1. Ta có: 

Vậy Ư



1. 

Ta có: 

Để  thì 

Với  thì 

**Bài 16:** a)Rút gọn biểu thức : 

b) Cho Tính 

**Lời giải**

1. Ta có:





1. Vì



Do đó: 

**Bài 17:** Thực hiện phép tính: 

**Lời giải**

****

**Bài 18:** Cho đôi một khác nhau và 

Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**



Tương tự: 

Do đó: 

Tính đúng 

**Bài 19:** Cho ba số khác nhau đôi một và khác 0, đồng thời thỏa mãn diều kiện . Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**

Nếu thì 

Do đó, 

Nếu thì 

Do đó, , trái giả thiết

Vậy 

**Bài 20:** Cho trong đó la các số khác nhau và khác 0, Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Vì nên: 



**Bài 21:** Cho biểu thức 

a) Tìm giá trị của để biểu thức xác định

b) Tìm giá trị của để biểu thức có giá tri bằng 0

c) Tìm giá trị nguyên của dể biểu thức A có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

b) 



Vậy thì 

c) 

Vì 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Vậy thì 

**Bài 22:**

a) Chứng minh : 

b) Tìm  biết: và 

**Lời giải**

a) Ta có:



Vậy đẳng thức được chứng minh.

b) Biến đổi  về 

Lập luận suy ra 

Thay vào  ta có: 

Vậy 

**Bài 23:** Cho biểu thức:

với 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính giá trị của biểu thức biết thỏa mãn đẳng thức:



**Lời giải**

a) Với ta có:



1. Ta có:



Lập luận 

Nên thay  vào biểu thức 

**Bài 24:** Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Nhân cả 2 vế của với , rút gọn suy ra đpcm

**Bài 25:** Cho biểu thức: 

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A, biết 

c) Tìm giá trị của để 

d) Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Rút gọn kết quả : 



c) 



**Bài 26:** Cho  dương và . Tính : 

**Lời giải**



Vì 

Vì 

Vậy 

**Bài 27:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm giá trị của để A đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó

**Lời giải**

a) ĐKXĐ 

****

b) ****

Vậy 

**Bài 28:** Cho 3 số khác 0, thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**





Nếu 

Nếu 

Nếu 

**Bài 29:** Cho đôi một khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

Nếu thì 

**Lời giải**

Đặt 



Ta có: 

Ta lại có: 



Tương tự ta có: 



Vì 

Do đó: 

**Bài 30:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P khi là nghiệm của phương trình 

**Lời giải**

a) Với  ta có:



Vậy  thì 

b) 

thay vào ta có: 

Kết luận với thì 

**Bài 31:** Cho biểu thức : 

a) Tìm điều kiện của để biểu thức xác định

b) Rút gọn biểu thức 

c) Tìm giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Điều kiện 

b) 



c) Ta có  nguyên 

Vậy là ước của 

**Bài 32:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm các giá trị nguyên của để bểu thức nhận giá trị nguyên

c) Tìm để 

**Lời giải**



ĐKXĐ:



b) Để nguyên thì 



Vậy thì A nhận giá trị nguyên



Đối chiếu với ĐKXĐ ta có là giá trị cần tìm

**Bài 33:** Cho các số nguyên thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Đặt Ta có:



Ta có: 

Do la số nguyên có tổng bằng và nên 



**Bài 34:**

a) Cho  Hãy rút gọn phân thức : 

b) Tìm tích: 

c) Cho và .

CMR: 

d) Cho tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

1. Từ chỉ ra được  hoặc 



1. Nhận xét được: . Do đó:



1. Từ giả thiết 



Tương tự: . Khi đó: 

1. Từ 

Khi đó:



**Bài 35:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm để 

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của khi 

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

Rút gọn ta có: 

b) 



Vậy với và thì 

c) Ta có: 

Khi Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có: . Dấu xảy ra khi và chỉ khi Vậy GTNN của P bằng 

**Bài 36:**

a) Rút gọn biểu thức sau: 

b) Chứng minh rằng:



**Lời giải**

a) Điều kiện: 

Ta có:



Vậy với 

b) Ta có: 

Đặt 

Khi đó ta có:



=



**Bài 37:**

a) Chứng minh rằng: Nếu thì 

b) Cho ba số khác thỏa mãn : 

Chứng minh rằng 

**Lời giải**

a) Ta có: 



Ta có: 

Do đó 

b) Ta có: 

Đặt Ta được: 

Áp dụng kết quả câu a ta được:





**Bài 38:** Rút gọn biểu thức 

**Lời giải**

Ta có:







Vậy 

**Bài 39:** Cho biểu thức 

a) Hãy tìm điều kiện của để giá trị của biểu thức A được xác định

b) Chứng minh rằng khi giá trị của biểu thức xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến 

**Lời giải**

a) Giá trị của biểu thức  được xác định với điều kiện: 

b) Với ta có:



Vậy khi giá trị biểu thức được xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến

**Bài 40:**

a) Cho đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức 

b) Cho 

Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương ta có: 

**Lời giải**

a) Ta có:



Tương tự:

 và 

Do đó: 

b) Từ 



Bởi vì : thế vào ta có:



Nếu 

\*) Nếu 

Do đó: 

Vậy trong mọi trường hợp, ta có: 

**Bài 41:**

a) Tìm biết và 

b) Tìm 2 số hữu tỉ và b biết: 

c) Cho và  Tính 

d) Cho và 

Tính 

**Lời giải**

a) Ta có:

b) Ta có: 

Do đó: 

Nên và 

Vậy 

c) Phân tích 2 giả thiết để suy ra đfcm

Phân tích , phần nào có thì thay bằng 

d) Ta có: 



Do đó:



Vậy 

**Bài 42:**

a) Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:



b) Tính giá trị biểu thức Biết 

**Lời giải**

1. 
2. 

Vì nên Khi đó 

**Bài 43:** Cho biểu thức : 

a) Tìm điều kiện của để giá trị của A được xác định

b) Rút gọn 

c) Nếu là các số thực làm cho xác định và thỏa mãn:hãy tìm tất cả các giá trị nguyên dương của 

**Lời giải**

1. 
2. 
3. Cần chỉ ra giá trị lớn nhất của , từ đó tìm được được tất cả các giá trị nguyên dương của A

Từ (gt): 



(do 

+)khi 

+)khi . Từ đó , chỉ cần chỉ ra được một cặp giá trị của và y, chẳng hạn :

Vậy chỉ có thể có 2 giá trị nguyên dương là: 

**Bài 44:** Cho biểu thức : 

a) Tìm để giá trị của  được xác định. Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để A nhận giá trị nguyên

**Lời giải**

a) ĐK: Ta có:





Vậy 

b) 

**Bài 45:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn 
2. Tìm các giá trị của để 

**Lời giải**

****

Vậy 

b) ĐK: 



Ta có 





Vậy 

**Bài 46:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tính giá trị của biểu thức tại 
3. Tìm giá trị của để 

**Lời giải**

1. Với  thì



1. Tại 
2. Với thì 

**Bài 47:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn A
2. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1. 

Để có giá trị nguyên có giá trị nguyên 

 vì 

**Bài 48:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Có giá trị nào của để không ?
4. Tìm nguyên để nhận giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

1. Rút gọn được 
2. ĐKXĐ: và 



Thay vào, tính được 

1. (vô nghiệm)

Vậy không có giá trị nào của để 

1. 

Để thì Ư

Thử lại và kết hợp với ĐKXĐ ta được 

**Bài 49:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A, biết 
3. Tìm giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên

**Lời giải**

1. Rút gọn được kết quả : 
2. 
3. 



**Bài 50:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn M
2. Tính giá trị của M khi 

**Lời giải**

1. Rút gọn M





1. 

Với 

Với 

**Bài 51:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A biết 
3. Tìm các giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. Rút gọn biểu thức được kết quả: 
2. 
3. 
4. 

**Bài 52:** Cho 

1. Rút gọn P
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**





Nêu ĐKXĐ: 

Rút gọn 



ta thấy nguyên khi là ước của 3, mà , từ đó tìm được 

**Bài 53:** Cho biểu thức : 

1. Tìm ĐKXĐ rồi rút gọn biểu thức A
2. Tìm giá trị của để 
3. Tính giá trị của A trong trường hợp 

**Lời giải**

ĐKXĐ: 



b) 

Vậy thì 



**Bài 54:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của để có giá trị là một số nguyên.

**Lời giải**

1. Tìm được ĐKXĐ của P là : 







Ta có: 

Vì 

Mà lớn nhất nên lớn nhất . Do đó (thỏa mãn )

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của để có giá trị là một số nguyên.

**Bài 55.** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị biểu thức khi thỏa mãn ; \
3. Nếu là các số thực dương làm cho xác định và thỏa mãn: Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Lời giải**

**1a)**



**1b)**

Điều kiện : 

Ta có:



Vậy 

**1c)**

Với dương và thỏa mãn điều kiện ta có:

(vì Dấu xảy ra 

Vậy GTLN của bằng 1

**Bài 56**. Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tìm giá trị của để 

**Lời giải**

1. Với thì



1. Với thì (1)

Vì  với mọi nên xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 57**. Rút gọn biểu thức sau: 

**Lời giải**

Điều kiện: 

Ta có:



Vậy với 

**Bài 58**. Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Ta có: 

Đặt 

Khi đó ta có:



=



**Bài 59**

Biết với . Tính giá trị biểu thức: 

**Lời giải**

****

Do nên  loại

Với  thì 

**Bài 60.** Cho biểu thức : 

1. Tìm điều kiện xác định của rút gọn 
2. Tìm khi 
3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Lời giải**

1. ĐK: 



1. 

So sánh với điều kiện suy ra  thì 

1. Vì 

đạt GTLN đạt . Lúc đó 

Vậy GTLN của là khi 

**Bài 61**. Cho  và Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Từ 

Do đó:



Suy ra : 



 (do )

Suy ra 

**Bài 62.** Rút gọn biểu thức:



**Lời giải**

Điều kiện: 



**Bài 63.** Cho x, y là hai số thay đổi thỏa mãn điều kiện x > 0, y < 0 và x + y = 1.

a) Rút gọn biểu thức .

b) Chứng minh rằng: A < - 4.

**Lời giải**

a) Với x + y = 1, biến đổi và thu gọn A.





 

b)  (vì x > 0; y < 0 và x + y = 1)

Suy ra A < - 4.

**Bài 64.** Cho ba số x, y, z thỏa mãn điều kiện:

4x2 + 2y2 + 2z2 – 4xy – 4xz + 2yz – 6y – 10z + 34 = 0,

Tính gia trị của biểu thức T = (x – 4)2014 + (y – 4)2014 + (z – 4)2014.

**Lời giải**

4x2 + 2y2 + 2z2 – 4xy – 4xz + 2yz – 6y – 10z + 34 = 0

⇔ [4x2 – 4x(y + z) + (y + z)2]+ (y2 + z2 – 6y – 10z + 34) = 0

⇔ (2x – y – z)2 + (y – 3)2 + (z – 5)2 = 0

…

⇔ y = 3; z = 5; x = 4

Khi đó T = (4 – 4)2014 + (3 – 4)2014 + (5 – 4)2014 = 2.

**Bài 65**. Cho x, y là hai số thay đổi thỏa mãn điều kiện x > 0, y < 0 và x + y = 1.

a) Rút gọn biểu thức .

b) Chứng minh rằng: A < - 4.

**Lời giải**

a) Với x + y = 1, biến đổi và thu gọn A.





 

b) (vì x > 0; y < 0 và x + y = 1)

Suy ra A < - 4.

**Bài 66:** Cho ba số x, y, z thỏa mãn điều kiện:

4x2 + 2y2 + 2z2 – 4xy – 4xz + 2yz – 6y – 10z + 34 = 0,

Tính gia trị của biểu thức T = (x – 4)2014 + (y – 4)2014 + (z – 4)2014.

**Lời giải**

4x2 + 2y2 + 2z2 – 4xy – 4xz + 2yz – 6y – 10z + 34 = 0

⇔ [4x2 – 4x(y + z) + (y + z)2]+ (y2 + z2 – 6y – 10z + 34) = 0

⇔ (2x – y – z)2 + (y – 3)2 + (z – 5)2 = 0

…

⇔ y = 3; z = 5; x = 4

Khi đó T = (4 – 4)2014 + (3 – 4)2014 + (5 – 4)2014 = 2.

**Bài 67** Cho 

1. Rút gọn M
2. Xác định a để 

**Lời giải**

1. Khi đó: 
2. Ta có:





Dấu xảy ra 

Vậy GTNN của 

**Bài 68**.

Cho Tính 

**Lời giải**

Ta có:



Nên 

**Bài 69**. Cho biểu thức: .

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên ?Cho biểu thức:

**Lời giải**



\* ĐKXĐ: x ≠ ±1

a) 











b) =

Để P  Z thì   Z  x – 1  Ư(1) = {1; -1}

+) Với x-1 = 1 thì x = 2 (TMĐKXĐ)

+) Với x-1=-1 thì x = 0 (TMĐKXĐ)

Vậy P nguyên khi x  {2;0}.

**Bài 70**.

Cho ba số x, y, z đôi một khác nhau, thỏa mãn x3 + y3 + z3 = 3xyz và xyz ≠ 0.

Tính giá trị của biểu thức: .

**Lời giải**

x3 + y3 + z3 = 3xyz (x ≠ y ≠ z; xyz ≠ 0)

 (x+y)3 – 3xy(x+y) + z3 – 3xyz= 0

 (x+y+z)3 – 3z(x+y)(x+y+z) – 3xy(x+y+z) = 0

 (x+y+z)(x2 + y2 + z2  – xy – yz – zx) = 0

 (x+y+z)[(x– y)2 + (y – z)2 + (z-x)2] = 0



Vậy = (-16) + (-13) + 2038 = 2019.

**Bài 71.** Cho biểu thức: 

1. Tìm điều kiện của để biểu thức M có nghĩa
2. Rút gọn biểu thức M
3. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a)

****

b)

****

****

c)

****

M có giá trị nguyên Ư(1)





Vậy 

**Bài 72.** Cho Hãy tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

****

Với thì 

Với thì 

**Bài 73.** Tính tổng 

**Lời giải**

****

**Bài 74**. Cho là 3 số thỏa mãn . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Ta có:  nên từ đề bài suy ra 

Không mất tính tổng quát , giả sử  thì , suy ra , do đó: 

**Bài 75** a) Cho thỏa mãn và Tính 

b) Tính 

**Lời giải**

a) Từ 



Vì nên 

Ta có: 

b) Với ta có: 

Áp dụng vào bài toán ta có:



**Bài 76. a)** Tính giá trị của biểu thức tại 

b)Cho và Tính giá trị của biểu thức sau theo và b: 

**Lời giải**

1. Thay vào biểu thức ta được:



Vậy giá tri của biểu thức tại là 4.



Thay và vào biểu thức ta được: 

Vậy giá trị của biểu thức tại và là 

**Bài 77.** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của biểu thức tại 

c) Tìm giá trị của để 

**Lời giải**

a)Với thì:



b) Tại thì A có giá trị là



c)Với thì 

Vì nên 

**Bài 78.** Cho ba số thỏa mãn 

Tính: 

**Lời giải**

Thay vào M ta có:



**Bài 79**. Tính giá trị của biểu thức Biết 

**Lời giải**



Vì nên 

Khi đó 

**Bài 80.** Cho và  thỏa mãn : Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 81:** a) Tính giá trị của biểu thức sau: với 

b)Cho **.** Tìm giá trị của biểu thức 

**Lời giải**



b) 



Vậy 

**Bài 82:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị của để 

**Lời giải**

a)ĐKXĐ: 







b) với mọi 

Để 

Vậy để thì 

**Bài 83:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức được xác định

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm x để và biểu diễn tập các giá trị tìm được của x trên trục số

d) Tìm tất cả các số nguyên x để A có giá trị là số nguyên

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

b) Rút gọn được : 

c) Để  thì:



Biểu diễn trên trục số:



d) 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | 9 |
|  | Loại | Loại | Loại |  |

**Bài 84:** Cho phân thức 

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định

b) Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức bằng 1

**Lời giải**



b) Rút gọn



**Bài 85:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn P

b) Tìm để P có giá trị nguyên

c) Tìm  để 

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

Ta có: 

Vậy 

b) Ta có 

Từ đó suy ra , kết hợp với điều kiện được 

c)

Mà nên và xvà 

Kết hợp với ĐKXĐ được  và 

**Bài 86:** Cho biết . Hãy tìm giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

1. Từ do đó 



Lại có : 

Suy ra 

**Bài 87:** Cho biểu thức: 

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có giá trị.

b) Rút gọn biểu thức P.

**Lời giải**

a) Tìm điều kiện đúng: 

b) Rút gọn đúng:



=



**Bài 88:** Cho biểu thức A = 

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm x để A có giá trị bằng 671

c. Tìm x  Z để   Z

**Lời giải**

a) ĐKXĐ x0, -1, 

Ta có 

b) Ta có A = 671  (thỏa mãn)

c) Ta có  Với x Z để   Z thì x -1 phải là ước của 6

Hay x -1  {1; 2; 3; 6}

Kết hợp với ĐKXĐ ta có x  {-5; 2; 3; 4; 7}

**Bài 89:** Cho biểu thức , với và .

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Tính giá trị của Q biết .

c) Tìm x để Q > 0.

**Lời giải**

a) Với  ta có: 



b) 

Khi 

Khi 

c) Q > 0 

Kết hợp với ĐKXĐ ta có  là giá trị cần tìm.

**Bài 90:** Cho biểu thức  với .

a) Rút gọn P.

b) Tìm x để .

**Lời giải**

**a)** 



**b)** Với điều kiện  ta có

.

Vậy với  thì .

**Bài 91:** Cho biểu thức , với và .

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Tìm giá trị của x để Q có giá trị là .

**Lời giải**

Với ĐK: 

Ta có 







b) Q =  =  

x = -2 thỏa ĐKXĐ nên là giá trị cần tìm.

**Bài 22:** Cho  và . Tính tỉ số 

**Lời giải**



**Bài 33:** Cho  và Chứng minh rằng : 

**Lời giải**

Biến đổi: 

(do  và )



Suy ra điều phải chứng minh.

**Bài 94:** Tìm đa thức A, biết rằng 

**Lời giải**



**Bài 95:** Cho và . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Từ 

Ta có: 



**Bài 96:** a) Cho hai số thực x và y thỏa mãn  và . Tính giá trị biểu thức

.

b) Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn  và . Tính giá trị biểu thức .

**Lời giải**

a)



Thay số, ta được .

b)



.

Vậy B = 2.

**Bài 97:** Cho  và ( Với x, y, z, a, b, c khác 0).

Chứng minh rằng : .

**Lời giải**

Từ : 

ayz + bxz + cxy = 0

Ta có : 







**Bài 98:** Cho a +b +c0 và a3 + b3 + c3 = 3abc . Tính N = 

**Lời giải**

a) a3 + b3  + c3 = 3abc



a2 + b2 + c2 – ab – ac – bc = 0 ( vì a +b +c  0)

 2a2 + 2b2 + 2c2 – 2ab – 2ac –2bc = 0

 (a – b)2 + (b – c)2 + (c – a)2 = 0

Vì (a – b)2  0 a, b; (b – c)2  0 b,c; (c – a)2  0 a, c.

Nên (a – b)2 + (b – c)2 + (c – a)2  0 a, b,c ;

Do đó (a – b)2 + (b – c)2 + (c – a)2 = 0 a, b,c

Khi a – b = 0 và b – c = 0 và c – a =0

a = b = c

Mà a +b +c  0 a = b = c  0 (\*)

Thay (\*) vào N ta có: .

**Bài 99:** Cho biểu thức A = 

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x, để A < 0

c) Tìm các số tự nhiên x, thỏa mãn: A2 –  = 6

**Lời giải**

**a.** ÑKXĐ: x  1; x  -2; x  3

A = 









**b.**  A < 0

< 0

x – 1 > 0 (vì -3 < 0)

x >1

Đối chiếu với điều kiện ta có x > 1 và x 3 thì thỏa mãn đầu bài

**c.** Ta có: A2 –  = 6A2 –  – 6 = 0

Đặt  = m (ĐK: m  0).

Ta có m2 – m – 6 = 0

(m + 2) (m – 3) = 0



Với m = 3 ta có  = 3

 

 = 1

Mà x là số tự nhiên và x 1 ; x  -2; x  3 nên x = 2; x = 0 thỏa mãn.

Vậy x thì thỏa mãn đầu bài.

**Bài 100:** Cho các số tự nhiên a,b,c thỏa mãn: a2 + b2 + c2 = ab + bc + ca và a + b + c = 3.

Tính M = a2016 + 2015b2015 + 2020c

**Lời giải**

Ta có: a2 + b2 + c2 = ab + bc + ca

2(a2 + b2 + c2) – 2(ab + bc + ca) = 0

(a – b)2 + (b – c)2 +(c – a)2  = 0 (1)

Mà (a – b)2   0 với mọi a,b.

(b – c)2  0 với mọi b,c.

(c – a)2  0 với mọi a,c.

Nên (1)   a = b = c

Lại có a + b + c = 3  a = b = c = 1

 M = a2016+ 2015b2015+ 2020c

= 1 + 2015.1 +2020.1

= 4036

**Bài 101:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức .

b) Tìm  để .

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi .

**Lời giải**

a) ĐKXĐ : 







b)   với  ĐKXĐ





Vậy  thì 

**c)** 

Với . Để  nguyên thì  nguyên  là ước của 1. 

\*)  (TMĐK)

\*)  (Loại do) ĐKXĐ

Vậy  thì  nhận giá trị nguyên.

d)  = 

Vì  nên  và  > 0. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương  và  ta có 

Đẳng thức xảy ra khi  ( x – 1)2 = 1

 x – 1 = 1 (vì x – 1 > 0)  x = 2 (TMĐK)

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4 khi x = 2

**Bài 102:** Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Nhân cả 2 vế của  với 

Sau đó rút gọn ta được điều phải chứng minh.

**Bài 103:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị của , biết 

c) Tìm giá trị của để 

d) Tìm các giá trị nguyên của để  có giá trị nguyên

**Lời giải**

a) Rút gọn được kết quả: 

b) 

c) 

d) .

**Bài 104:** Cho  dương và 

Tính 

**Lời giải**

1. 



Với 

Với 

Vậy 

**Bài 105:** Cho biểu thức :

 với .

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Tính giá trị của biểu thức P biết *x*, *y* thỏa mãn đẳng thức:

.

**Lời giải**

Với  ta có:

P = 

= - .

= + .

=  + = 

Ta có: 



Lập luận suy ra 

Ta thấy x = 1; y = -3 thỏa mãn điều kiện: 

nên thay x = 1; y =- 3 vào biểu thức P = 

ta có: P= 

**Bài 106:** 

1. Rút gọn P
2. Tính giá trị của P khi 
3. Tìm giá trị nguyên của để P nhận giá trị nguyên
4. Tìm để 

**Giải:**

Phân tích:



Điều kiện: 

1. Rút gọn: 
2. 
3. 

Vậy 



1. P=

Ta có: 

Với thì 

**Bài 107:** Cho và Chứng minh rằng:



**Giải:**

1. Biến đổi:











**Bài 108:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn 
2. Tìm các giá trị của để 

**Giải:**

****

****

Vậy 

b) ĐK: 



Ta có 





Vậy 

**Bài 109:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tính giá trị của biểu thức tại 
3. Tìm giá trị của để 

**Giải:**

1. Với  thì



1. Tại 
2. Với thì 

**Bài 110:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn A
2. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Giải:**

1. ĐKXĐ: 



1. 

Để có giá trị nguyên có giá trị nguyên 

 vì 

**Bài 111:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biết 
3. Có giá trị nào của để không ?

Tìm nguyên để nhận giá trị là số nguyên

**Giải:**

1. Rút gọn được 
2. ĐKXĐ: và 



Thay vào, tính được 

1. (vô nghiệm)

Vậy không có giá trị nào của để 

1. 

Để thì Ư

Thử lại và kết hợp với ĐKXĐ ta được 

**Bài 112:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A, biết 
3. Tìm giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên

**Giải:**

1. Rút gọn được kết quả : 
2. 
3. 



**Bài 113:** Cho: và (

Chứng minh 

**Giải:**

1. Bình phương 2 vế ta có:







**Bài 114:** Cho Tính 

**Giải:**

1. Ta có  thì :



(vì 

Theo giả thiết 



**Bài 115:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn M
2. Tính giá trị của M khi 

**Giải:**

1. Rút gọn M: 





1. 

Với 

Với 

**Bài 116:** Cho thỏa mãn Tính giá trị của biểu thức 

**Giải:**

Xét 

Vì 

**Bài 117:** Cho Chứng minh rằng: 

**Giải:**

Nhân cả 2 vế của với , rút gọn suy ra đpcm

**Bài 118:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của A biết 
3. Tìm các giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để A có giá trị nguyên.

**Giải:**

1. Rút gọn biểu thức được kết quả: 
2. 
3. 
4. 

**Bài 119:** Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức : 

**Giải:**





Tương tự: 



**Bài 120:** Chứng minh rằng nếu với 

Thì 

**Giải:**

Từ gt 



Do nên 

Hay 

**Bài 121:** Cho ba số thỏa mãn . Tính 

**Giải:**

Thay vào M ta có:



**Bài 122:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Giải:**

****

**Bài 123:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để  nhận giá trị nguyên

**Lời giải**

1. 



1. Với Ta có: 

Để thì phải là ước của 2

Đối chiếu điều kiện tìm được hoặc thỏa mãn

**Bài 124:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1. nguyên, mà nguyên nên 

Từ đó tìm được  và 

Kết hợp điều kiện 

1. Ta có: 

Kết hợp với điều kiện : 

**Bài 125:** 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của P khi 
3. Tìm giá trị nguyên của để P nhận giá trị nguyên
4. Tìm để 

**Lời giải**

ĐKXĐ: 

1. Rút gọn 
2. 



1. 



Kết luận: thì P nhận giá trị nguyên

1. 

Ta có: 

Để  thì 

Với thì 

**Bài 126:** Cho 

1. Rút gọn P
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**





Nêu ĐKXĐ: 

Rút gọn 



ta thấy nguyên khi là ước của 3, mà , từ đó tìm được 

**Bài 127:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của , biết 
3. Tìm giá trị của để 
4. Tìm các giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. Rút gọn được kết quả 
2. 
3. 

**Bài 128:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn A
2. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1. 

Để có giá trị nguyên có giá trị nguyên 

 vì 

**Bài 129:** Rút gọn biểu thức: 

**Lời giải**



**Bài 130:** Cho biểu thức : 

1. Tìm giá trị của biểu thức  xác định
2. Tìm giá trị của biểu thức  có giá tri bằng 0
3. Tìm giá trị nguyên của để  có giá trị nguyên

**Lời giải**

1. Ta có . Vậy biểu thức A xác định khi 
2. Ta có: do đó 

Vậy với thì biểu thức có giá trị bằng 0

1. Ta có: 

Để có giá trị nguyên thì 



Vậy với giá trị nguyên của là 0 và thì  có giá trị nguyên

**Bài 131:** Cho dương và .

Tính 

**Lời giải**





Với 

Với 

Vậy 

**Bài 132:** Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Nhân cả 2 vế của vớirút gọn

**Bài 133:** Cho  chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có:

 suy ra 

Mặt khác: 

Suy ra 

 (đpcm)

**Bài 134:** a)Cho và Tính giá trị của biểu thức 

b) Cho và Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

1. Từ 



1. Từ 



Ta lại có: 



Do đó: 

**Bài 135:** Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Nhân cả 2 vế của với , rút gọn suy ra đpcm

**Bài 136:** Cho  và Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Với và ta có:



Vậy 

**Bài 137:** Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**





Tương tự: 



**Bài 138:** Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Vì 

Hay 

Do đó: 

Mà 

Tương tự: 

Vì vậy: 



Suy ra : 

**Bài 139:** Cho biểu thức 

1. Tìm để giá trị của được xác định. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Giá trị của được xác định 



Ta có:



b)

 mà 



Vậy hoặc 

**Bài 140:** Cho và Tính 

**Lời giải**

Biến đổi được:



Mà nên 

Ta có: 

Vậy và thì 

**Bài 141:** Cho là số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn 

Chứng minh là bình phương của một số hữu tỷ.

**Lời giải**

Ta có



Ta có :

Vì nên là số hữu tỷ , Vậy là bình phương của một số hữu tỷ.

**Bài 142:** Cho thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Vì 

Tương tự ta có: 

Vậy 

Ta có: 



Vậy 

**Bài 143:** Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Nhân cả 2 vế của với , rút gọn suy ra đpcm

**Bài 144:** Cho dương và .

Tính : 

**Lời giải**



Vì 

Vì 

Vậy 

**Bài 145:** Biết và . Tính 

**Lời giải**



**Bài 146:**

a)Cho Tính giá trị của biểu thức 

b) Cho hai số thỏa mãn:  và 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

a) Từ  với ta có: 

Ta lại có 

Do đó: 

b) Từ 



Từ (1) và (2)



Vậy 

**Bài 147:** Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn 

b) Tìm để P=

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 



b)  với ĐKXĐ



Vậy 

**Bài 148:** Cho và tính giá trị của biểu thức:



**Lời giải**



**Bài 149:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tìm giá trị của  để giá trị của biểu thức  bằng 0.

**Lời Giải:**

Cho biểu thức 

1. Rút gọn 

**HD**: ĐKXĐ: 



 và .

Ta có: 







Suy ra .

1. Tìm giá trị của  để giá trị của biểu thức  bằng 0.

Đề  thì  và ; 

Ta có :

 ( thỏa ĐKXĐ )

Vậy, 

**Bài 150**: Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện của  để giá trị của biểu thức  được xác định;

b) Tìm giá trị của  để giá trị của  bằng 0;

c) Tìm giá trị của  để .

**Lời Giải:**

Cho biểu thức 

a) ĐKXĐ: .

b) Rút gọn: .

Để 

c)Ta có: 

+ Với , ta có: , 

Giải pt  ( không thỏa ĐKXĐ )

+ Với , ta có: , 

Giải pt  ( vô lý )

Vậy không có giá trị nào của *x* để .

**Bài 151:** Tính giá trị của biểu thức , với.

**Lời Giải:**

Tính giá trị của biểu thức ,

với.

Thay  vào  ta được:





Vậy,  khi .

**Bài 152**: Cho biểu 

a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn .

b) Tìm  để .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Lời Giải:**

a) ĐKXĐ: 

Ta có: 

 



Vậy,  với .

b) Để với  suy ra  với 



Vì nên chọn 

Vậy, 

c) Ta có: 

Với  nên  và . Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số dương  và  ta có :



Dấu « = » với ( thỏa ĐKXĐ)

Vậy, 

**Bài 153:** Cho . Chứng minh : 

**Lời Giải:**

Ta có : 

Do đó, 



KL :…

**Bài 154:** a) Cho x, y > 0. Chứng minh rằng  và 

b) Áp dụng: Cho ba số dương a, b, c thoả mãn a + b + c =1. Chứng minh rằng 

**Lời Giải:**

a) Cho x, y > 0. Chứng minh rằng  và 

**HD**: Dùng biến đổi tương đương.

b) **Áp dụng:** Cho ba số dương a, b, c thoả mãn a + b + c =1. Chứng minh rằng 

Theo câu a, ta có: 

Dấu “ =” 

**Bài 155:** Cho biểu thức 

Tính theo  biết rằng 

**Lời Giải**

Ta có: 



Từ 

Thay  vào  ta được 

**Bài 156:** Cho ba số khác 0 thỏa mãn đẳng thức: .

Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời Giải:**

Từ giả thiết, suy ra 



Xét hai trường hợp :

+ Nếu 

+ Nếu 

KL :.....

**Bài 157:** a) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

b) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời Giải:**

a) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

Ta có: 

Vậy,  khi  và .

b) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

Ta có: 



Vậy,  khi  và 

**Bài 158:** Tính giá trị của biểu thức , với.

**Lời Giải:**

Tính giá trị của biểu thức ,

với.

Thay  vào  ta được:





Vậy,  khi .

**Bài 159:** Cho  là hai số khác nhau, biết .

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời Giải:**

Cho  là hai số khác nhau, biết .

Tính giá trị của biểu thức 

Ta có : 

Vì  nên 

Khi đó, 

Vậy,  khi  và .

**Bài 160:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời Giải:**

Ta có: 

 ( Vì  )

**Bài 161:** Cho . Tính giá trị của biểu thức:



**Lời Giải:**

Ta có:  . 



( Vì  ). Vậy,  khi .

**Bài 162:** Chứng minh rằng nếu ba số  thỏa mãn điều kiện:  và  thì một trong ba số phải có một số bằng 2018.

**Lời Giải:**

Từ  và  suy ra 





 mà 

Do đó, trong ba số  phải có một số bằng 2018.

**Bài 163:** Rút gọn các phân thức:

a) ;

b) 

**Lời Giải:**

**\* Nhớ :** 

Do đó, nếu  hoặc  thì .

a)

b) 

Ta có : 

Do đó, 

Ta lại có: 

Do đó, 

Từ (1) và (2) suy ra 

**Bài 164:** a) Rút gọn phân thức: 

b) Rút gọn phân thức: 

**Lời Giải:**

a)



b)



**Bài 165:** Cho các số  khác 0, thoả mãn .

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời Giải:**

Từ 



Đặt 

+ Nếu  thì . Vậy, .

+ Nếu  thì . Vậy, .

+ Nếu  thì . Vậy, .

Kết luận: Với điều kiện đã cho .

**Bài 166:** Cho  là các số dương thỏa mãn .

Chứng minh rằng: 

**Lời Giải:**

Ta có:  

Vì  nên 

KL:…

**Bài 167:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời Giải:**

Nhân cả hai vế của  với , ta được:







KL:...

**Bài 168:** Chứng minh rằng nếu  và  thì 

**Lời Giải:**

Bình phương hai vế , ta được 

Suy ra  ( Vì  ) hay 

KL: …

**Bài 169:** Cho  thỏa điều kiện và .

Hãy tính giá trị của biểu thức: 

**Lời Giải:**

Ta có: 



( Vì  )



Suy ra 

Vậy,  khi  và .

**Bài 170:** Rút gọn biểu thức:

a) 

b) 

**Lời Giải:**

Rút gọn biểu thức:

a) 



b) 











**Bài 171:** Cho a + b + c = 0 và . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời Giải:**

Ta có : 



 (1)

Ta lại có : 









Do đó, 

**Bài 172:** Cho phân thức 

a) Rút gọn A.

b) Tính  để 

**Lời Giải:**

1. Rút gọn A.

Ta có 

ĐKXĐ:  và 

Ta lại có: 

Suy ra 

Vậy,  với  và 

1. Tính  để 

Ta có: 



 ( Vì  )



Kết hợp với ĐKXĐ, ta được  và .

**Bài 173:** a) Cho, hãy tính 

b) Cho , hãy tính 

**Lời Giải:**

a) Cho , hãy tính 

Ta có:  suy ra  với  và .

Ta có: ( vì )

Vậy,  với .

b) Cho , hãy tính 

Đặt  với 

Khi đó, 

Vậy,  khi  với .

c) Cho  thỏa mãn: . Tính 

Vì  nên 

Xét 

Suy ra  vì 

Vậy,  với  thỏa mãn: 

**Bài 174:** Cho biểu thức: 

a) Rút gọn ;

b) Với  thì  không nhận những giá trị nào?

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  có giá trị nguyên.

**Lời Giải:**

a) Rút gọn 

ĐKXĐ: .

Ta có: 



Vậy, .

b)Với  thì  không nhận những giá trị nào?

Ta có: 



Với 

Vậy, với  thì P không nhận các giá trị từ (-1) đến 1, tức là .

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  có giá trị nguyên.

Ta có: 

****

Suy ra .

Lập bảng :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -6 | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | 6 |
|  | -3 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 9 |

Vậy, .

**Bài 175:** Cho biểu thức: 

a) Rút gọn ;

b) Tìm các giá trị của  để ;

c) Tìm các giá trị của  để .

**Lời Giải:**

Cho biểu thức: 

1. Rút gọn :

Ta có: 

ĐKXĐ: .

Suy ra 

Vậy,  với .

1. Tìm các giá trị của  để 

Ta có  ( thỏa ĐKXĐ )

Ta có:  ( không thỏa ĐKXĐ )

Vậy, tại  thì  và không tồn tại  để .

1. Tìm các giá trị của  để .

Ta có: 

Kết hợp với ĐKXĐ, ta có:  và .

**Bài 176:** Cho phân thức: 

a) Rút gọn ;

b) Tìm  để  có giá trị nguyên

**Lời Giải:**

1. Rút gọn :

Ta có: 

ĐKXĐ: .

Khi đó,  với .

1. Tìm  để  có giá trị nguyên.

Để  có giá trị nguyên với  và  thì  ( thỏa ĐKXĐ)

Vậy,  hoặc  thì  nhận giá trị nguyên.

**Bài 177:** Cho . Tính  theo .

**Lời Giải:**

Cho . Tính  theo .

Ta có: 

Thay  vào , rút gọn ta được .

**Bài 178:** Cho  là ba số dương khác 0 thỏa mãn:  ( Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa ). Tính: .

**Lời Giải:**

Ta có: 



Khi đó, 

Vậy,  với  là ba số dương khác 0.

**Bài 180:** Cho  và . Chứng minh: 

**Lời Giải:**

Với  và , ta có:



 ( Vì  và )

 ( Vì  và )

 ( Vì )

Vậy,  với  và .

**Bài 181:** Cho  là các số thực thỏa mãn điều kiện: . Chứng minh rằng:



**Lời Giải:**

Ta có:   

   **.**

Vậy,  với .

**Bài 182:** Cho . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời Giải:**

Cho . Tính giá trị của biểu thức 

Ta có: 

Do đó, 

Vậy,  khi .

**Bài 183:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 

b) Tính giá trị của  tại .

**Lời Giải:**

1. Rút gọn :

Ta có:  với .

Do đó, 



Vậy, .

1. Tính giá trị của  tại .

Tại  ta có 

Vậy,  tại .

**Bài 184:**

1. Cho là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức: 

b) Cho Chứng minh rằng: 

**Lời Giải:**

1. 



Tương tự: 



1. Vì 

Hay 

Do đó: 

Mà 

Tương tự: 

Vì vậy: 



Suy ra : 

**Bài 185:** Rút gọn biểu thức sau:

**Lời giải**

Điều kiện:

Ta có:

= =

=

Vậy

**Bài 186:** Cho biểu thức

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tính giá trị của P khi x là nghiệm của phương trình x2 – 3x + 2 = 0

**Lời giải**

1. Với ta có :

Vậy thì

b) Ta có : x2 – 3x + 2 = 0

thay x= 2 vào P ta có: P =

Kết luận với x = 2 thì P =

**Bài 187:** Cho biểu thức

Tìm x để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức

**Lời giải**

Ta có:

ĐK :

Khi đó:

Vậy R xác định khi và

**Bài 188:** Cho x2 + x =1.Tính giá trị biểu thức Q = x6 + 2x5 +2x4 +2x3 + 2x2 +2x + 1

**Lời giải**

Ta có: Q = x6 + 2x5 +2x4 +2x3 + 2x2 +2x + 1

= x2.(x4 + 2x3 +x2) + (x4 + 2x3+x2) + x2 + x + x +1 = x2(x2 + x)2 +(x2 +x)2 + x + 2 = x2 + x + 3 = 4

Vậy Q = 4

**Bài 189:** Cho biểu thức

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A
2. Tìm x để A nhận giá trị là số âm
3. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức (x+2).A nhận giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

a) ĐKXĐ : . Rút gọn được:

b) A< 0 ⬄ x – 1 < 0 ⬄ x < 1

Đối chiếu với ĐKXĐ, ta được x < 1

c) Ta có:

Lập luận để suy ra :

**Bài 190:** Cho biểu thức

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tìm giá trị của x để A nhận giá trị nguyên?
3. Tìm giá trị lớn nhất của A

**Lời giải**

1. Ta có:
2. Muốn A nhận giá trị nguyên thì

Từ đó tìm được tập hợp các giá trị của x để A nhận giá trị nguyên là

1. Ta có : nhận giá trị lớn nhất khi có giá trị nhỏ nhất

Mà mọi x

Vậy Max A= 3 ⬄ x = 0

**Bài 191:** Cho các số nguyên a,b,c thỏa mãn (a - b)3 + (b – c)3 + (c – a)3 = 2010

Tính giá trị của biểu thức A = |a – b| +|b – c| +|c – a|

**Lời giải**

Đặt

Ta có:

Do x,y,z là số nguyên có tổng bằng 0 và xyz = 70 = (-2).(-5).7 nên

Suy ra A = |a – b| +|b – c| +|c – a| = 14

**Bài 192:** Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x :

(x – 1)4 –x2(x2 + 6) + 4x(x2 + 1)

**Lời giải**

Ta có: (x – 1)4 –x2(x2 + 6) + 4x(x2 + 1) = x4 – 4x3 + 6x2 – 4x + 1 – x4 – 6x2 + 4x3 + 4x = 1

Vậy với mọi giá trị của x biểu thức đã cho không phụ thuộc vào biến x.

**Bài 193:** Cho a,b,c đôi một khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

Nếu a + b + c = 0 thì

**Lời giải**

Ta có: a(b – c)(b + c – a)2 + c(a – b)(a + b – c)2 - b(a – c)(a + c – b)2 = 0 (1)

Đặt

Khi đó ta có:

VT =

=

* đpcm

**Bài 194:** Cho a,b,c đôi một khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

Nếu a + b + c = 0 thì

**Lời giải**

Đặt : = y; (1)

Ta có: )

Ta lại có:

Tương tự ta có:

Vì a + b + c = 0 nên suy ra a3 + b3 + c3 = 3abc

Do đó:

**Bài 195:** Tìm 3 số dương a,b,c thỏa mãn :

**Lời giải**

Từ giả thiết : a2 + 2c2 = 3b2 + 19 suy ra a2 + 2c2 - 3b2 = 19

Ta có:

Suy ra :

Vậy a = 7; b = 8; c =9

**Bài 196:** Chứng minh rằng (x2 + y2 +z2)2 = 2(x4 + y4 +z4) biết x+ y + z = 0

**Lời giải**

Ta có: x + y + z = 0 suy ra x = -(y+z)

Do đó: x2 = [-(y+z) ]2

⬄ x2 = y2 + z2 + 2yz ⬄ x2 – y2 – z2 = 2yz

⬄ (x2 – y2 –z2) = 4y2z2 ⬄ x4 + y4 + z4 = 2x2y2 + 2y2z2 + 2x2z2

⬄ 2(x4 + y4 + z4) = x4 + y4 + z4 + 2x2y2 + 2y2z2 + 2x2z2

⬄ 2(x4 + y4 + z4) = (x4 + y4 + z4)2

**Bài 197:** Biết và . Tính 

**Lời giải**



**Bài 198:** Biết với Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**



Do nên loại

Với thì 

**Bài 199:** Cho 10a2 = 10b2 – c2. Chứng minh rằng: (7a – 3b – 2c)(7a – 3b + 2c) = ( 3a – 7b)2

**Lời giải**

VT = (7a – 3b)2 – 4c2 = 49a2- 42ab + 9b2 – 4c2

mà 10a2 = 10b2 + c2 nên c2 = 10a2 – 10b2

nên VT = 49a2 – 42ab + 9b2 – 4(10a2 – 10b2)

= 49a2 – 42ab + 9b2 – 40a2 + 40b2 = 9ª2 – 42ab + 49b2 = (3a – 7b)2 = VP

**Bài 200:** Chứng minh rằng: Với mọi thì giá trị của đa thức :

là bình phương của một số hữu tỉ

**Lời giải**

Ta có: 

Đặt 

Suy ra 

Vậy 

**Bài 201:** Cho ba số thỏa mãn Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Có:



Cộng được: 

Cộng với được 

**Bài 202:** Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Ta có: 

Đặt 

Khi đó ta có:



=



**Bài 203:** Cho dương và .

Tính 

**Lời giải**





Với 

Với 

Vậy 

**Bài 204:** Tìm  biết 

**Lời giải**

Từ 

Thay vào tỉ lệ thức ta được: 

Vậy 

**Bài 205:** Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Ta có: 

Đặt 

Khi đó ta có:



=



**Bài 206:**

a) Cho . Tính 

b) Cho . Tính  theo 

**Lời giải**

Cho . Tính 

**\*Cách 1:** Ta có 

.

Vậy,  khi .

**\*Cách 2:** 

b) Cho . Tính  theo 

+ Xét  thì 

+ Xét thì 

Ta có 

Mặt khác, 

Từ  và suy ra 

Vậy,  khi .

**Bài 207:** Rút gọn biểu thức: 

**Lời giải**

Rút gọn biểu thức: 

Xét 

Do đó, 



**Bài 208:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức . b) Tính giá trị của , biết .

c)Tìm giá trị của  để . d) Tìm các giá trị nguyên của  để có giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. *Rút gọn *

ĐKXĐ: 

Ta có: 

Vậy, 

1. Tính giá trị của , biết .

Ta có:  hoặc .

+ Với  ( thỏa ĐKXĐ) thì 

+ Với  ( thỏa ĐKXĐ) thì 

+Vậy, khi  thì  hoặc 

1. *Tìm giá trị của  để .*

Ta có:  (thỏa ĐKXĐ)

Vậy, 

1. *Tìm các giá trị nguyên của  để có giá trị nguyên.*

Để có giá trị nguyên khi  nguyên và thì 

Giải ra  hoặc  ( thỏa ĐKXĐ)

Suy ra  thì có giá trị nguyên.

**Bài 209:** Cho biểu thức: với 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị của biểu thức biết thỏa mãn đẳng thức:



**Lời giải**

1. Với ta có:





1. Ta có: 



Lập luận 

Nên thay  vào biểu thức 

**Bài 210:**

Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1. nguyên, mà nguyên nên từ đó tìm được 

Vậy 

1. Ta có:



Kết hợp với điều kiện : 

**Bài 211:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm để 
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của khi 

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

Rút gọn ta có: 

b) 



Vậy với và thì 

1. Ta có: 

Khi Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có: . Dấu xảy ra khi và chỉ khi Vậy GTNN của P bằng 

**Bài 212:** Cho biểu thức : 

1. Tìm điều kiện xác định, rồi rút gọn biểu thức 
2. Tìm để 
3. Tìm các giá trị của để 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 





1. 
2. 

Vậy thì 

**Bài 213:** Tính giá trị của biểu thức Biết 

**Lời giải**



Vì nên 

Khi đó 

**Bài 214: Rút gọn**

1. 
2. 

**Lời giải**

1. Rút gọn 
2. Rút gọn 

**Bài 215:** Cho 3 số thỏa mãn điều kiện Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào các biến :



**Lời giải**



**Bài 216:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để  nhận giá trị nguyên

**Lời giải**

1. 



1. Với Ta có: 

Để thì phải là ước của 2

Đối chiếu điều kiện tìm được hoặc thỏa mãn

**Bài 217:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của để có giá trị là một số nguyên.

**Lời giải**

1. Tìm được ĐKXĐ của P là : 







Ta có: . Vì 

Mà lớn nhất nên lớn nhất . Do đó (thỏa mãn )

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của để có giá trị là một số nguyên

**Bài 218: a)** Tính giá trị của biểu thức sau: với 

b)Cho 

Tìm giá trị của biểu thức 

**Lời giải**



****

Kết quả 

1. 

**Bài 219:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị của để 

**Lời giải**

**a)** ĐKXĐ: 







b) với mọi 

Để 

Vậy để thì 

**Bài 220:** Cho trong đó la các số khác nhau và khác 0, Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Vì nên: 



**Bài 221:** Tính tổng: 

1. Rút gọn 
2. Rút gọn 

**Bài 222:**

1. Hãy viết biểu thức sau : thành hiệu hai bình phương
2. Cho 

Chứng minh rằng 

**Lời giải**

1. 
2. 



**Bài 223:** Cho biểu thức:



1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của biểu thức khi 
3. Với giá trị nào của thì 
4. Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. Điều kiện 





1. 
2. 
3. Để nhận giá trị nguyên thì nhận giá trị nguyên



Vậy với thì nhận giá trị nguyên.

**Bài 224:** Rút gọn biểu thức sau: 

**Lời giải**

Điều kiện: 





Vậy với 

**Bài 225:** Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Ta có: 

Đặt 

Khi đó ta có:



=



**Bài 226:** Cho đôi một khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

Nếu thì 

**Lời giải**

Đặt 



Ta có: 

Ta lại có: 



Tương tự ta có: 



Vì 

Do đó: 

**Bài 227:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tính giá trị của P khi là nghiệm của phương trình 

**Lời giải**

a) Với ta có:





Vậy  thì 

b) . Thay vào ta có: 

Kết luận với thì 

**Bài 228:** Tìm 3 số dương thỏa mãn : và 

**Lời giải**

Từ giả thiết 

Ta có: 

Suy ra : 

**Bài 229:** Một giải bóng chuyền có 9 đội bóng tham gia thi đấu vòng tròn 1 lượt (hai đội bất kỳ chỉ thi đấu với nhau 1 trận). Biết đội thứ nhất thắng trận và thua trận, đội thứ 2 thắng trận và thua trận, …., đội thứ 9 thắng trận và thua trận.

Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Mỗi đội bóng thi đấu với 8 đội bóng khác và hai đội bất kỳ chỉ gặp nhau 1 trận nên mỗi đôi sẽ thi đấu 8 trận (với 

Đẳng thức cần chứng minh tương đương với:



Mặt khác, tổng số trận thắng của các đôi bằng tổng số trận đấu nên :



Từ (1) và (2) suy ra đpcm

**Bài 230:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Ta có:



Vậy 

**Bài 231:** Cho biểu thức . Tìm để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức

**Lời giải**

Ta có: 

ĐK: 

Khi đó: 





Vậy xác định khi và 

**Bài 232:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 
2. Tìm để nhận giá trị là số âm
3. Tìm giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

1a) ĐKXĐ:  Rút gọn được: 

1b) 

Đối chiếu với ĐKXĐ, ta được 

1c) Ta có: 

Lập luận để suy ra : 

**Bài 233:** Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến 



**Lời giải**





Vậy với mọi giá trị của biểu thức đã cho không phụ thuộc vào biến 

**Bài 234:** Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có: 



**Bài 235:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị của để nhận giá trị nguyên?
3. Tìm giá trị lớn nhất của 

**Lời giải**

1. ****
2. Muốn A nhận giá trị nguyên thì 

* Nếu 
* Nếu 
* Nếu 
* Nếu 

Vậy tập hợp các giá trị của để A nhận giá trị nguyên là 

1. nhận giá trị lớn nhất khi có giá trị nhỏ nhất

Mà với mọi 

Vậy 

**Bài 236:** Cho các số nguyên thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Đặt 

Ta có: 

Do là số nguyên có tổng bằng 0 và nên



**Bài 237:** Cho biểu thức 

1. Tìm để giá trị của được xác định. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. Giá trị của được xác định 



Ta có:





 mà 



Vậy hoặc 

**Bài 238:** Cho và Tính 

**Lời giải**

Biến đổi được:



Mà nên 

Ta có: 

Vậy và thì 

**Bài 239:** Cho là số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn 

Chứng minh là bình phương của một số hữu tỷ.

**Lời giải**

Ta có



Ta có :

Vì nên là số hữu tỷ , Vậy là bình phương của một số hữu tỷ.

**Bài 240:** Cho thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Vì 

Tương tự ta có: 

Vậy 



Ta có: 



Vậy 

**Bài 241:** Cho dương và .

Tính : 

**Lời giải**



Vì 

Vì 

Vậy 

**Bài 242:** Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Nhân cả 2 vế của với , rút gọn suy ra đpcm

**Bài 243:** Rút gọn biểu thức: 

**Lời giải**



**Bài 244:** Biết và . Tính 

**Lời giải**



**Bài 245:**

1. Cho Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho hai số thỏa mãn: và 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

1. Từ  với ta có: 

Ta lại có 

Do đó: 

1. Từ 



Từ (1) và (2)



Vậy 

**Bài 246:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn 
2. Tìm để P =
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1.  với ĐKXĐ



Vậy 



Vì nên Áp dụng BĐT Cosi ta có: 

Dấu “=” xảy ra 

Vậy của P là 

**Bài 247:** Cho và tính giá trị của biểu thức:



**Lời giải**





**Bài 248:** Rút gọn biểu thức: 

**Lời giải**

****



Vậy với 

**Bài 249:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn 

b) Tìm giá trị lớn nhất của 

**Lời giải**









Vậy với mọi 

b) Ta có : với mọi 

Nếu  ta có 

Nếu , chia cả tử và mẫu của cho ta có: 

Ta có: 

Nên ta có: . Dấu xảy ra khi 

Vậy lớn nhất là khi 

**Bài 250:** Cho là số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn  .Chứng minh là bình phương của một số hữu tỷ.

**Lời giải**

Ta có





Ta có :

Vì nên là số hữu tỷ , Vậy là bình phương của một số hữu tỷ.

**Bài 251:** Cho thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Vì 

Tương tự ta có: 

Vậy 

Ta có: 



Vậy 

**Bài 252:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Ta có: 





Vậy 

**Bài 253:** Cho biểu thức . Tìm để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức

**Lời giải**

Ta có: 

ĐK: 

Khi đó: 

 

Vậy xác định khi và 

**Bài 254:** Cho biểu thức A =  BTHT

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi 

c) Tìm giá trị của x, để A < 0.

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

Với , ta có:











b) Ta có:   hoặc 

 (không TMĐK)

hoặc  (TMĐK)

Với , ta có:

A = = =

Vậy khi  thì A =

c) Ta có: A < 0   (1)

Mà  với mọi 

Nên (1)  

Vậy với x > 1 thì A < 0

**Bài 255:** Cho biểu thức BTHT

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn 

b) Với thì  không nhận những giá trị nào ?

c) Tìm các giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

b) Ta có: 

Để thì 

Vậy thì không nhận những giá trị từ đến 

c) Ta có 

P có giá trị nguyên Ư

Từ đó tính được (Chú ý loại 

**Bài 256:** Cho biểu thức BTHT

Chứng minh rằng:

a) Nếu là độ dài ba cạnh của một tam giác thì 

b) Nếu thì hai trong ba phân thức đã cho của biểu thức bằng 1, phân thức còn lại bằng 

**Lời giải**

a) Vì là độ dài ba cạnh của tam giác nên và



Đặt 

Ta cần chứng minh : hay 

Ta có:







Suy ra 











(đúng)

Từ đó suy ra đúng vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác hay 

**Bài 257:** Cho biểu thức BTHH

a) Rút gọn 

b) Tìm để  có giá trị nguyên

c) Tìm để 

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

Ta có:



Vậy 

b) Ta có: Ư

Từ đó suy ra 

Kết hợp với ĐKXĐ được 

c) 

Mà  nên  và và 

Kết hợp với ĐKXĐ được  và 

**Bài 258:** Cho biết Hãy tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**

a) Từ do đó : 



Lại có: 

Suy ra 

**Bài 259:** Cho  là những số thực thỏa mãn:

 và . Chứng minh: BTHT

**Lời giải**

Từ giả thiết suy ra: 







**Bài 260:** Cho biểu thức  với 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính biết thỏa mãn 

**Lời giải**

a)

b) 





Thay vào biểu thức có 

Vậy 

**Bài 261:** Cho là các số hữu tỷ khác 0 thỏa mãn . Chứng minh rằng: là bình phương của một số hữu tỷ

**Lời giải**

Ta có:



Vậy là bình phương của một số hữu tỉ

**Bài 262:** Rút gọn biểu thức sau và tìm giá tri nguyên của để biểu thức có giá trị nguyên:



**Lời giải**









Để xác định thì 

Khi đó nguyên thì nguyên hay nguyên. Mà 

Với  thỏa mãn (\*) và 

Với thỏa mãn và 

Vậy  thỏa mãn điều kiện bài ra.

**Bài 263:** Cho biểu thức : BTHT

a) Tìm điều kiện của để giá trị của biểu thức được xác định

b) Rút gọn biểu thức 

c) Tìm để và biểu diễn tập các giá trị tìm được của trên trục số

d) Tìm tất cả các số nguyên để A có giá tri là số nguyên.

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

b) Rút gọn được: 

c) Để thì

hoặc 

Học sinh tự biểu diễn trên trục số





|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -5 | -1 | 1 | 5 |
|  | -1 | 3 | 5 | 9 |
|  | Loại | Loại | Loại |  |

Thử lại, chỉ có  là thỏa mãn. Vậy 

**Bài 264:** Cho và Tính tỉ số 

**Lời giải**













**Bài 265:** Cho  và . Tính: 

**Lời giải**

Ta có: = 

 

 

 =  ( do x + y = 1 y - 1= -x và x – 1 = - y)

 



**Bài 266:** Cho 

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) = 

Nêu ĐKXĐ: 

Rút gọn 

b)

ta thấy nguyên khi là ước của 3,

mà , từ đó tìm được 

**Bài 267:**

**a)** Cho Chứng minh rằng 

b) Cho (với  Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

a) 



b)Với 

Áp dụng kết quả câu ta có: 



**Bài 268:** Cho biểu thức : 

a) Tìm điều kiện xác định, rồi rút gọn biểu thức 

b) Tìm để 

c) Tìm các giá trị của để 

**Lời giải**

ĐKXĐ: 







b)

c)

Vậy thì 

**Bài 269:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn M

b) Tìm nguyên đểcó giá trị là số nguyên dương

c) Tìm để 

**Lời giải**

a) và 

xác định 



b) Với có giá trị nguyên dương có giá trị nguyên dương nguyên dương

là ước của 1(Thỏa mãn điều kiện)

Thử lại: Với ta có: có giá trị bằng 1(Thỏa mãn)

Với  ta có: có giá trị bằng 0 (không thỏa mãn)

Vậy 

c) 



Ta có: hoặc Giải được hoặc 

Kết hợp với điều kiện ta có: hoặc 

**Bài 270:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để giá trị của biểu thức  là số nguyên.

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 



b) có giá trị nguyên khi là số nguyên thì có giá trị nguyên

 là Ư(2)

Đối chiếu ĐK thì có thỏa mãn

**Bài 271:** Cho biểu thức : 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) 



b) Với Ta có: 

Để thì phải là ước của 2

Xét từng trường hợp tìm đối chiếu điều kiện 

**Bài 272:** Cho biểu thức 

a) Tìm để giá trị của được xác định. Rút gọn biểu thức 

b) Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a)Giá trị của được xác định 



Ta có:





 mà 



Vậy hoặc 

**Bài 273:** Cho là hai số dương và Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Có 

Do là hai số dương và 

Nên 



Với (loại) hoặc 

Với  hoặc 

**Bài 274:** Cho  và  Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Từ 

Ta có:



**Bài 275:** Cho và Tính 

**Lời giải**

Biến đổi được:



Mà nên 

Ta có: 

Vậy và thì 

**Bài 276:** Cho Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

****

**Bài 277:** Cho . Chứng minh : 

**Lời giải**

Ta có : 

Do đó, 



KL :…

**Bài 278:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tìm giá trị của  để giá trị của biểu thức  bằng 0.

**Lời giải**

1. Rút gọn 

**HD**: ĐKXĐ: 



 và .

Ta có: 







Suy ra .

1. Tìm giá trị của  để giá trị của biểu thức  bằng 0.

Đề  thì  và ; 

Ta có :

 ( thỏa ĐKXĐ )

Vậy, 

**Bài 279:** Tìm giá trị nguyên của  để giá trị của biểu thức sau có giá trị là số nguyên.



**Lời giải**

ĐKXĐ: 

Ta có: 

Để A có giá trị nguyên khi x nguyên thì 

Lập bảng:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *2x +1* | -4 | -2 | -1 | 1 | 2 | 4 |
| *2x* | -5 | -3 | -2 | 0 | 1 | 3 |
| *x* |  |  | -1 | 0 |  |  |

Vậy, .

**Bài 280:** Cho biểu thức 

Tính theo  biết rằng 

**Lời giải**

Ta có: 



Từ 

Thay  vào  ta được 

**Bài 281:** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện của  để giá trị của biểu thức  được xác định;
2. Tìm giá trị của  để giá trị của  bằng 0;
3. Tìm giá trị của  để .

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: .

b) Rút gọn: .

Để 

c)Ta có: 

+ Với , ta có: , 

Giải pt  ( không thỏa ĐKXĐ )

+ Với , ta có: , 

Giải pt  ( vô lý )

Vậy không có giá trị nào của *x* để .

**Bài 282:** Cho ba số khác 0 thỏa mãn đẳng thức: .

Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**

Từ giả thiết, suy ra 



Xét hai trường hợp :

+ Nếu 

+ Nếu 

KL :.....

**Bài 283:** Cho  là 2018 số thực thoả mãn , với .

Tính 

**Lời giải**

Ta có : 

Do đó, 



**Bài 284:** a) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

b) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

a) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

Ta có: 

Vậy,  khi  và .

b) Biết  và . Tính giá trị của biểu thức 

Ta có: 



Vậy,  khi  và 

**Bài 285:** Rút gọn:

a) ; b) .

**Lời giải**

a) ;



b) 







**Bài 286:** Tính giá trị của biểu thức , với.

**Lời giải**

Thay  vào  ta được:





Vậy,  khi .

**Bài 287:** a) So sánh hai số  và 

b)  và 

**Lời giải**

Ta có: 













Vậy, 

**Bài 288:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Ta có: 

 ( Vì  )

**Bài 289:** Cho . Tính giá trị của biểu thức:

 .

**Lời giải**

Ta có:  . 



( Vì  ).

Vậy,  khi .

**Bài 290:** Chứng minh rằng nếu ba số  thỏa mãn điều kiện:  và  thì một trong ba số phải có một số bằng 2018.

**Lời giải**

Từ  và  suy ra 





 mà 

Do đó, trong ba số  phải có một số bằng 2018.

**Bài 291:** Cho biểu 

a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn .

b) Tìm  để .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: 

Ta có: 

 



Vậy,  với .

b) Để với  suy ra  với 



Vì nên chọn 

Vậy, 

c) Ta có: 

Với  nên  và . Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số dương  và  ta có :



Dấu « = » với ( thỏa ĐKXĐ)

Vậy, 

**Bài 292:** Rút gọn các phân thức:

a) ; b) 

**Lời giải**

**\* Nhớ :** 

Do đó, nếu  hoặc  thì .

a)

b) 

Ta có : 

Do đó, 

Ta lại có: 

Do đó, 

Từ (1) và (2) suy ra 

**Bài 293:** Chứng tỏ rằng đa thức:**** luôn không âm với mọi giá trị của biến .

**Lời giải**

Đặt , ta có: 

Khi đó,  với mọi giá trị của  (Đpcm )

**Bài 294:** a) Rút gọn phân thức: 

b) Rút gọn phân thức: 

**Lời giải**

a)



b)



**Bài 295:** Cho các số  khác 0, thoả mãn .

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Từ 



Đặt 

+ Nếu  thì . Vậy, .

+ Nếu  thì . Vậy, .

+ Nếu  thì . Vậy, .

Kết luận: Với điều kiện đã cho .

**Bài 296:** Cho  là các số dương thỏa mãn .

Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Ta có:  

Vì  nên 

KL:…

**Bài 297:** Thực hiện phép tính:

a) .

b) 

**Lời giải**

a) 



b) 

****

Vậy, 

**Bài 298:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Nhân cả hai vế của  với , ta được:







KL:...

**Bài 299:** Chứng minh rằng nếu  và  thì 

**Lời giải**

Bình phương hai vế , ta được 

Suy ra  ( Vì  ) hay 

KL: …

**Bài 300:** a)Xác định  để  là số tự nhiên

b) Tính tổng 

**Lời giải**

a)Xác định  để  là số tự nhiên

Để  là số tự nhiên







Lập bảng :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -21 | -7 | -3 | -1 | 1 | 3 | 7 | 21 |
|  | -8 | 6 | 10 | 12 | 14 | 16 | 20 | 34 |
|  | -2 |  |  | 3 |  | 4 | 5 |  |

Vì  nên chọn 

Thử lại:

+ Với , ta có:  ( Loại )

+ Với , ta có:  ( Nhận )

+ Với , ta có:  ( Nhận )

KL : 

***b) Tính tổng ***

Ta có: *** ***

******

**Bài 301:** Cho  thỏa điều kiện và .

Hãy tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**

Ta có: 



( Vì  )



Suy ra 

Vậy,  khi  và .

**Bài 302:** Cho 

1. Tìm ĐKXĐ của , rút gọn 
2. Tìm  nguyên thỏa mãn phương trình 

**Lời giải**

a) Tìm ĐKXĐ của , rút gọn 

+ ĐKXĐ : 

+ Rút gọn : 

Vậy,  với .

b)Tìm  nguyên thỏa mãn phương trình 

Ta có : 



 hoặc 

 hoặc  ( thỏa ĐKXĐ )

Vậy,  hoặc 

**Bài 303:** Rút gọn biểu thức:

a) 

b) 

**Lời giải**

a) 



b) 

 

 



**Bài 304:** Cho a + b + c = 0 và . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Ta có : 

  (1)

Ta lại có : 





 

Do đó, 

**Bài 305:** Cho phân thức 

1. Rút gọn A.
2. Tính  để 

**Lời giải**

1. Rút gọn A.

Ta có 

ĐKXĐ:  và 

Ta lại có: 

Suy ra 

Vậy,  với  và 

1. Tính  để 

Ta có: 



 ( Vì  )



Kết hợp với ĐKXĐ, ta được  và .

**Bài 306:** a) Cho, hãy tính 

b) Cho , hãy tính 

c) Cho  thỏa mãn: . Tính 

**Lời giải**

a) Cho , hãy tính 

Ta có:  suy ra  với  và .

Ta có: ( vì )

Vậy,  với .

b) Cho , hãy tính 

Đặt  với 

Khi đó, 

Vậy,  khi  với .

c) Cho  thỏa mãn: . Tính 

Vì  nên 

Xét 

Suy ra  vì 

Vậy,  với  thỏa mãn: 

**Bài 307:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn ;
2. Với  thì  không nhận những giá trị nào?

c)Tìm các giá trị nguyên của  để  có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Rút gọn 

ĐKXĐ: .

Ta có: 



Vậy, .

b)Với  thì  không nhận những giá trị nào?

Ta có: 



Với 

Vậy, với  thì P không nhận các giá trị từ (-1) đến 1, tức là .

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  có giá trị nguyên.

Ta có: 

****

Suy ra .

Lập bảng :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -6 | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | 6 |
|  | -3 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 9 |

Vậy, .

**Bài 308:** Cho . Tính ?

**Lời giải**

***ĐKXĐ*: .**

Ta có : 





Vậy,  với **.**

**Bài 309:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn ;
2. Tìm các giá trị của  để ;
3. Tìm các giá trị của  để .

**Lời giải**

1. Rút gọn :

Ta có: 

ĐKXĐ: .

Suy ra 

Vậy,  với .

1. Tìm các giá trị của  để 

Ta có  ( thỏa ĐKXĐ )

Ta có:  ( không thỏa ĐKXĐ )

Vậy, tại  thì  và không tồn tại  để .

1. Tìm các giá trị của  để .

Ta có: 

Kết hợp với ĐKXĐ, ta có:  và .

**Bài 310:** Cho phân thức: 

a)Rút gọn ;

b)Tìm  để  có giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. Rút gọn :

Ta có: 

ĐKXĐ: .

Khi đó,  với .

1. Tìm  để  có giá trị nguyên.

Để  có giá trị nguyên với  và  thì (thỏa ĐKXĐ)

Vậy,  hoặc  thì  nhận giá trị nguyên.

**Bài 311:** Cho . Tính  theo .

**Lời giải**

Ta có: 

Thay  vào , rút gọn ta được .

**Bài 312:** a) Cho  là ba số dương khác 0 thỏa mãn:  ( Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa ). Tính: .

b) Tìm số tự nhiên  khác 0, biết: .

c) Tính: 

**Lời giải**

a) Cho  là ba số dương khác 0 thỏa mãn:  ( Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa ). Tính: .

Ta có: 



Khi đó, 

Vậy,  với  là ba số dương khác 0.

b) Tìm số tự nhiên  khác 0, biết: .

Ta có: 



Khi đó, ta có: 

Vậy, .

c) Ta có: 





Vậy, .

**Bài 313:** Cho  và . Chứng minh: 

**Lời giải**

Với  và , ta có:



 ( Vì  và )

 ( Vì  và )

 ( Vì )

Vậy,  với  và .

**Bài 314:** Cho biểu thức  với  là một số tự nhiên chẵn. Hãy chứng tỏ  có giá trị nguyên.

**Lời giải**

Vì  là một số tự nhiên chẵn nên .

Do đó 

Ta có: 

Ta cần c/m: . Thật vậy:

+ Nếu thì 

+ Nếu  thì 

+ Nếu thì 

Mà 

Vậy,  có giá trị nguyên với  là một số tự nhiên chẵn.

**Bài 315:** Cho  là các số thực thỏa mãn điều kiện: . Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Ta có:   

   **.**

Vậy,  với .

**Bài 316:** Cho . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Ta có: 

Do đó, 

Vậy,  khi .

**Bài 317:** Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của  tại .

**Lời giải**

1. Rút gọn :

Ta có:  với .

Do đó, 



Vậy, .

1. Tính giá trị của  tại .

Tại  ta có 

Vậy,  tại .

**Bài 318:** Cho đa thức .

Tính giá trị của E với  là nghiệm của phương trình: .

**Lời giải**

Ta có: 

\*) 

\*)  (vô nghiệm).

Vậy với .

**Bài 319:** So sánh  và , biết: ; 

**Lời giải**







**Bài 320:** Hãy viết biểu thức sau : thành hiệu hai bình phương

**Lời giải**



**Bài 321:** Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tìm giá trị của để 
3. Giải phương trình 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1. 

Vì với mọi 

Để . Vậy 

1.   
   



Vậy phương trình vô nghiệm

**Bài 322:** Cho và 

Chứng minh rằng giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến số 

**Lời giải**



**Vậy** biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến số 

**Bài 323:** Cho 

**a)** Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức 

**b)** Tìm các giá trị thực của để và có giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

1. Điều kiện xác định 





1. nguyên thì nguyên nghĩa là 



Suy ra 

Vậy 

**Bài 324:** Chứng minh rằng: nếu a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác thỏa mãn thì tam giác đó là tam giác đều.

**Lời giải**

Xét hiệu 

Suy ra 

Vậy, thì tam giác đó là tam giác đều.