**HH6. CHUYÊN ĐỀ 3 - ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG, ĐOẠN THẲNG VÀ TAM GIÁC**

**CHỦ ĐỀ 2: ĐOẠN THẲNG, ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. ĐOẠN THẲNG, ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG.**

1. Đoạn thẳng là hình gồm điểm , điểm  và tất cả các điểm nằm giữa  và .



2. Mỗi đoạn thẳng có một độ dài. Độ dài đoạn thẳng là một số dương.

3. và  có cùng độ dài.



 độ dài đoạn thẳng nhỏ hơn độ dài đoạn thẳng.



 độ dài đoạn thẳng lớn hơn độ dài đoạn thẳng .



4. Điểm nằm giữa hai điểm:



Nếu điểm  nằm giữa điểm  và điểm  thì .

Ngược lại, nếu  thì điểm  nằm giữa hai điểm  và .

Nếu  thì điểm  không nằm giữa  và ...



Nếu điểm  nằm giữa hai điểm  và ; điểm  nằm giữa hai điểm  và  thì 

**2. VẼ ĐOẠN THẲNG CHO BIẾT ĐỘ DÀI**

1. Trên tia  bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một điểm  sao cho  (đơn vị dài).

2. Trên tia , ,  nếu  hay OM < ON thì điểm  nằm giữa hai điểm  và .

3. Trên tia  có  điểm , , , ; ,  nếu  hay  điểm  nằm giữa hai điểm  và .

**3. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG**

1. Trung điểm của đoạn thẳng là điểm nằm giữa hai đầu đoạn thẳng và cách đều hai đầu đoạn thẳng đó.



2. Nếu  là trung điểm của đoạn thẳng  thì:

Điểm nằm giữa hai điểm ,  và .

3. Nếu  nằm giữa hai đầu đoạn thẳng  và  thì  là trung điểm của đoạn .

4. Mỗi đoạn thẳng có  trung điểm duy nhất.

**PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI**

**Dạng 1: Tính độ dài đoạn thẳng và chứng minh điểm nằm giữa.**

***I.Phương pháp giải***

* **Để tính độ dài đoạn thẳng ta thường sử dụng các nhận xét sau:**
* Nếu điểm nằm giữa điểm  và điểm  thì . Ngược lại, nếu  thì điểm  nằm giữa hai điểm  và .
* Nếu điểm  nằm giữa hai điểm  và ; điểm  nằm giữa hai điểm  và  thì .
* Nếu  là trung điểm của đoạn thẳng  thì .
* **Để chứng minh điểm nằm giữa hai điểm ta thường sử dụng các nhận xét sau:**
* Nếu  thì điểm  nằm giữa hai điểm  và .
* Trên tia , ,  nếu  hay  thì điểm  nằm giữa hai điểm  và .
* Nếu tia và tia  là hai tia đối nhau thì điểm nằm giữa hai điểm và .

***II.Bài toán***

**Bài 1:**Cho đoạn thẳng cm. Gọi  là điểm nằm giữa  và ,  cm .  là trung điểm của . Tính .

***Lời giải:***



Vì điểm nằm giữa hai điểm  và 

Nên 

Suy ra  (cm)

Vì  là trung điểm của đoạn thẳng 

Nên  (cm).

**Bài 2:** Cho đoạn thẳng cm.  là điểm nằm giữa hai điểm  và . Gọi  và lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  và . Tính độ dài đoạn thẳng .

***Lời giải:***



Vì điểm nằm giữa hai điểm  và  nên 

Vì  và lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  và  nên ta có:

, .

Vì nằm giữa  và , nằm giữa  và , nằm giữa  và , suy ra M nằm giữa và 

Do đó  (cm).

**Bài 3:** Trên tia  cho  điểm , , ,  biết rằng  nằm giữa  và ;  nằm giữa  và ;  cm,  cm,  cm và độ dài đoạn  gấp đôi độ dài đoạn . Tính độ dài các đoạn , .

***Lời giải:***



Vì  nằm giữa  và  nên  

Vì  nằm giữa  và ;  nằm giữa  và   nằm giữa  và .

Trên tia , ta có  ()

Nên điểm D nằm giữa hai điểm  và .

Suy ra : 

 

(cm).

Vì nằm giữa hai điểm và 

Nên 



 

Từ và ta có:  

Theo đề ra:  thay vào 

Ta có 

 (cm)



 (cm)

Vậy  (cm),  (cm).

**Bài 4:** Đoạn thẳng  cm được chia thành bốn đoạn thẳng có độ dài không bằng nhau theo thứ tự là các đoạn thẳng . Gọi , , ,  theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng, , . Biết độ dài của đoạn thẳng  cm. Tính độ dài của đoạn thẳng .

***Lời giải:***

****

Vì đoạn thẳng  được chia thành bốn đoạn thẳng có độ dài không bằng nhau theo thứ tự là các đoạn thẳng , , ,  nên suy ra các điểm , ,  nằm giữa hai điểm ,  theo thứ tự nằm giữa  và ,  nằm giữa  và ,  nằm giữa  và .

Mặt khác : , , ,  theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng, , ,  nên điểm  nằm giữa hai điểm  và , điểm nằm giữa hai điểm  và .

Do đó ta có: 

Mà, .

Suy ra: 

 

Màvà  (do  và là trung điểm của  và ) 

Từ và ta có :



(cm).

Vì các điểm , ,  nằm giữa hai điểm ,  theo thứ tự nằm giữa  và ,  nằm giữa  và ,  nằm giữa  và  nên ta có: 

Suy ra: .

Mặt khác ,  lần lượt là trung điểm của ,  nên ta có: ; 

Do đó ta có: (\*)

Theo đề bài, thứ tự các điểm chia và thứ tự trung điểm các đoạn thẳng thì  là điểm nằm giữa hai điểm ,  và  là điểm nằm giữa hai điểm , .

Do đó ta có: , 

Thay vào (\*) ta có:  (cm)

Vậy độ dài đoạn thẳng  là  (cm).

**Bài 5:** Đoạn thẳng  có độ dài  cm được chia thành ba đoạn thẳng không bằng nhau theo thứ tự ,  và . Gọi,  là trung điểm của đoạn thẳng, . Biết độ dài đoạn  cm.

Tìm độ dài đoạn .

***Lời giải:***



Đoạn  được chia thành ba đoạn theo thứ tự ,  và .

Vậy hai điểm,  nằm giữa hai điểm  và .

Vì  là trung điểm của nên  

 là trung điểm của  nên  

Từ và có : 

Vì điểm  và điểm  nằm giữa hai điểm ,  và điểm  nằm giữa hai điểm , 

Nên: 

Suy ra 

Suy ra:  (cm)

Vậy đoạn  (cm)

**Bài 6:** Cho đoạn thẳng  cm. Trên tia đối của tia  lấy điểm . Biết  là trung điểm của đoạn thẳng ,  là trung điểm của đoạn thẳng .

a) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn  lớn hơn độ dài đoạn .

b) Tìm độ dài đoạn .

***Lời giải:***

****

a) Điểm  thuộc tia đối của tia  nên điểm  nằm giữa hai điểm , 

Suy ra 

Mà 

Suy ra độ dài đoạn  lớn hơn độ dài đoạn .

b) Vì  là trung điểm của đoạn , nên :  

Vì  là trung điểm của đoạn , nên :  

Mà  ( câu a), nên , chứng tỏ điểm  nằm giữa hai điểm , 

Suy ra : 



Thay  và  vào , ta có :  (cm).

Vậy  (cm).

**Bài 7:** Vẽ tia . Trên tia  xác định hai điểm  và  sao cho  nằm giữa ,  và  cm, . Tính độ dài các đoạn.

**(Đề thi HSG huyện Hưng Hà 2020-2021)**

***Lời giải:***



Vì điểm  nằm giữa hai điểm ,  nên 

Mà ,  cm

Suy ra:



 (cm)

Do đó:  (cm).

Vậy  (cm),  (cm).

**Bài 8:** Trên tia  lấy các điểm  sao cho  cm,  cm. Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng ,  là trung điểm của đoạn thẳng  Tính độ dài các đoạn thẳng , .

**(Đề thi HSG huyện Nông Cống 2020 - 2021)**

***Lời giải:***



Trên tia , ta có nên điểm  nằm giữa hai điểm  và .

Do đó: 



 (cm)

Vì  là trung điểm của đoạn thẳng 

Nên  (cm)

Vì  là trung điểm của đoạn thẳng 

Nên  (cm)

Mà điểm nằm giữa hai điểm  và , điểm  nằm giữa hai điểm  và ,  nằm giữa hai điểm  và  nên suy ra  nằm giữa hai điểm I và .

Suy ra: 

 (cm).

Vậy (cm),  (cm).

**Bài 9:** Cho ba điểm , ,  sao cho  cm,  cm và  cm. Lấy điểm  nằm trên đường thẳng  sao cho  cm. Tính độ dài đoạn thẳng ?

**(Đề thi HSG huyện Hoa Lư 2020-2021)**

***Lời giải:***

Vì  do  nên điểm  nằm giữa hai điểm  và .

nằm trên đường thẳng  và hai tia ,  đối nhau.

+) Trường hợp 1:  nằm trên tia 



Ta có:  và  là hai tia đối nhau nên nằm giữa  và 

Khi đó:  (cm)

+) Trường hợp 2:  nằm trên tia 



Trên tia , ta có (do ) nên điểm nằm giữa hai điểm  và 

Khi đó: 

 (cm)

Vậy  (cm), (cm) .

**Bài 10:** Cho đoạn thẳng  biết  cm. Lấy 2 điểm , trên đoạn  (,  không trùng với , ) sao cho cm.

1. Chứng minh rằng: Điểm nằm giữa hai điểm  và .

2. Tính độ dài đoạn thẳng .

**(Đề thi HSG huyện Gia Bình 2020-2021)**

***Lời giải:***



1) Vì điểm nằm trên đọan nên điểm  nằm giữa hai điểm , 

Suy ra 



 

Theo bài ra ta có: 

 

Từ và  suy ra .

Trên tia  có  nên điểm  nằm giữa hai điểm  và .

2) Vì điểm  nằm giữa  và nên 

Ta có:











 (cm)

Vậy  (cm)

**Dạng 2: Chứng minh một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng, chứng minh đẳng thức độ dài có liên quan.**

***I.Phương pháp giải***

Để chứng minh là trung điểm của đoạn thẳng , ta thường làm như sau:

Cách 1. Bước 1: Chứng tỏ điểm nằm giữa và .

Bước 2: Chứng tỏ .

Cách 2. Chứng minh 

Cách 3. Bước 1: Chứng tỏ điểm nằm giữa và .

Bước 2: Chứng tỏ  hoặc .

**II. Bài toán**

**Bài 1:** Gọi  và  là hai điểm trên tia  sao cho  cm,  cm. Trên tia  lấy điểm  sao cho  cm. Tính độ dài các đoạn thẳng  và .

***Lời giải:***

****

Trên tia , ta có:  nên điểm  nằm giữa hai điểm  và 

Suy ra ;

Mà  cm,  cm

Nnên  (cm)

Trên tia , ta có nên điểm  nằm giữa hai điểm  và 

Suy ra 



Mà  cm, cm.

Do đó:  (cm)

Vậy  (cm),  (cm).

**Bài 2:** Trên tia  cho  điểm , , , . Biết rằng  nằm giữa  và ;  nằm giữa  và ;  cm,  cm,  cm và .

a) Tính độ dài .

b) Chứng tỏ rằng: Điểm  là trung điểm của đoạn thẳng .

***Lời giải:***

****

a) Đặt  (cm)  (cm)

Trên tia  có  ( vì ) Nên điểm  nằm giữa hai điểm  và 

Suy ra: 

 (cm)

Vì điểm  nằm giữa hai điểm  và , điểm  nằm giữa hai điểm  và C

Nên điểm  nằm giữa hai điểm  và .

Suy ra 



  

Vì  nằm giữa  và  nên:  hay  

Từ  và  ta có: 



 (cm)

Vậy  (cm)

b) Theo ta có:  mà .

Mà .

Mặt khác điểm  nằm giữa 2 điểm  và .

Suy ra là trung điểm của đoạn thẳng .

**Bài 3:** Trên tia  lấy hai điểm  và , sao cho  cm và  cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng .

b) Lấy điểm  trên tia , sao cho  cm. Tính độ dài đoạn thẳng .

c) Trong trường hợp  nằm giữa  và . Chứng tỏ rằng  là trung điểm của đoạn thẳng .

***Lời giải:***



a) Trên tia , ta có:  () nên  nằm giữa hai điểm  và 





 (cm)

Vậy  (cm).

b)TH1:  nằm giữa  và .



Vì  nằm giữa  và  mà  nằm giữa hai điểm  và 

Nên  nằm giữa  và 



 (cm)

TH2:  nằm giữa  và .



Vì  nằm giữa  và 

Nên 



 (cm).

c)Vì  nằm giữa  và nên 

(cm)



Trên tia , ta có () nên  nằm giữa  và 





 (cm).

Do đó: 

Trên tia , ta có:   nên  nằm giữa  và  

Từ  và  suy ra  là trung điểm của 

**Bài 4:** Cho các điểm , , nằm trên cùng một đường thẳng. Các điểm , lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng , . Chứng tỏ rằng: . Bài toán có mấy trường hợp, hãy chứng tỏ từng trường hợp đó?

***Lời giải:***

- Trường hợp 1: Hai điểm ,  ở cùng phía với , tức là hai tia ,  trùng nhau.



\* Trường hợp này có thể chia làm hai trường hợp nhỏ là :  (hai trường hợp chứng minh tương tự).

Giả sử: .

Vì  là trung điểm của , nên:  

Vì là trung điểm của , nên:  

Từ và  ta có :





Ta xét , nên điểm  nằm giữa hai điểm  và .

Suy ra:  

 nên điểm nằm giữa hai điểm  và .

Suy ra: 

Thay  và vào , ta có:  hay 

\* Trường hợp 2: Hai tia và  đối nhau

Mà điểm thuộc tia , điểm  thuộc tia 

Nên và  là hai tia đối nhau



 là trung điểm của , nên:  

 là trung điểm của , nên:  

Từ và có:

 

Vì ,  là hai tia đối nhau, nên điểm nằm giữa hai điểm , .

Suy ra:  

Vì và thuộc hai tia đối nhau,  nên điểm  nằm giữa hai điểm , 

Suy ra:  

Thay và vào , ta có :  hay .

**Bài 5:** Đoạn thẳng  có độ dài bằng  được chia thành ba đoạn thẳng bởi hai điểm chia ,  theo thứ tự là đoạn , ,  sao cho . Tìm khoảng cách giữa:

a) Điểm  và điểm  với  là trung điểm của .

b) Điểm  và điểm  với  là trung điểm của đoạn  .

***Lời giải:***

****

a) Đoạn  được chia thành ba đoạn theo thứ tự , ,  nên suy ra

.

Mà  

Suy ra:  

Vậy  

Vì  là trung điểm của , nên :  

 là trung điểm của , mà  nằm giữa hai điểm ,  nên cũng nằm giữa hai điểm , .

Suy ra:  

Từ  ta có:

 

Thay  vào  có:





 (cm)

b) Theo  ta có: .

Theo  ta có: .

Vậy ta suy ra: 

Mà  là trung điểm của , nên . 

mà ,

Vậy : . 

Theo đầu bài, đoạn  được chia thành ba đoạn thẳng theo thứ tự , , 

Suy ra  

Thay , , vào có: 

 (cm).

**Bài tập 6:** Trên tia  vẽ các điểm , ,  sao cho , , . Điểm có là trung điểm của đoạn thẳng  hay không? Vì sao?

***Lời giải:***

****

Trên tia  ta có  () nên  nằm giữa hai điểm  và 

Suy ra: 

 (cm) 

Trên tia  ta có  () nên điểm  nằm giữa hai điểm  và

Suy ra: 

 (cm) 

Từ  và  suy ra . 

Mặt khác Trên tia  ta có  

suy ra điểm  nằm giữa hai điểm  và . 

Từ và là trung điểm của đoạn thẳng .

**Bài tập 7:** Cho đoạn thẳng  và trung điểm  của nó. Chứng tỏ rằng nếu  là điểm thuộc đoạn thẳng  thì .

***Lời giải:***



Vì điểm  nằm giữa hai điểm  và  nên:  

Vì điểm  nằm giữa hai điểm  và  nên:  

Vì là trung điểm của  nên 

Từ ,  và ta được: 

Suy ra: 

**Bài tập 8**: Trên tia  xác định các điểm  sao cho  (cm),  (cm).

a) Tính độ dài đoạn thẳng , biết .

b) Xác định điểmtrên tia  sao cho .

***Lời giải:***



a) Trên tia , ta có:  nên điểm  nằm giữa điểm  và điểm .

Suy ra: 

Suy ra: 

b) Vì  nằm trên tia  và 

⇒ là điểm thuộc đoạn thẳng  sao cho .

**Bài 9:**

**1.** Trên tia , lấy điểm  và  sao cho cm, cm. Tính độ dài đoạn thẳng . Điểm  có là trung điểm của đoạn thẳng  không? Vì sao?

**2.** Cho đoạn thẳng . Điểm thuộc tia đối của tia . Gọi ,  theo thứ tự là trung điểm của  và . Chứng minh rằng:  và .

**(Đề thi HSG huyện Ninh Bình 2020-2021)**

***Lời giải:***

1) Chứng minh được nằm giữa  và .



Ta có 

Điểm  có là trung điểm của đoạn thẳng  vì :  nằm giữa  và  và 

2) Chứng minh rằng:  và .



Vì  là trung điểm của , điểm  thuộc tia đối của tia  nên  nằm giữa  và .

Suy ra: 



Lại có  nằm giữa  và 



Từ  và  

Vậy 

Lại có  là trung điểm của 

Có , ,  theo thứ tự là trung điiểm của  và 

 nằm giữa  và 



**Bài 10:** Trên tia  lấy hai điểm ,  sao cho  cm,  cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng .

b) Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho  là trung điểm của đoạn thẳng . Lấy điểm  thuộc đoạn thẳng  sao cho . Hỏi  có là trung điểm của đoạn thẳng  không? Vì sao?

***Lời giải:***

****

a) Trên tia  có ,  nên điểm A nằm giữa hai điểm B và O.

Suy ra 



 (cm)

Vậy  (cm) .

b) Vì điểm  là trung điểm của đoạn thẳng nên  (cm).

Vì điểm  thuộc đoạn thẳng  và 

Nên điểm  là trung điểm của đoạn thẳng .

Suy ra  (cm).

Vì hai điểm , nằm trên hai tia đối nhau gốc  nên điểm  nằm giữa hai điểm , .

Suy ra: 



 (cm)

Trên tia  có  nên điểm  nằm giữa hai điểm  và .

Suy ra:



 (cm).

Ta thấy  nên điểm  không là trung điểm của đoạn thẳng .