**CHUYÊN ĐỀ 3**

 **PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**

**PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG**

**I/ Thế nào là “phân tích đa thức thành nhân tử” ?**

 **\* Phân tích đa thức thành nhân tử** tức là phân tích đa thức đó thành tích các đa thức (mỗi đa thức trong tích gọi là một **nhân tử)**

**II/ PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG.**

 **Bước 1:** Chỉ ra nhân tử chung của các hạng tử trong đa thức.

 *VD: Đa thức: 2x2 – 4x*

*Nhận xét: các hạng tử có nhân tử chung là 2x*

 **Bước 2:** Đặt **Nhân tử chung** ra ngoài ngoặc khi đó trong ngoặc là tổng các các nhân tử còn lại của các hạng tử.

 *2x2 – 4x = 2x.x – 2x. 2 = 2x.(x – 2)*

 **Chú ý:**

**+** Nhiều khi để làm xuất hiện nhân tử chung ta cần đổi dấu các hạng tử.

+ Tính chất đổi dấu hạng tử: **A** = - (- **A**)

**III/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

 a) 3 b) 2xy + 2xyz

c)  d) 27

e)  f) (3x – 6y)x + y(x – 2y)

**Bài 2:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Đổi dấu hạng tử để xuất hiện nhân tử chung).

 a) 3(x – y) – 5x(y – x) b) 

c) x(x – 1) – y(1 – x)

 d) 7x(5x – y) + 2(5x – y) – 3y(y – 5x)

e) 2y(3 – x) + 3xy(x – 3)

**IV/ CÁC DẠNG TOÁN LIÊN QUAN.**

**DẠNG 1: Tính nhanh.**

*Phân tích biểu thức ra thừa số rồi tính.*

**Bài 3:** Tính nhanh

 a) 85. 12,7 + 5,3. 127

b) 52. 143 – 52. 39 – 8. 26

 c) 15. 91,5 + 150. 0,85

d) 37,5 . 6,5 – 6,6.7,5 + 3,5.37,5

**DẠNG 2: Tính giá trị biểu thức.**

 **\*** *Phân tích biểu thức thành nhân tử.*

 *\* Thay giá trị của biến vào biểu thức đã phân tích.*

**Bài 4:** Phân tích biểu thức thành nhân tử rồi tính giá trị biểu thức.

 a)  tại x = 77 ; y = 22

 b) x(x – y) + y(y – x) tại x = 53, y = 3

 c) x(x – 1) – y(1 – x) tại x = 2001; y = 1999

**DẠNG 3: Toán Tìm x**

*Dùng phương pháp đặt nhân tử chung, đưa phương trình về phương trình tích*

 * (vế trái là tích các đa thức và mỗi đa thức là một thừa số)*

 **

**Bài 5:** Tìm x (Giải phương trình)

 a)  b) 5x(x – 2000) – x + 2000 = 0

 c) 2x(x – 2) + 3(x – 2) = 0 d) x + 5x2 = 0

 d) x + 1 = (x + 1)2 e) x3 + x = 0

f)  g) 

 h) 

**DẠNG 4: Chứng minh một biểu thức lũy thừa chia hết cho số** **a**

*Dùng phép toán lũy thừa (đã học Lớp 6) và phương pháp Đặt Nhân Tử Chung để phân tích biểu thức lũy thừa thành nhân tử trong đó có một nhân tử là số* ***a***

* *Biểu thức đã cho chia hết cho số* ***a***

**Bài 6:** Chứng minh: 55n + 1 – 55n chia hết cho 54

**Bài 7:** Chứng minh: 56 – 104 chia hết cho 54

**Bài 8:** Chứng minh: n2(n + 1) + 2n(n + 1) luôn chia hết cho 6 với mọi số nguyên n.

**DẠNG 5: Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức.**

 ***\**** *Phân tích một vế của đẳng thức thành tích của hai thừa số, vế còn lại là một số nguyên n.*

*\* Phân tích số nguyên n thành tích hai thừa số bằng tất cả các cách, từ đó tìm ra số nguyên x, y.*

**Bài 9.** Tìm các cặp số nguyên (x, y) thoả mãn một trong các đẳng thức sau:

a) x + y = xy

b) xy – x + 2(y – 1) = 13

**Giải**

a) Ta có  được viết thành: 

Do đó suy ra:  hay 

Mà  nên:  hoặc 

Do đó  hoặc 

Vậy ta có hai cặp số nguyên cần tìm là  và 

b) Phân tích vế trái ra thừa số ta có:



Vế phải bằng  nên ta lần lượt có:



Hay: 

Vậy ta có 4 cặp số nguyên cần tìm là: 

 **CHỦ ĐỀ 3**

**PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**

**PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC**

**I/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ.**

Nếu đa thức là một vế của hằng đẳng thức đáng nhớ nào đó thì có thể dùng hằng đẳng thức đó để biểu diễn đa thức này thành tích các đa thức.

\* Những hằng đẳng thức đáng nhớ:

(A + B)2 = A2 + 2AB + B2 (A - B)2 = A2 - 2AB + B2

A2 - B2 = (A + B)(A - B)

(A + B)3 = A3 + 3A2B + 3AB2 + B3 (A - B)3 = A3 - 3A2B + 3AB2-B3

A3 + B3 = (A+B) (A2 - AB + B2) A3 - B3 = (A - B)(A2 + AB + B2)

**Ví dụ:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1) x2 – 4x + 4 = 

2)

3) 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

1) 25x2 - 10xy + y2 2) x2y2 - 6xy + 9 3) 4y2 + 4y + 1

4) 8x3 + 36x2y + 54xy2 + 27y3 5) 27y3 – 27y2x + 9yx2 – x3 6) (x - y)3 – (x+y)3

7) (x + 1)3 + (x – 1)3 8) (xy + 4)2 – (2x + 2y)2 9) 81x2 – 64y2

10)  11) (x – 1)2 – (x + 1)2 12) 8x3 - 

13) x2 – 64y2 14) x3 + 

**Bài 2:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Đổi dấu hạng tử để xuất hiện hằng đẳng thức).

1) - 16x2 + 8xy - y2 2) - 8x3 - 36x2y - 54xy2 - 27y3

3) 10x – 25 – x2 4) – 2x2 - 10x – 25 5) – 27x3 - 8

**III/ CÁC DẠNG TOÁN LIÊN QUAN.**

**DẠNG 1: Tính nhanh.**

*Phân tích biểu thức ra thừa số rồi tính.*

**Bài 3:** Tính nhanh

 a) 252 - 152

b) 872 + 732 – 272 - 132

c) 20022 – 22

**DẠNG 2: Tính giá trị biểu thức.**

 **\*** *Phân tích biểu thức thành nhân tử.*

 *\* Thay giá trị của biến vào biểu thức đã phân tích.*

**Bài 4:** Phân tích biểu thức thành nhân tử rồi tính giá trị biểu thức.

 a)  tại x = 49,75

 b) x2 – y2 – 2y – 1 tại x = 93, y = 6

 c) 27y3 – 27y2x + 9yx2 – x3 tại x = 28; y = 9

**DẠNG 3: Toán Tìm x**

*Dùng phương pháp đặt nhân tử chung, đưa phương trình về phương trình tích*

 * (vế trái là tích các đa thức và mỗi đa thức là một thừa số)*

 **

**Bài 5:** Tìm x (Giải phương trình)

 1) (2x – 1)2 – (x + 3)2 = 0 2) x3 -  = 0 3) x3 – 0,25x = 0

 4) x2 – x + = 0 5) x2 – 10x = - 25 6) 4x2 – 4x = - 1

 7) (2x – 1)2 - 25 = 0 8) 27x3 + 27x2 + 9x + 1 = 0

 9) 9x2(x + 1) – 4(x + 1) = 0 10) (x + 1)3 – 25(x + 1) = 0

**DẠNG 4: Chứng minh một biểu thức lũy thừa chia hết cho số** **a**

*Dùng phép toán lũy thừa (đã học Lớp 6) và phương pháp Đặt Nhân Tử Chung để phân tích biểu thức lũy thừa thành nhân tử trong đó có một nhân tử là số* ***a***

*=> Biểu thức đã cho chia hết cho số* ***a***

**Bài 6:** Chứng minh: 29 - 1 chia hết cho 73

**Bài 7:** Chứng minh: (n + 3)2 – (n – 1)2 chia hết cho 8 với mọi số nguyên n.

**Bài 8:** Chứng minh: (n + 6)2 - (n - 6)2 chia hết cho 24 với mọi số nguyên n.

**DẠNG 5: Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức.**

 ***\**** *Phân tích một vế của đẳng thức thành tích của hai thừa số, vế còn lại là một số nguyên n.*

*\* Phân tích số nguyên n thành tích hai thừa số bằng tất cả các cách, từ đó tìm ra số nguyên x, y.*

**Bài 9.** Tìm các cặp số nguyên (x, y) thoả mãn một trong các đẳng thức sau: x2 – y2 = 21

**CHỦ ĐỀ 3**

**PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**

**PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ**

**I/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

 **Bước 1:** Chọn và nhóm 2 hoặc 3 …hạng tử thành một nhóm sao cho mỗi nhóm sau khi phân tích thành nhân tử thì các nhóm này có thừa số chung, hoặc liên hệ các nhóm là hằng đẳng thức.

 **Bước 2:**

+ Nếu các nhóm có thừa số chung:Đặt thừa số chung của các nhóm làm **Nhân tử chung** ra ngoài ngoặc khi đó trong ngoặc là tổng các các thừa số còn lại của các nhóm.

+ Nếu liên hệ các nhóm tạo thành hằng đẳng thức thì vận dụng hằng đẳng thức.

 **Ví dụ:** Phân tích thành nhân tử:

 x2 – 2xy + y2 – z2 = (x2 – 2xy + y2) – z2 (Thực hiện nhóm hạng tử)

 = (x – y)2 – z2 (Hằng đẳng thức hiệu hai bình phương)

 = (x – y – z)(x – y + z)

 **Chú ý:**

**+** Nhiều khi để làm xuất hiện thừa số chung (nhân tử chung) ta cần đổi dấu các hạng tử.

+ Tính chất đổi dấu hạng tử: **A** = - (- **A**)

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Nhóm xuất hiện thừa số chung)

 a) x2 – xy + x - y b) xz + yz – 5x – 5y c) 3x2 – 3xy – 5x + 5y

d) x3 – 3x2 – 4x + 12 e) 45 + x3 – 5x2 – 9x f) x4 + x3 + x + 1

**Bài 2:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Nhóm xuất hiện hằng đẳng thức).

 1) x3 – x + y3 - y 2) x2 – 2xy – 4z2 + y2

3) x(x – 1) – y(1 – x) 4) x3 + 6x2y + 12xy2 + 8y3

5) x2 – 2xy + y2 – xz + yz 6) x2 – y2 – x + y

7) 3x2 + 6xy + 3y2 – 3z2 8) x2 – 2xy + y2 – z2 + 2zt – t2

 9) x3 + x2 – xy + y2 + y3 10) x2 – 6(x + 3) - 9

**Bài 3:** Phân tích biểu thức thành nhân tử rồi tính giá trị biểu thức.

 a) 4x2 – y2 + 4x + 1 tại x = 10 ; y = 5

 b) x2 – y2 - 2y - 1 tại x = 93, y = 6

**Bài 4:** Tìm x (Giải phương trình)

 *Dùng phương pháp đặt nhân tử chung, đưa phương trình về phương trình tích*

 * (vế trái là tích các đa thức và mỗi đa thức là một thừa số)*

 **

 a) 2(x + 3) – x2 – 3x = 0 b) 4x2 – 25 – (2x – 5)(2x + 7) = 0

 c) x3 + 27 + (x + 3)(x – 9) = 0 d) x3 – 3x2 – 4x + 12 = 0

**Bài 6:** Chứng minh một biểu thức lũy thừa chia hết cho số **a**

*Dùng phép toán lũy thừa (đã học Lớp 6) và phương pháp Đặt Nhân Tử Chung để phân tích biểu thức lũy thừa thành nhân tử trong đó có một nhân tử là số* ***a***

* *Biểu thức đã cho chia hết cho số* ***a***

**Vận dụng:** Chứng minh: n3 + 3n2 – n – 3 chia hết cho 48 với mọi số nguyên n lẻ.

**CHỦ ĐỀ 3**

**PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**

**CÁC PHƯƠNG PHÁP KHÁC**

**I/ PHƯƠNG PHÁP TÁCH HẠNG TỬ (Thường dùng cho đa thức bậc 2)**

**Phương pháp giải**

*Nếu đa thức đã cho là đa thức bậc hai có 3 hạng tử: ax2 + bx + c = 0 nhưng không có dạng hằng đẳng thức (a ± b)2 thì ta phải tiến hành tách hạng tử như sau:*

 **

 *Đặt a + b = c và a.b = d rồi nhẩm các giá trị a, b thỏa mãn.*

 *(Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh bằng cách bấm máy tìm ra a và b)*

**Ví dụ 1:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) x2 – 6x + 5 b) x2 – x -12 c) x2 + 8x + 15

d) x2 + 7x + 12 e) x2 – 13x + 36 f) x2 – 5x – 24

g) 3x2 + 13x -10 h) 2x2 – 7x + 3 i) 3x2 – 16x + 5

j) 2x2 – 5x – 12 k) x4 – 7x2 + 6 l) x4 + 2x2 -3

m) 4x2 -12x2 -16 n) x4 + x2 + 1

Giải

a) x2 – 6x + 5 = x2 – x – 5x + 5 = x(x – 1) – 5(x – 1) = (x – 5)(x – 1)

b) x2 – x – 12 = x2 + 3x – 4x – 12 = x(x + 3) – 4(x + 3) = (x – 4)(x + 3)

c) x2 + 8x + 15 = x2 + 3x + 5x + 15 = x(x + 3) + 5(x + 3) = (x + 5)(x + 3)

d) x2 + 7x + 12 = x2 + 3x + 4x + 12 = x(x + 3) + 4(x + 3) = (x + 4)(x + 3)

e) x2 – 13x + 36 = x2 – 4x – 9x + 36 = x(x – 4) – 9(x – 4) = (x – 4)(x – 9)

f) x2 – 5x – 24 = x2 + 3x – 8x – 24 = x(x + 3) – 8(x + 3) = (x – 8)(x + 3)

g) 3x2 + 13x -10 = 3x2 – 2x + 15x – 10 = x(3x – 2) + 5(3x – 2) = (x + 5)(3x – 2)

h) 2x2 – 7x + 3 = 2x2 – 6x – x + 3 = 2x(x – 3) – (x – 3) = (2x – 1)(x – 30)

i) 3x2 – 16x + 5 = 3x2 – x – 15x + 5 = x(3x – 1) – 5(3x – 1) = (x – 5)(3x – 1)

j) 2x2 – 5x – 12 = 2x2 – 8x + 3x – 12 = 2x(x – 4) + 3(x – 4) = (2x + 3)(x – 4)

k) x4 – 7x2 + 6 = x4 – x2 – 6x2 + 6 = x2(x2 – 1) – 6(x2 – 1) = (x2 – 1)(x2 – 6)

 = (x – 1)(x + 1)(x - )(x + )

l) x4 + 2x2 -3 = x4 – x2 + 3x2 – 3 = x2(x2 – 1) + 3(x2 – 1) = (x2 – 1)(x2 + 3)

= (x – 1)(x + 1)(x2 + 3)

m) 4x2 -12x2 -16 = 4(x2 – 3x – 4) = 4(x2 + x – 4x – 4) = 4[x(x + 1) – 4(x + 1)]

 = 4(x – 4)(x + 1)

n) x4 + x2 + 1 = (x2 + 1)2 – x2 = (x2 – x + 1)(x2 + x + 1)

q) x3 – 2x2 + 5x – 4 = x3 – x2 – x2 + x + 4x – 4 = x2(x – 1) – x(x – 1) + 4(x – 1)

 = (x – 1)(x2 –x + 4)

**II/ PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ**

**Phương pháp giải**

*Khi gặp đa thức nhiều ẩn hoặc một ẩn nhưng phức tạp ta dùng cách đặt ẩn phụ rồi phối hợp các phương pháp đặt nhân tử chung, hằng đẳng thức, tách và thêm bớt số hạng để phân tích ra thừa số.*

**Ví dụ 2.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

1. 
2. 
3. 

**Giải**

a) Đặt  ta có:



 

Thay  vào ta được 

b) Ta có:  

Đặt  ta có:

 

c) Đặt  ta có:



 ****

**III/ PHƯƠNG PHÁP HẸ SỐ BẤT ĐỊNH**

**Phương pháp giải**

*\* Giả sử đa thức đã cho được phân tích thành tích của hai đa thức khác. Ta cần xác định hệ số của hai đa thức phân tử.*

*\* Thực hiện phép nhân hai đa thức rồi cho đồng nhất các hệ số tương ứng.*

**Ví dụ 3.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

1. 
2. 

**Giải**

a) Giả sử đa thưc được phân tích thành hai đa thức bậc hai dạng: 

Thực hiện phép nhân đa thức ta được:



Đồng nhất với đa thức đã cho được:  Ta tìm được 

Vậy 

**Cách khác:**



 

b) Ta tìm  sao cho



 

Đồng nhất các hệ số tương ứng của hai vế ta được:



Từ , chọn  (vì ).

Ta có , kết hợp với  ta được 

Vậy .