**ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG**

**A. CHUẨN KIẾN THỨC**

**A.TÓM TẮT GIÁO KHOA.**

**1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.**

Cho đường thẳng  và mặt phẳng , ta có ba vị trí tương đối giữa chúng là:

*  và  cắt nhau tại điểm , kí hiêu  hoặc để đơn giản ta kí hiệu  (h1)
*  song song với , kí hiệu  hoặc  ( h2)
*  nằm trong , kí hiệu  (h3)





**2. Các định lí và tính chất.**

* Nếu đường thẳng  không nằm trong mặt phẳng  và  song song với đường thẳng  nằn trong thì  song song với .

Vậy 

* Cho đường thẳng  song song với mặt phẳng . Nếu mặt phẳng  đi qua  và cắt  theo giao tuyến  thì .

Vậy .

* Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng ( nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.



Vậy .

* 4. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

**B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.**

**Bài toán 01: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG.**

**Phương pháp:**

Để chứng minh đường thẳng  songsong với mặt phẳng **** ta chứng minh  song song với một đường thẳng  nằm trong .

****

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Cho hai hình bình hành  và  không cùng nằm trong một mặt phẳng có tâm lần lượt là  và .

a) Chứng minh  song song với các mặt phẳng  và .

b) Gọi  lần lượt là hai điểm trên các cạnh  sao cho . Chứng minh  song song với .

**Lời giải.**

a) Ta có  là đường trung bình của tam giác  ứng với cạnh  nên , 

.

Tương tự,  là đường trung bình của tam giác  ứng với cạnh  nên , .

b) Trong , gọi 

Do  nên .

Lại có . Mà .

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  có đáy  là một hình bình hành. Gọi  là trọng tâm tam giác ,  là trung điểm của  và  là điểm trên cạnh  sao cho .

a) Đường thẳng đi qua  và song song với  cắt  tại . Chứng minh .

b) Chứng minh .

**Lời giải.**

a) Ta có ,

,

mà 

.

b) Gọi  là giao điểm của  và 

Ta có 

, .

**Bài toán 02: DỰNG THIẾT DIỆN SONG SONG VỚI ĐƯỜNG THẲNG.**

**Phương pháp:**

Sử dụng định nghĩa và các tính chất hoặc biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến.

Trong phần này ta sẽ xét thiết diện của mặt phẳng  đi qua một điểm song song với hai đường thẳng chéo nhau hoặc  chứa một đường thẳng và song song với một đường thẳng; để xác định thiết diện loại này ta sử dụng tính chất: 

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Cho hình chóp ,  và  là hai điểm thuộc cạnh  và ,  là mặt phẳng qua  và song song với .

a) Xác định thiết diện của hình chóp  khi cắt bởi.

b) Tìm điều kiện của  để thiết diện là một hình thang.

**Lời giải.**

a) Ta có 

.

Trong  gọi 

******

Vậy 

Từ đó ta có .

Thiết diện là tứ giác .

b) Tứ giác  là một hình thang khi  hoặc .

Trường hợp 1:

Nếu  thì ta có 

Mà  (vô lí).

Trường hợp 2:

Nếu thì ta có các mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến là  nên .

Đảo lại nếu thì 

 nên tứ giác  là hình thang.

Vậy để tứ giác  là hình thang thì điều kiện là .

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp , có đáy là hình vuông cạnh  và tam giác  đều. Một điểm  thuộc cạnh  sao cho , mặt phẳng đi qua  song song với  và .

a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi .

b) Tính diện tích thiết diện theo  và .

**Lời giải.**

a) Ta có 



.

Tương tự  

Trong  gọi , thì ta có

.

Thiết diện là tứ giác .

b) Do 

Lại có . Từ  và  suy ra 

Mà .

Ba mặt phẳng  và  đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến là  với .

Vậy  là hình thang.

Ta có , mà . Do đó  là hình thang cân.

Từ ,

,

Gọi  là trung điểm của  thì



.

**CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP**

**31**.Cho hình chóp . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và ;  tương ứng là trọng tâm các tam giác .

a) Chứng minh .

b) .

c) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  và .

**32**. Cho hình chóp  có đáy  là hình bình hành. Trên các cạnh  lần lượt lấy các điểm  sao cho .

a) Chứng minh .

b) .

c) .

**33**. Cho hình chóp  có đáy  là một tứ giác lồi. Gọi  là giao điểm của hai đường chéo  và . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng qua , song song với  và .

**34.** Cho hình chóp  có đáy  là một hình bình hành . Gọi  là trung điểm của cạnh . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng  qua  , song song với  và .

**35**. Cho hình chóp . Gọi  là hai điểm bất kì trên hai cạnh  và , là mặt phẳng đi qua  và song song với .

Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi .

**36**. Cho tứ diện . Gọi  lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác  và . Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để

a)  là .

b)  và  là  và .

**37.** Cho hình chóp  có đáy là hình bình hành . Gọi  là trung điểm của ;  là mặt phẳng qua  và song song với .

a) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi .

b) Gọi  lần lượt là giao điểm của  với các cạnh . Tính các tỉ số .

c) Gọi . Chứng minh  nằm trên một đường thẳng song song với .

**38.** Cho hình chóp  có đáy  là hình thang với đáy lớn . Gọi  theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác  và .

a) Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng :  và ;  và .

b) Chứng minh .

c) Gọi  là giao tuyến của  và còn  lần lượt là các giao điểm của  với . Chứng minh .

d) Tìm các giao điểm  của  với ,  với . Chứng minh  thẳng hàng.

**39.** Cho hình chóp  có đáy  là hình bình hành tâm .  là một điểm di động trên cạnh ,  là mặt phẳng qua  và song song với .

a) Chứng minh  luôn chứa một đường thẳng cố định.

b) Tìm các giao điểm  của  với . Chứng minh  có giá trị không đổi.

b) Thiết diện của hình chóp với  có thể là hình thang được không?

**40.** Cho tứ diện  có  với. Một mặt phẳng  song song với hai đường thẳng  và  cắt các cạnh của của tứ diện theo một thiết diện là hình thoi. Tính diện tích của thiết diện.

**41.** Cho tứ diện đều  cạnh .  và  là hai điểm di động trên các cạnh  và , sao cho . Một mặt phẳng qua  song song với  cắt tứ diện theo một thiết diện.

a) Chứng minh thiết diện là hình thang cân.

b) Tìm  để diện tích thiết diện nhỏ nhất.

**42.** Cho hình chóp  có đáy  là một hình bình hành. Một mặt phẳng  thay đổi đi qua  và cắt  tại .

a) Tứ giác  là hình gì?

b) Chứng minh giao điểm  của  và  luôn thuộc một đường thẳng cố định.

c) Chứng minh giao điểm  của  và  luôn thuộc một đường thẳng cố định và  không đổi.

**43.** Cho hình lăng trụ  . Gọi  là trung điểm của cạnh .

a) Chứng minh .

b)  là một điểm thuộc cạnh , . Chứng minh . Tìm vị trí của  để .

**44.** Cho hình lăng trụ .  lần lượt là trọng tâm các tam giác ,  và  .Chứng minh

a) .

b) .

**45.** Cho tứ diện đều  cạnh .  là trung điểm của cạnh ,  là điểm tuộc cạnh  sao cho .  là một điểm di động trong tam giác sao cho .

a) Tìm tập hợp điểm .