|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**   |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2013-2014**  **ĐỀ THI MÔN:TOÁN**  **(Dành cho học sinh THPT không chuyên)**  *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề* |

**Câu 1.** *(3,0 điểm)*

1. Cho phương trình bậc hai: , trong đó  là ẩn,  là tham số. Tìm tất cả các giá trị của  để phương trình đã cho có hai nghiệm  và  đạt giá trị nhỏ nhất.
2. Cho tam thức bậc hai . Chứng minh rằng nếu  với mọi  thì .

**Câu 2.** *(2,0 điểm)*

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3.** *(2,0 điểm)*

1. Cho  là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng



1. Giải bất phương trình: 

**Câu 4.** *(3,0 điểm)*

1. Cho tam giác *,* dựng về phía ngoài tam giác  hai tam giác vuông  và  với , sao cho tam giác đồng dạng với tam giác . Gọi là trung điểm , chứng minh rằng vuông góc với .
2. Cho tam giác  không vuông với . Chứng minh rằng nếu  và  thì  là một tam giác cân.
3. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc cho tam giác  có tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm lần lượt có tọa độ là . Tìm tọa độ các đỉnh *A, B, C* của tam giác  biết rằng đỉnh *B* nằm trên đường thẳng  và điểm  nằm trên đường cao kẻ từ đỉnh *B* của tam giác .

**-------------Hết-------------**

***Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.***

***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

**Họ và tên thí sinh:…………………….……..…….…….…..; Số báo danh……………**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**  *(Đáp án có 04 trang)* | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2013-2014**  **ĐÁP ÁN MÔN: TOÁN**  **(Dành cho học sinh THPT không chuyên)** |

**I. LƯU Ý CHUNG:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.

- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

|  |  |
| --- | --- |
| **II. ĐÁP ÁN:** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung trình bày** | **Điểm** |
| **1** | **(3,0 điểm)** | |
| **1a (2,0 điểm)** | |
| Phương trình đã cho có hai nghiệm | **0,5** |
| Với điều kiện trên, theo định lí Viét ta có: | **0,25** |
| Do đó | **0,5** |
| Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi    Vậy biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  khi và chỉ khi | **0,75** |
| **1b (1,0 điểm)** | |
| Do  với mọi  nên .  Mặt khác  với mọi | **0,5** |
| Theo bất đẳng thức Cosi ta có:  (ĐPCM). | **0,5** |
| **2** | **(2,0 điểm)** | |
| **2a (1,0 điểm)** | |
| ĐKXĐ  Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với: | **0,5** |
|  |  | **0,25** |
| Kết hợp với ĐKXĐ ta được . Vậy tập nghiệm của phương trình là . | **0,25** |
| **2b (1,0 điểm)** | |
| Đkxđ:  Từ phương trình đầu của hệ ta có: | **0,5** |
| Thay vào phương trình thứ hai của hệ ta được:    So sánh với Đkxđ ta được nghiệm của hệ phương trình . | **0,5** |
| **3** | **(2,0 điểm)** | |
| **3a (1,0 điểm)** | |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
| Bất đẳng thức (\*) luôn đúng do .  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . Vậy BĐT được chứng minh. | **0,25** |
| **3b (1,0 điểm)** | |
| Đkxđ . Đặt  suy ra , thay vào bất phương trình ta được: | **0,25** |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
| Kết hợp với đkxđ ta được tập nghiệm là . | **0,25** |
| **4** | **(3,0 điểm)** | |
| **4a (1,0 điểm)** | |
| Ta có | **0,25** |
| Ta có | **0,25** |
| .  Do và | **0,25** |
| Vậy | **0,25** |
| **4b (1,0 điểm)** | |
| Ta có .  Tương tự ta tính được | **0,5** |
| Theo giả thiết | **0,25** |
| Hay tam giác *ABC* cân | **0,25** |
| **4c (1,0 điểm)** | |
|  |  |
| Gọi  Gọi *N* là trung điểm *AC* suy ra .  Mà .  Theo (1) suy ra  suy ra | **0,25** |
| Ta có mà | **0,25** |
| *AC* đi qua  và có VTPT  suy ra *AC* có phương trình  Đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* có tâm , bán kính  nên có phương trình:  Suy ra tọa độ *A, C* là nghiệm của hệ phương trình: | **0,25** |
| Vậy  hoặc | **0,25** |

----------------------------------------------------------------------