**CHUYÊN ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM NGUYÊN**

Dạng 1: Sử dụng tính chất: 

Bài 1: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:

=> 

Bài 2: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 3: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 4: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Dạng 2: Đưa về tổng các số chính phương

Bài 1: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 2: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:

Nhân với 4 ta được:

Bài 3: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 4: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 5: Giải phương trình nghiệm nguyên dương: 

HD:



Bài 6: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:

 nếu đặt 

Bài 7: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 8: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 9 : Giải phương trình nghiệm nguyên:: 

HD :

 => 

 => 

Bài 10: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 11: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



 => 

Bài 12: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:



Bài 13: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:

Nhân 4 

Bài 14: Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD:

, mà  là số chính phương nên =>y

Bài 15: Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

HD :

Ta có phương trình trở thành : 

=> , Vì x,y là số nguyên nên 

=> 

Bài 16: Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn: 

HD:



Giả sử có x,y nguyên thỏa mãn: VT=> .

Do x,y nguyên nên xy=3 hoặc xy=4

Nếu xy=3 thì  và xy=3( vô lý)

Nếu xy=4 thì 

Bài 17: Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn bất phương trình: 

HD:

Biến đổi:  khi 

Bài 18: Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

Bài 19: CMR: phương trình sau không có nghiệm nguyên: 

Bài 20: Tìm các số x,y nguyên dương thỏa mãn: 

Bài 21: Tìm các số nguyên x, y biết: 

Bài 22: Chứng minh rằng không có các số nguyên x,y,z thỏa mãn : 

HD:

Ta có , Ta có :  mà 4 không chia hết cho 8

( nên không tần tại x,y,z)

Bài 23 : Tìm x, y thỏa mãn : 

Bài 24: Tìm các số nguyên x, y, z thỏa mãn: 

HD:

Vì x, y,z là các số nguyên nên: 

DẠNG 3 : ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Bài 1 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :



Bài 2 :Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 Ta có: 

 

Bài 3 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :



 

Bài 4 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

=>  mà  là 1 số chẵn nên 2 số đều chẵn

Bài 5 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 với 

Bài 6 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:



Bài 7: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

=> 

Bài 8: Giải phương trình nghiệm nguyên :

HD :

 

 

Bài 9: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:



=> 

Bài 10: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

  

Bài 11: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 

Bài 12: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:



Bài 13: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:



Bài 14: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

=> 

Bài 15: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:



 => => 

Bài 16: Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:



Bài 17 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 

Bài 18 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 

Bài 19 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 

Bài 20 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

  

Bài 21 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

 Đặt : 

 

Bài 22 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

 

Bài 23 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

 

Bài 24 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

Có , Để phương trình có nghiệm thì :

Bài 25 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

Có , để phương trình có nghiệm thì 

Bài 26 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 

Bài 27 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 

Bài 28 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Xét : 

Bài 29 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Theo vi- ét ta có :

 

Bài 30 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 31 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Chuyển phương trình thành bậc hai với x

 , có :

, Điều kiện cần và đủ để phương trình có nghiệm nguyên là  là số chính phương

 => 

Bài 32 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 33 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 34 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 35 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 36 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : => 

Bài 37 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về : 

Bài 38 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 39 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

 => Vô nghiệm

Bài 40 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về thành : , Vô nghiệm

Bài 41 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : , Vô nghiệm

Bài 42 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Phương trình có nghiệm , xét x, y # 0 =>  là 1 số chính phương

 Đặt :  Tìm x

 

Bài 43 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình vê dạng : 

Bài 44 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình thành : 

 => 

Bài 45 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Phương trình <=> 

 Vì VP là 1 số lẻ =>  là số lẻ ,

 Giả sử : => d lẻ , Mà : 

  là số chính phương => 

Bài 46 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có :

 

Bài 47 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng :

 , Điều kiện để phương trình có nghiệm là :

 

 Từ đó ta có : 

Bài 48 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Điều kiện để phương trình có nghiệm là 

 Làm giống bài trên

Bài 49 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 TH1 : y=0 => ...

 TH2 : 

 Điều kiện để phương trình có nghiệm là  phải là 1 số chính phương

 => => Tìm x

 Đáp án : (x ; y)= ( 9 ; -6), (9 ; -21), (8 ; -10), (-1 ; -1), (m ; 0) với m là số nguyên

Bài 50 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Để phương trình có nghiệm thì  phải là 1 số chính phương

Bài 51 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Cách 1 : Đánh giá miền cực trị của x :

 

 => 

 Cách 2 : Tính 

Bài 52 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Điều kiện để phương trình có nghiệm là 

Bài 53 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Điều kiện để phương trình có nghiệm là 

Bài 54 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Điều kiện để phương trình có nghiệm là 

Bài 55 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Điều kiện để phương trình có nghiệm là 

Bài 56 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành : 

Bài 57 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành : 

Bài 58 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành : 

Bài 59 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

 

 TH1 : 

 TH2 : 

Bài 60 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 Chú ý : Vì  là 1 số chẵn nên có tính chất cùng chẵn

Bài 61 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

 

Bài 62 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Giả sử : 

 TH1 : 

TH2 :  hoặc



Bài 63 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 64 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng :

Bài 65 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 66 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 67 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 68 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình về dạng : 

Bài 69: Tìm x, y nguyên thỏa mãn: 

DẠNG 4 : ĐƯA VỀ ƯỚC SỐ

Bài 1 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Phương trình tương đương với : 

 

 Với x=2 không phải là nghiệm khi đó ta có : 

Bài 2 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành : 

Bài 3 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành : 

Bài 4 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình về dạng : 

 

Bài 5 : Tìm x nguyên để biểu thức sau nguyên : 

HD :

 Ta có : 

Bài 6 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 ta có : 

 

Bài 7 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành : 

Bài 8 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

Bài 9 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình trở thành :

 



Bài 10 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

 

Bài 11 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

Bài 12 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

 

Bài 13 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

Bài 14 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :



Bài 15 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

 

Bài 16 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

 

Bài 17 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

Bài 18 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

Bài 19 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình ta có :

 

Bài 20 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình ta có :

 

Bài 21 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

 

Bài 22 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình về dạng :

 

Bài 23 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Đưa phương trình trở thành :

 

 TH1 : y=1=>x=0

 TH2 :

Bài 24 : Tìm các cặp (x ; y) nguyên sao cho A có giá trị nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

Bài 25 : Tìm các cặp số nguyên dương x,y,z biết : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

Bài 26 : Tìm các cặp nguyên dương a, b biêt A có giá trị nguyên : 

HD :

 Biến đổi phương trình thành :

 

 Chứng minh k=1=>a=4, b=3

Bài 27 : Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành: 

Bài 28 : Có tồn tại hay không hai số nguyên x, y thỏa mãn : 

HD:

 Biến đổi phương trinhg thành:

  và  và 

 Với 

 Với 

Bài 29 : Có tồn tại hay không hai số nguyên x, y thỏa mãn : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành: 

 Tương tự ta có: , Mà , Vậy không tồn tại x,y,z

Bài 30 : Tìm các cặp số tự nhiên thỏa mãn :  

HD:

 Xét 

 Xét  còn  dư 0 hoặc 1

 =>  dư 0 hoặc dư 1, Mà 3026 chia 3 dư 2=> Vô lý

Bài 31 : Chứng minh phương trình sau không có nghiệm nguyên : 

HD:

 Với y<0 => Phương trình vô nghiệm

 Nếu y=0,1,2,3=> Phương trình cũng vô nghiệm

 Nếu 

 => ( Vô lý) do số chính phương chia 8 dưa 0 hoặc 1 hoặc 4

Bài 32: Tìm tất cả các tam giác vuông có các cạnh là 1 số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi

HD:

 Gọi x, y là các cạnh của hình vuông 

 Ta có:  và  (2)

 Khi đó ta có: 

 

 Thay  vào (2) ta được

Bài 33 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Đưa phương trình thành: 

Bài 34 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành: 

Bài 35 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Biến đôi phương trình thành: 

Bài 36 : Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành:

  Vì 

Bài 37 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành:

 

Bài 38 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Biến dổi phương trình thành: 

Bài 39 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

Biến đổi phương trình thành:

 

Bài 40 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành:

 , Đặt: 

 Khi đó phương trình trở thành:

 

 

Bài 41 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành:

 

Bài 42 : Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành:  (1)

 Phương trình đã cho có nghiệm: 

 Xét:  từ (1) =>  là 1 số chính phương

 Đặt => Tìm đc x

 => (0; 0), (4; -1), (4; 2), (-4; -1), (-4; -2)

Bài 43 : Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD:

 Biến đổi phương trình thành:

 

 

Bài 44: Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn: 

DẠNG 5: SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC

Bài 1 : Tìm tất cả x,y nguyên thỏa mãn : 

HD:

Ta có:  (1)

Mặt khác  (2)

Từ (1) và (2) ta có: 



Bài 2 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

 Mặt khác : 

 Khi đó : 

 

Bài 3 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có :  (1)

 mặt khác : 

 Khi đó : 

 TH1 : 

 TH2 : 

Bài 4 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

 Mặt khác : 

 Khi đó : 

Bài 5 : Tìm các số nguyên x để biểu thức sau là 1 số chính phương : 

HD :

 Đặt 

 

  (1)

 Vậy ta cần chứng minh 

 Thật vậy : 

 

 

Bài 6 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có : 

 

 Mà  => Tìm x => Tìm y

Bài 7 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD :

 Ta có :  mà 5 :2 dư 1=> x2 chia 2 dư 1=> x2  chia 8 dư 1=>2y2 +x2 chia 8 dư 1 hoặc 3

 mà 5 chia 8 dư 5=> Vô lý

 vậy không có giá trị x, y nguyên thỏa mãn

Bài 8 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 Nhân với 4 ta có: => 

 Do , mà => Vô lý

 vậy không tồn tại x, y nguyên

Bài 9 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 Ta có: 

 là số lẻ < 7=> 

Bài 10 : Tìm x, y nguyên sao cho : 

HD:

 Xét 

 Xét Vô lý

 Với  dư 3=> y là số lẻ=> y=2k+1=>  dư 1 (vl)

 Vậy không tồn tại x, y nguyên

Bài 11 : Tìm x, y nguyên sao cho : 

HD :

 TH1 : x là số lẻ :

 =>   chia 3 dư 2

 VP là 1 số chính phương chia 3 không dư 2

 TH2 : x là số chẵn :

 

 Thấy  và 

  hoặc 

Bài 12 : Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Ta có: 

 

 Ta cần chứng minh: 

 Khi đó: 

 Vậy 

  hoặc 

Bài 13 : Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD:

 Giả sử: 

 

 TH1: Với x=1=> 

 => Nếu y=1=> Z không có giá trị, Nếu y=2=> z=3

 TH2 : Với x=2 làm tương tự

Bài 14 : Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD:

 Giả sử: 

 Làm tương tự bài trên

Bài 15 : Tìm các số nguyên dương a, b, c đôi 1 khác nhau thỏa mãn : 

Có giá trị nguyên

HD:

 Ta có:  có cùng tính chẵn lẻ:

 Giả sử : Nếu 

 Nếu a=1=>  thay a=1 và A=2 vào ta được:

  hay 

 Nếu a=2, xét tương tự=> (2;4;4), (1;3;7) và các hoán vị

Bài 16 : Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD:

 Ta có:

 Giả sử: 

 Khi đó: 

 Với => tự làm

Bài 17 : Tìm tất cả các số nguyên tố p để tổng tất cả các ước tự nhiên của  là số chính phương

HD:

 Ta có:

  => 

Bài 18 : Giải phương trình nghiệm nguyên : 

HD:

 Biến đổi thành: 

Bài 19 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Biến đổi thành: 

 Xét các TH=> x

Bài 20: Tìm các nghiệm nguyên dương x, y của phương trình : 

HD:

 Biến đổi thành: 

 Lại có: , Với  và 1959=3.653

Bài 21 : Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD:

 Phương trình đã cho 

 Cô si ta có: , Do 

và x,y,z nguyên nên ta có các nghiệm là:

 (1 ;1 ;1), (1 ;-1 ;-1) và các hoán vị

Bài 22: Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Với x=0=> y= 1 hoặc y=-1

 Với x # 0=> 

 

Bài 23: Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Từ phương trình ta có :

 

Bài 24: Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD :

 Giả sử : 

 Với 

 TH1 : 

 Giải các TH và với t=2

Bài 25: Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 

HD :

 Giả sử : 

Bài 26: Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD :

 Giả sử : 

 

Bài 27: Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình : 

HD :

 Giả sử : 

=> 

Bài 28: Tìm 3 số nguyên dương sao cho tổng của chúng bằng tích của chúng

HD :

 Gọi các số nguyên dương phải tìm là x, y, z, Ta có :

 , Giả sử : 

 Với 

 Với 

 Với 

Bài 29: Tìm các số tự nhiên x thỏa mãn phương trình : 

HD :

 Ta có : 

 Với x=0=> Vô lý

 Với x=1 đúng

 Với 

Bài 30: Chứng min rằng với mọi số nguyên k cho trước, không tồn tại số nguyên x sao cho 

HD :

 Ta có : 

 Do  (1)

 và  (2)

 =>  Vô lý

Bài 31: Tìm x nguyên để biểu thức sau là 1 số chính phương : 

HD :

 Đặt 

 Ta cần chứng minh :  với 

Bài 32: Tìm 3 số nguyên dương đôi 1 khác nhau thỏa mãn : 

HD :

 Giả sử :  và không xảy ra đấu =

 , mà 

 Kết hợp với phương trình đầu=> 

Bài 33: Tìm tất cả các bộ 3 số tự nhiên không nhỏ hơn 1 sao cho tích của 2 số bất kỳ cộng với 1 chia hết cho số còn lại

HD :

 Giả sử 3 số đẫ cho là : 

 Nhân theo vế ta được : 

 

 Vì 

 nếu k=4=>a=b=c=1 (t/m)

 Nếu k=3 thì 

 nếu k=2, hoặc k=1 xét tương tự

Bài 34 : Tìm 3 số nguyên dương sao cho tích của chúng gấp đôi tổng của chúng

HD :

 Gọi 3 số nguyên dương cần tìm là x,y,z, ta có :

 

 Giả sử : 

 Xét các TH của xy

Bài 35: Tìm 4 số nguyên dương sao cho tổng của chúng bằng tích của chúng

HD :

 Gọi 4 số nguyên dương cần tìm là : 

 Giả sử : 

 Xét các TH của xyz

Bài 36 :Chứng minh phương trình sau không có nghiệm nguyên dương: 

HD :

Giả sử :  và 

=> 

vậy x>17=> x=y=18

 thử lại ta thấy x=y=18 không thỏa mãn => Phương trình không có nghiệm nguyên dương

Bài 37 :Có tồn tại hay không hai số nguyên dương x và y sao cho  và  đều là số chính phương

HD :

 Giả sử : y < x, Ta có : 

 Vậy không tồn tại hai số nguyên dương thỏa mãn ban đầu

Bài 38: Tìm các số nguyên x để biểu thức sau là 1 số chính phương: 

HD :

 Giả sử : 

 , Nên :

 

Bài 39 : Giải phương trình nghiệm nguyên: 

HD :

 ta có : ,

 Đặt 

 Thấy ngày : 

 Chứng minh phương trình sau không có nghiệm

Bài 40 : Chứng minh rằng  chỉ có 1 số hữu hạn nghiệm nguyên dương

HD :

 Giả sử : , Ta có : 

 => x có hữu hạn giá trị

 Với mỗi giá trị của x =>  giá trị

 => Tương ứng với z

Bài 41: Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn phương trình: 

HD:



Bài 42: Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

HD:

Phương trình đã cho viết lại thành: 

Ta thấy x=2 là nghiệm của phuong trình:

Nếu x>2 thì 

Nếu x<2 thì dễ thấy x=0 và x=1 không phải là nghiệm của phương trình

Nếu x<0 ta đặt  nên y, Ta có : ,

 Phương trình này vô nghiệm vì vế phải lớn hơn 1 do y1

Bài 43: Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: 

HD:

 Phương trình 

 Giả sử x, y nguyên thỏa mãn VT 0

  , Do x, y nguyên nên 

 Với:  ( vô nghiệm)

 Với 