**CHUYÊN ĐỀ: CHIA HẾT CỦA ĐA THỨC**

DẠNG 1: SỬ DỤNG ĐỊNH LÝ BEZOUT TÌM SỐ DƯ

Định lý Be zout: ”Dư của phép chia f(x) cho nhịn thức bậc nhất x-a là 1 hằng số có giá trị là f(a)”

Bài 1: Không thực hiện phép chia, hãy xét xem,  có chia hết cho x-2 không, có chia hết cho x+2 không?

HD:

Theo định lý Bơ- zu thì dư của  khi chia cho nhị thức bậc nhất x-2 có giá trị là: . Vậy 

Tương tự:

Số dư của  khi chia cho x+2 có giá trị là:



Vậy 

Bài 2: Tìm số a để 

HD:

Theo định lý Bơ- zu thì dư của  khi chia cho nhị thức bậc nhất x+2, có giá trị là: 

Để f(x) chia hết cho x+2 thì a-22=0 hay a=22

Bài 3: Tìm hế số a để: 

HD:

Theo định lý Bơ- zu thì dư của  khi chia cho nhị thức bậc nhất x - 3, có giá trị là: 

Để f(x) chia hết cho x - 3 thì a+ 18 = 0 hay a = -18

Bài 4: Tìm hế số a để: 

HD:

Theo định lý Bơ- zu thì dư của  khi chia cho nhị thức bậc nhất x + 3, có giá trị là: 

Để f(x) chia hết cho x + 3 thì a+ 15 = 0 hay a = -15

Bài 5: Tìm hế số a để: 

HD:

Hạ phép chia ta có: 

Để 

Bài 6: Tìm hế số a để:  dư 4

HD :

Theo định lý Bơ- Zu ta có :

Dư của , khi chia cho x-3 là 

Để có số dư là 4 thì 

Bài 7: Tìm hế số a để: 

HD :

Theo định lý Bơ- Zu ta có :

Dư của , khi chia cho x - 1 là 

Để có phép chia hết thì 

Bài 8: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia ta có:



Để 

Bài 9: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia hoặc đồng nhất, ta có:



Để phép chia là phép chia hết thì a - 5 = 0 hay a = 5

Bài 10: Tìm hế số a, b để: 

HD :

Hạ phép chia ta có:



Để là phép chia hết thì a + 3=0 và b-2 =0 hay a=-3 và b=2

Bài 11: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để được phép chia hết thì 12-4a=0 hay a=3

Bài 12: Tìm hế số a để: 

HD :

Để  thì 

Áp dụng định Bơ- Zu ta có:



Và: 

Giải hệ ta được a=0 và b=-16

Bài 13: Tìm hế số a để: 

HD :

Để  thì 

Áp dụng định Bơ- Zu ta có:



Và: 

Giải hệ ta được a tùy ý và b= - a

Bài 14: Tìm hế số a để: 

Hạ phép HD :

chia ta có :



Để phép chia là phép chia hết thì : a+b=0 và b-4=0=> b=4 và a=-4

Bài 15: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để là phép chia hết thì a-1=0 và a-b=0=> a=b=1

Bài 16: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để là phép chia hết thì a+3b+5=0 và 30a-10b+50=0

Bài 17: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để là phép chia hết thì :

8a+5b=0 và 3a+2b-1=0

Bài 18: Tìm hế số a để: 

HD :

Tách: 

Vậy b=2 và a=2 hoặc a=-2

Bài 19: Tìm hế số m để: 

HD :

Ta có: 

Để là phép chia hết thì m- 3=0=> m=3

Bài 20: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia ta có:



Để là phép chia hết thì a+12=0 hay a=-12

Bài 21: Tìm hế số a để: 

HD :

Theo định lý Bơ- Zu ta có, Dư của  khi chia cho x+4 là:



Để là phép chia hết thì 28-4a=0=>a=7

Bài 22: Tìm hế số a để: 

HD :

Hạ phép chia ta có:



Để là phép chia hết thì -3a-3 =0=>a=-1

Bài 23: Tìm hế số a để: 

HD :

Theo định lý Bơ- Zu ta có, Dư của  khi chia cho x+2a là:



Để là phép chia hết thì 

Bài 24: Tìm số dư của  khi chia cho x-1

HD :

Ta có :  nên số dư là 5

Bài 25: Tìm số dư của :  khi chia cho 

HD :

Ta có :  => Dư 5x

Bài 26: Xác định dư của:  khi chia cho 

HD :



= 

Vậy số dư là : 5x - 1

Bài 27: Tìm n nguyên để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để 

Bài 28: Tìm n nguyên để 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để : 

Bài 29: Tìm các số x nguyên để 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để 

Bài 30: Tìm các số x nguyên để: 

HD :

Theo định Bơ zụ thì dư của , khi chia cho x-3 là :



Để 

Bài 31: Tìm các số x nguyên để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để 

Bài 32: Tìm các số x nguyên để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để 

Bài 33: Tìm các số x nguyên để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để 

Bài 34: Tìm các số x nguyên để: 

HD :

Hạ phép chia ta có :



Để 

Bài 35: Tìm phần dư của phép chia  cho đa thức :

a, 

b, 

Bài 36: Cho đa thức: 

a, Tìm m sao cho P(x) chia hết cho x-2

b, Với m tìm được, hãy giải thích phương trình P(x)=0

Bài 37: Tìm số nguyên n sao cho:  chia hết cho 

DẠNG 2: TÌM ĐA THỨC

Bài 1: Tìm a,b sao cho , chia cho x+1 dư 7, chia cho x-3 dư -5

HD :

Theo bài ra ta có: , Cho x=-1, x=3=> 

Bài 2: Tìm hằng số a,b,c sao cho: chia hết cho x+2, chia cho  dư 5

HD :

Theo bài ra ta có: 

Khi dó ta có :





Cho x= - 2 khi đó ta có : - 8a + 4b + c = 0

Cho x=1=> a + b + c = 5

Cho x=-1 => - a + b + c = 5

Khi đó ta có hệ: 

Bài 3: Xác định a, b biết:  chia cho x+1 dư -6, chia cho x-2 dư 21

HD :

Theo bài ra ta có :



và 

Cho 

Cho 

Khi đó ta có hệ : 

Bài 4: Tìm hệ số a,b sao cho:  chia cho  được dư là 2x-3

HD :

Theo bài ra ta có :



Nên ta có :



Cho 

Cho 

Khi đó ta có hệ 

Bài 5: Cho , Xác định a,b để 

HD :

Đặt phép chia ta có :



Để 

Bài 6: Xác định các số hữu tỉ a,b,c sao cho:  chia hết cho x-2,

chia cho  dư 2x

HD :

Theo bài ra ta có : 

Và 

Cho 

Cho 

Cho . Khi đó ta có hệ : 

Bài 7: Xác định a,b sao cho: 

HD :

Đặt phép chia: 

Để 

Bài 8: Xác định a,b sao cho: 

HD :

Đặt phép chia



Để là phép chia hết thì 

Bài 9: Tìm tổng các hệ số của đa thứ sau khi khai triển: 

HD :

Tổng các hệ số cảu đa thức sau khi triển khai là giá trị cảu đa thức tại x=1

Thay x=1 vào ta được: 

Bài 10: Tìm đa thức f(x) biết: f(x) chia cho x+4 dư là 9, còn f(x) chia cho x-3 dư là 2, và  có thương là  và còn dư

HD :



Cho  . Khi đó ta có hệ : 

Bài 11: Xác định đa thức , biết: A(x) chia hết cho x-2 và  dư là 3x+2

HD :

Ta có : 

Khi đó ta có : 

Và 

Cho , Cho , Cho 

Khi đó ta có hệ : 

Bài 12: Tìm đa thức f(x) biết: f(x) chia cho x-3 dư 2, f(x) chia cho x+4 dư 9, và  được thương là  và còn dư

HD :

Do f(x) chia cho  được thương là  còn dư nên ta có :



Cho 

Cho 

Khi đó ta có hệ: 

Bài 13: Tìm 1 đa thức bậc 3 P(x) biết, P(x) chia cho các đa thức (x-1), (x-2), (x-3) đều được dư là 6, và P(-1)= - 18

HD :

Ta có:  chia hết cho 

Vì f(x) là đa thức bậc 3 nên f(x) có dạng  ,

m là hằng số

Lại có : 

Vậy 

Bài 14: Tìm đa thức bậc 4 biết: 

HD :

Cho x=0=>  mà P(-1)=0=>P(0)=0

Lần lượt cho x=-2,1,2 ta có: P(-2)=0,P(1)=6, P(2)=36

Đặt 

Chọn x=-2=>e=0 x=-1=>d=0 x=0=>c=0 x=1=>b=1 x=2=>a=1/2

Vậy đa thức cần tìm là: 

Bài 15: Tìm đa thức P(x) thỏa mãn: P(x) chia cho x+3 dư 1, P(x) chia cho x- 4 dư 8,

chia cho (x+3)(x-4) được thương là 3x, còn dư

HD :

Vì P(x) chia cho (x+3)(x-4) được thwuong là 3x còn dư nên ta có:



Và 

Và 

Cho 

Cho 

Khi đó ta có hệ:



Bài 16: Tìm đa thức bậc hai P(x) biết: P(0) =19, P(1)=5, P(2)=1995

HD :

Đặt: 

Cho x=0=>c=19 x=1=>b=-14 x=2=>a=1002

Vậy đa thức cần tìm là: 

Bài 17: Tìm đa thức bậc ba P(x) biết: P(0)=10, P(1)=12, P(2)=4, P(3)=1

HD :

Đặt 

Cho 

Cho 

Cho 

Cho 

Vậy đa thức cần tìm là: 

Bài 18: Tìm đa thức bậc hai biết: P(0)=19, P(1)=85, P(2)=1985

HD :

Đặt 

Cho 

Cho 

Cho 

Vậy đa thức bậc hai cần tìm là: 

Bài 19: Cho đa thức:  và , xác định a để P(x) và Q(x) có nghiệm chung

HD :

Giả sử nghiệm chung là c

=> 

vì x = c là nghiệm

Nên,

Khi c=1=>P(1)=Q(1)=a+2=0= >a= - 2

Vậy a= - 2 thì P(x) và Q(x) có nghiệm chung

Bài 20: Tìm đa thức f(x) biết f(x) chia x-2 dư 3, chia cho x-5 dư 6 và chia cho  được thương là  và còn dư

Bài 21: Xác định các số hữ tỉ a, b sao cho  chia hết cho 

Bài 22: Cho đa thức bậc hai :  biết P(x) thỏa mãn cả hai điều kiện sau : P(0)=-2, 4.P(x)-P(2x-1)=6x-6. CMR :a+b+c=0 và xác định đa thức P(x)

Bài 23: Cho đa thức: , Xác định a,b,c biết f(0)=2, f(1)=7,f(-2)=-14

Bài 24: Cho đa thức bậc nhất f(x)=ax+b, Hãy tìm điều kiện của b để thỏa mãn hệ thức:  với mọi x

Bài 25: Cho đa thức: , Xác định các hệ số , 

Bài 26: Cho đa thức: , CMR  luôn dương với mọi giá trị của x

Bài 27: Cho a và b là hai số tự nhiên. Số a chia 5 dư 1, số b chia 5 dư 2, CMR: ab chia 5 dư 2

Bài 28: Cho đa thức:  . Tìm các hệ số a, b biết khi chia đa thức cho x-3 ta được đa thức dư là -5 và khi chia đa thức cho x+1 thì được dư là -1

Bài 29: Xác định các hệ số của a, b để  chia hết cho 

Bài 30: Cho đa thức:  và đa thức:  , Tìm m để đa thức A chia cho đa thức B có dư là giá trị của ẩn làm cho đa thức B bằng 0

DẠNG 3: TỔNG HỢP

Bài 1: CMR với mọi số tự nhiên n ta có : 

HD :

Ta có: = 

Vì  nên ta có đpcm

Bài 2: CMR:  chia hết cho 24 với mọi n

HD :

Ta có: 

là tích 4 số tự nhiên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 2 và 1 số chia hết cho 4 nên chia hết cho 8 và chia hết cho 3

Bài 3: Cho a,b là bình phương của hai số nguyên lẻ liên tiếp, CMR:  chia hết cho 48

ta có:  ,

HD :

Vì a,b là bình phương của hai số nguyên lẻ liên tiếp nên:

 với n

Nên 

Nên chia hết cho 16 và chia hết cho 3 nên chia hết cho 48

Bài 4:

a, Tìm giá trị của a để 

b, Xác định các hệ số a, b để đa thức  chia hết cho đa thức 

HD :

a, Thực hiện phép chia ta được thương là  và dư là a+30

b, khi , Ta có: f(-3)=0 =>-3a+b=27 và f(2)=0=>2a+b=-8

Khi đó ta có: 

Bài 5: Cho đa thức , Tìm a,b,c,d biết rằng khi chia đa thức lần lượt cho nhị thức

(x-1), (x-2), (x-3) đều có số dư là 6 và tại x=-1 thì đa thức nhận giá trị là -18

HD :

Ta có:  vì f(x) là bậc 3 nên f(x) có dạng  với m là hằng số:

lại có:  vậy 

Bài 6: CMR giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x: 

HD :

Biểu thức <=>

Bài 7: Tìm a để đa thức  chia hết cho đa thức 

HD :

Đem chia ta được dư là a+3

Bài 8: Tìm các số a và b sao cho  chia hết cho x+1 dư 7 chia cho x-3 dư -5

HD :

Ta có : 

Thay x=-1 và x=3 vào biểu thức trên ta được : 

Bài 9: CMR: Tổng các lũy thừa bậc ba của ba số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 9

HD:

Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là: a-1, a, a+1

Bài 10: Cho a,b là hai số nguyên, CMR : Nếu  thì 

Bài 11: Tìm phần dư của phép chia  cho đa thức :

a, 

b, 

Bài 12: Tìm giá trị của a để 

HD:

Thực hiện phép chia ta được thương là  và dư là a+30

Bài 13: Cho đa thức , Tìm a,b,c,d biết rằng khi chia đa thức lần lượt cho nhị thức

(x-1), (x-2), (x-3) đều có số dư là 6 và tại x=-1 thì đa thức nhận giá trị là -18

HD:

Ta có:  vì f(x) là bậc 3 nên f(x) có dạng  với m là hằng số:

lại có:  vậy 

Bài 14: CMR giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x: 

HD:

Biểu thức <=>

Bài 15: Tìm a để đa thức  chia hết cho đa thức 

HD :

Đem chia ta được dư là a+3

Bài 16: Cho đa thức: 

a, Tìm m sao cho P(x) chia hết cho x-2

b, Với m tìm được, hãy giải thích phương trình P(x)=0

Bài 17: Tìm đa thức f(x) biết f(x) chia x-2 dư 3, chia cho x-5 dư 6 và chia cho  được thương là  và còn dư

Bài 18: Xác định các số hữ tỉ a, b sao cho  chia hết cho 

Bài 19: Cho đa thức , Gọi m là số dư của phép chia đa thức cho

3x-1, CMR : 

Bài 20: Có tốn tại hay không đa thức f(x) với hệ số nguyên thỏa mãn : 

Bài 21: Tìm các số a và b sao cho  chia hết cho x+1 dư 7 chia cho x-3 dư -5

HD :

Ta có : 

Thay x = -1 và x=3 vào biểu thức trên ta được : 

Bài 22: CMR : , không chia hết cho 121 với mọi số tự nhiên n

Bài 23: CMR với mọi số nguyên n thì  chia hết cho 23

Bài 24: CMR với mọi n thì  với n là số nguyên

Bài 25: Xác định các hệ số a, b để đa thức  chia hết cho đa thức 

HD:

 khi , Ta có: f(-3)=0 =>-3a+b=27 và f(2)=0=>2a+b=-8

Khi đó ta có: 

Bài 26: Cho đa thức , Gọi m là số dư của phép chia đa thức cho 3x-1, CMR : 

Bài 27: Có tốn tại hay không đa thức f(x) với hệ số nguyên thỏa mãn : 

Bài 28: CMR với mọi số nguyên n thì  chia hết cho 23

a, CMR: Tổng các lũy thừa bậc ba của ba số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 9

HD:

Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là: a-1, a, a+1

Bài 29: CMR với mọi n thì  với n là số nguyên

Bài 30: Cho đa thức: , CMR: P(x) luôn dương với mọi giá trị của x

Bài 31: Cho đa thức:  thỏa mãn: f(1)=f(-1)

a, Tìm b

b, CMR: f(m)=f(-m) với m bất kỳ

Bài 32: Tính giá trị của đa thức sau biết: : 

HD:

Biến đổi đa thức theo hướng làm xuất hiện 

Ta có: =

Bài 33: Số a gồm 31 chữ số 1, só b gồm 38 chữ số 1, CMR: ab-2 chia hết cho 3

Bài 34: Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì:

a,  chia hết cho 5

b,  chia hết cho 6

c,  chia hết cho 12

Bài 35: Tìm giá trị của m để cho phương trình  , có nghiệm số gấp ba nghiệm số của phương trình: 

HD:

Ta có: 

Để phương trình  có nghiệm gấp ba lần nghiệm của phương trình

 hay 

Thay vào ta có: 