**CHUYÊN ĐỀ: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN CÓ YẾU TỐ GÓC**

**I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**

**1. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng**

**✪ Định nghĩa:**

*Nếu *

**

*Nếu  với * là hình chiếu của d lên **

Chú ý*: *

**2. Góc giữa hai mặt phẳng**

**✪ Định nghĩa:**

**Cách 1:** Dùng định nghĩa: Tìm *hai* đường thẳng ,  lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng  và . Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng  và  chính là góc giữa hai đường thẳng a và b



**Cách 2:** Ta thực hiện theo 2 bước

Bước 1: Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Bước 2: Tìm 1 *điểm* I thuộc d sao cho trong mp (P) ta dễ dàng tìm được một đường thẳng a đi qua I và vuông góc với đường thẳng d và trong mp(Q) ta tìm được một đường thẳng b cũng đi qua I và vuông góc với đường thẳng d.

Khi đó: Góc giữa hai mp(P) và mp(Q) chính bằng góc giữa a và b



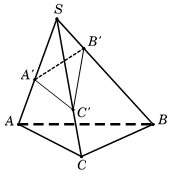
**5. Thể tích khối đa diện**

**a. Công thức tính thể tích khối chóp**



Trong đó:  là diện tích đáy,  là chiều cao khối chóp.

**Chú ý:** Cho khối chóp  và , ,  là các điểm tùy ý lần lượt **thuộc** , ,  ta có

**** .

**b. Công thức thể tích khối lăng trụ** :  (là diện tích đáy, là chiều cao)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO THƯỜNG GẶP** | | |
| **a)** **Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy**: Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy. | **Ví dụ**: Hình chóp  có cạnh bên  vuông góc với mặt phẳng đáy, tức  thì chiều cao của hình chóp là | |
| **b)** **Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy**: Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy. | **Ví dụ**: Hình chóp  có mặt bên  vuông góc với mặt phẳng đáy  thì chiều cao của hình chóp là  là chiều cao của | |
| **c)** **Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy**: Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. | **Ví dụ**: Hình chóp  có hai mặt bên  và  cùng vuông góc với mặt đáy  thì chiều cao của hình chóp là | |
| **d) Hình chóp đều**:  Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy. Đối với hình chóp đều đáy là tam giác thì tâm là trọng tâm *G* của tam giác đều. | **Ví dụ**: Hình chóp đều  có tâm đa giác đáy là giao điểm của hai đường chéo hình vuông  thì có đường cao là | |
| **XÁC ĐỊNH DIỆN TÍCH ĐÁY HAY GẶP** | | |
| **1. *Diện tích tam giác vuông.***    ⬧S= nửa tích 2 cạnh góc vuông.  ⬧ Pitago: | |  |
| **2. *Diện tích tam giác đều.***  ⬧ S= (cạnh)2.  ⬧ h= (cạnh). | |  |
| **3. *Diện tích hình vuông:***    ⬧. S= (cạnh)2  ⬧. Pitago:  ⬧.Đường chéo hình vuông bằng cạnh. | |  |
| **4. *Diện tích hình chữ nhật:***  ⬧. S= dài x rộng. | |  |
| **5. *Diện tích hình thoi:***  ⬧.  ⬧. S= 2.S­ABC=2.S­ADC | |  |
| **6. *Diện tích hình thang:***  ⬧. S= nửa chiều cao x (đáy lớn+bé)  ⬧. | |  |

**II. CÁC DẠNG BÀI TẬP TƯƠNG TỰ**

• Thể tích khối đa diện

• Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

• Góc giữa hai mặt phẳng

• Công thức tỉ số thể tích

• Khoảng cách từ 1 điểm tới mặt phẳng

• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

**BÀI TẬP MẪU**

**(ĐỀ MINH HỌA-BDG 2020-2021)** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh , cạnh bên  vuông góc với đáy, góc giữa  và mặt phẳng  bằng ( tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp  bằng:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Phân tích hướng dẫn giải***

**1. DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán tính thể tích biết chiều cao khối đa diện biết góc giữa mặt bên và mặt đáy.

**2. HƯỚNG GIẢI:**

**B1:** Tính diện tích đáy

**B2:** tính thể tích khối lăng trụ 

**Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:**

**Lời** **giải**

**Chọn A**

Gọi  là trung điểm  thì  và  nên .

Từ đây dễ thấy góc cần tìm là .

Do đó tam giác  vuông cân tại  và .

Suy ra 

***Bài tập tương tự và phát triển:***

**⮱ Mức độ 1**

1. Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là và chiều cao bằng . Thể tích của khối chóp bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có .

1. Thể tích  của khối chóp có chiều cao bằng  và diện tích đáy bằng  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có .

1. Khi tăng độ dài các cạnh của một khối chóp lên  lần thì thể tích của khối chóp thay đổi như thà nào?

**A.** Tăng  lần.. **B.** Tăng  lần.. **C.** Tăng  lần. **D.** Không thay đổi.

**Lời giải**

**Chọn B**

Thể tích khối chóp là: .

Độ dài cạnh đáy tăng lên  lần thì diện tích mặt đáy tăng  lần.

Cạnh bên tăng lên  lần thì chiều cao của hình chóp tăng lên  lần.

Vậy khi tăng độ dài các cạnh của một khối chóp lên  lần thì thể tích của khối chóp tăng lên  lần.

1. Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy  và chiều cao  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy  và chiều cao  là .

1. Khối chóp  có , , ,  cố định và  chạy trên đường thẳng song song với . Khi đó thể tích khối chóp  sẽ:

**A.** Giảm phân nửa.. **B.** Tăng gấp đôi.. **C.** Tăng gấp bốn. **D.** Giữ nguyên..

**Lời giải.**

**Chọn D**

Gọi  là đường thẳng qua  và song song .

Ta có: 

+ song songnên   không đổi.

+, , ,  cố định nên diện tích tứ giác  cũng không đổi.

Vì vậy thể tích khối chóp  sẽ giữ nguyên.

1. Cho khối chóp  có thể tích là , đáy là hình vuông cạnh . Độ dài chiều cao khối chóp  bằng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

.

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh  và thể tích bằng .Tính chiều cao  của hình chóp đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Ta có:.

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác đều cạnh  và thể tích bằng . Tính chiều cao  của hình chóp đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Do đáy là tam giác đều nên .

Mà .

1. Nếu độ dài chiều cao của khối chóp tăng lên  lần, diện tích đáy không đổi thì thể tích của khối chóp sẽ tăng lên

**A.** lần. **B.** lần. **C.**  lần. **D.**  lần.

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Thể tích khối chóp sẽ tăng lên  lần.

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác đều cạnh  và chiều cao . Tính thể tích của hình chóp đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Do đáy là tam giác đều nên .

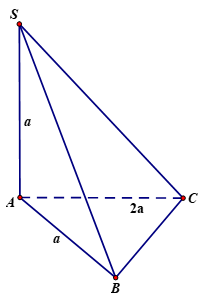
Mà .

1. Cho hình chóp tam giác  có đáy  là tam giác vuông tại , ,, cạnh bên  vuông góc với mặt đáy và  . Tính thể tích của khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**



Diện tích đáy 

Chiều cao: 

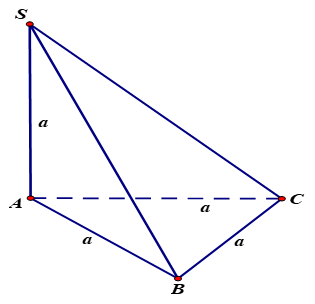


1. Cho hình chóp tam giác  có đáy  là tam giác đều cạnh , cạnh bên  vuông góc với mặt đáy và  . Tính thể tích của khối chóp.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn B**



Diện tích đáy 

Chiều cao: 



1. Cho khối chóp  có  vuông góc với , đáy  là tam giác vuông cân tại , , góc giữa  và  là . Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  là hình chiếu của  lên  suy ra góc giữa  và  là góc .

Tam giác  vuông cân tại ,   .

Xét  vuông tại  có .

Ta có . Vậy  .

1. Cho khối chóp  có đáy  là hình chữ nhật,, ,  vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng  tạo với đáy một góc . Tính thể tích  của khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

****

Ta có .

Dễ thấy .

Xét tam giác vuông  có: 

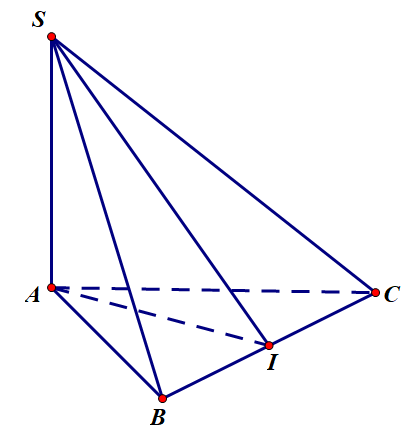
Vậy .

1. Cho hình chóp  có  và vuông góc với đáy . Biết rằng tam giác  đều và mặt phẳng  hợp với đáy  một góc . Tính thể tích của khốichóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

**Chọn A**



Gọi  là trung điểm  ta có 

Xét tam giác  vuông tại  ta có 

Ta có 

Diện tích 

Thể tích 

1. Cho khối chóp  có  vuông góc với , đáy  là tam giác vuông cân tại , , góc giữa  và  là . Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

**Chọn A**



 là hình chiếu của  lên  suy ra góc giữa  và  là góc .

Tam giác  vuông cân tại ,   .

.

 .

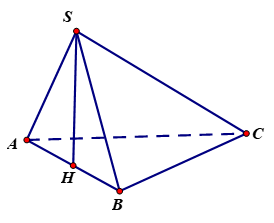
 .

1. Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh , tam giác  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

**Chọn B**



Gọi  là trung điểm của .



, .

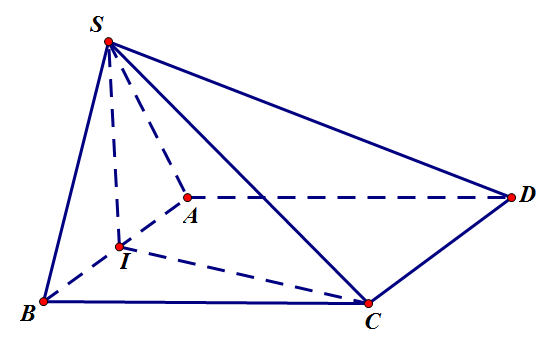
.

1. Cho hình chóp có đáy  là hình chữ nhật. Tam giác  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  và góc tạo bởi đường thẳng  và mặt phẳng bằng . Tính thể tích của khốichóp .

**A.** . **B.** . **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D.**

…

Ta có , , .

. 

Từ đó: 

Vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy là hình thang vuông tại  và , , . Hình chiếu của  lên mặt phẳng trùng với trung điểm cạnh . Biết rằng. Tính theo  thể tích  của khối chóp .

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**



Gọi  là trung điểm . Ta có:  suy ra .

Nên .

1. Cho khối chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng  và cạnh bên bằng . Tính thể tích  của khối chóp 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Do đáy là tam giác đều nên gọi  là trung điểm cạnh , khi đó  là đường cao của tam giác đáy. Theo định lý Pitago ta có , và .

Trong tam giác  vuông tại  ta có 

Vậy thể tích khối chóp  là .

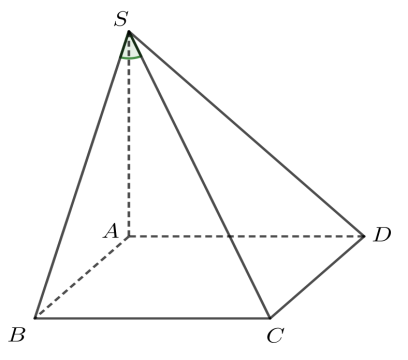
**⮱ Mức độ 2**

1. Cho khối chóp  có đáy là hình vuông cạnh ,  vuông góc với đáy và  tạo với mặt phẳng  một góc  Tính thể tích  của khối chóp đã cho.

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**



Ta có 

Suy ra  

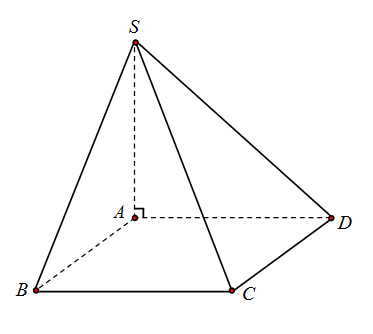
Thể tích khối chóp : .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật , , *,*  vuông góc với mặt phẳng *.* Tính thể tích khối chóp  tính theo .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

****

Ta có .

Thể tích khối chóp  là .

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác  vuông tại , , . Cạnh bên  và vuông góc với mặt phẳng . Tính thể tích khối chóp .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B.**

Vì tam giác  vuông tại  nên 



 (đvtt). .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, , , đường thẳng  vuông góc với mặt phẳng  và . Thể tích của khối chóp  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta có .

1. Cho hình chóp  có cạnh bên  vuông góc với mặt phẳng đáy . Biết , tam giác  là tam giác vuông cân tại , . Tính theo  thể tích  của khối chóp .

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải**

****

**Chọn D**

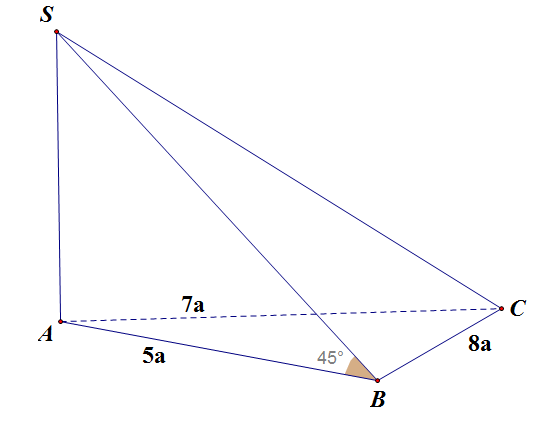
Ta có:  (dvtt).

1. Cho khối chóp tam giác  có , tam giác  có độ dài  cạnh là ; ; , góc giữa  và  là **.** Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

****

Ta có nửa chu vi  là .

Diện tích  là .

 nên  vuông, cân tại  nên .

Thể tích khối chóp  là .

1. Cho hình chóp  có mặt phẳng  vuông góc với mặt phẳng ,  là tam giác đều cạnh ,  đường thẳng  tạo với mặt phẳng  góc . Thể tích của khối chóp  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Ta thấy tam giác  cân tại , gọi  là trung điểm của  suy ra 

Do  nên .

Ta lại có  nên  thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Do  là hình chiếu của  lên mặt phẳng .

Ta có , .

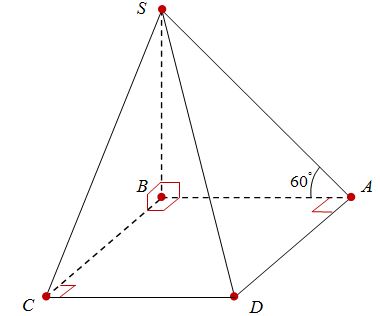
.

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , cạnh  vuông góc với đáy và mặt phẳng  tạo với đáy một góc . Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có:  mà .



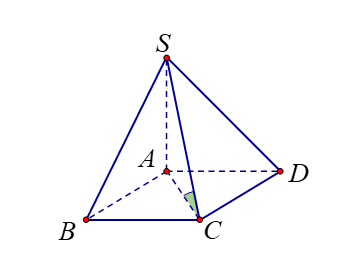
Ta có: . Vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , hai mặt phẳng  và  cùng vuông góc với mặt phẳng ; góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng . Tính theo  thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Ta có 

 là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng 



Tam giác  vuông tại  có .

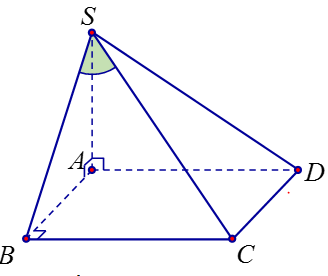
Khi đó .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật với , . Cạnh bên  vuông góc với đáy và đường thẳng  tạo với mặt phẳng  một góc . Tính thể tích  của khối chóp  theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có:  là hình chiếu của  lên mặt phẳng .

.

Xét tam giác  vuông tại  có .

Xét tam giác  vuông tại  có .

Mà .

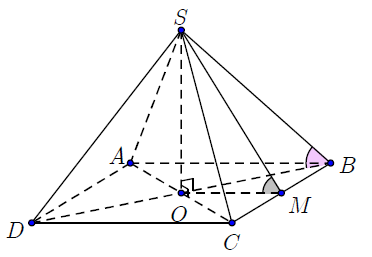
Vậy .

1. Cho hình chóp tứ giác đều  có cạnh đáy bằng  và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc . Tính thể tích của khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn.D.**



Ta có: .

Chiều cao : .

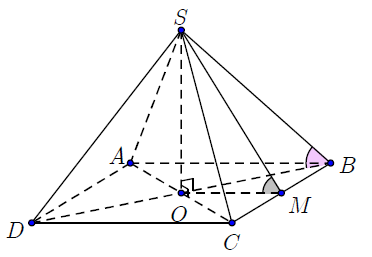
Vậy .

1. Cho hình chóp tứ giác đều  có cạnh đáy bằng  và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy một góc . Tính thể tích của khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D.**



Ta có: .

Gọi  là trung điểm , góc giữa mặt bên  và  là 

Ta có 

Chiều cao : .

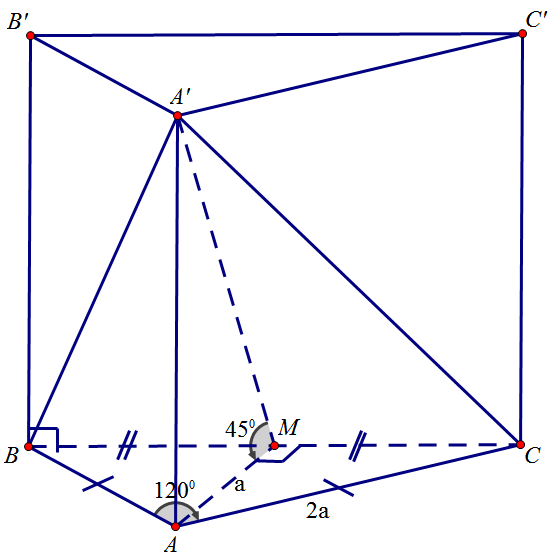
Vậy .

1. Cho lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân tại , , , góc giữa  và  là . Tính thể tích lăng trụ đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D.**



Gọi  là trung điểm của . Ta có  và ( docân tại )

Ta xác định được góc giữa  và  là 

Ta có  và

; 

Vậy (đơn vị thể tích).

1. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  và cạnh bên tạo đáy góc . Thể tích của khối chóp đó bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Ta có: . Gọi  là trọng tâm của tam giác , suy ra .

Ta có  là hình chiếu của  lên mặt phẳng .

Suy ra . Xét tam giác  vuông tại , ta có:

.

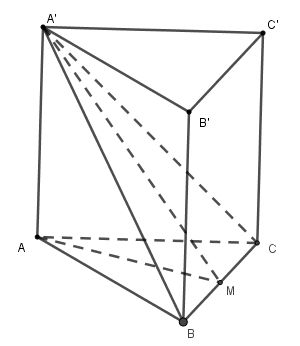
Vậy .

1. Cho hình lăng trụ đều . Mặt phẳng tạo với mặt phẳng  một góc  và tam giác  có diện tích bằng . Tính thể tích khối lăng trụ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Kẻ đường cao  của tam giác . Khi đó  là trung điểm của 

Tam giác vuông tại  nên góc  là góc nhọn.

Góc giữa hai mặt phẳng và bằng góc giữa và và bằng góc , bằng 

Tam giác  là hình chiếu vuông góc của tam giác trên 

Suy ra .

Đặt . Diện tích tam giác đều  theo  là .

Vậy có 

Tam giác vuông tại , .

Thể tích của lăng trụ  là .

1. Cho hình hộp chữ nhật  có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng  và đường chéo  .Tính thể tích hình hộp chữ nhật này.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**





ABCD là hình vuông⇒  

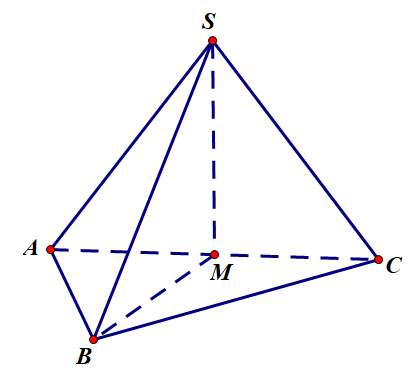
Vậy 

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác  vuông tại , , . Hình chiếu vuông góc của  lên  là trung điểm  của . Góc giữa  và đáy bằng . Thể tích  là bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Diện tích ABC : 



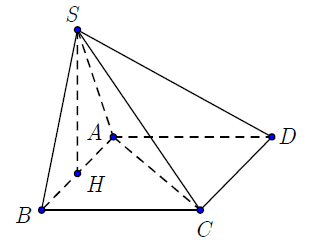
Thể tích S.ABC : .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật với , . Hình chiếu của  lên mặt phẳng  là trung điểm  của cạnh , đường thẳng  tạo với đáy một góc. Tính thể tích của khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A.**



Ta có .

Do tạo với đáy một góc nên .

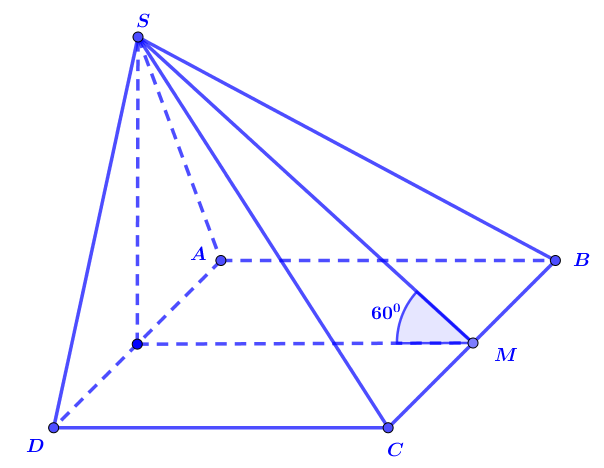
Mà . Vậy .

1. Cho khối chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  cân tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa  và mặt đáy bằng . Tính thể tích  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  là trung điểm .

Ta có: .

 là hình vuông cạnh  nên.

Tam giác  cân tại  , mà   góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  là góc giữa hai đường thẳng ,  chính là góc . Theo bài ra có .

.

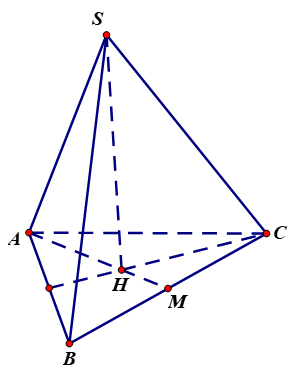
Vậy thể tích : .

1. Cho hình chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng  , cạnh bên bằng . Tính thể tích của khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Diện tích đáy  ;



Chiều cao: 



**⮱ Mức độ 3**

1. Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh ,, . Gọi  là trọng tâm tam giác **.** Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

****

Gọi  lần lượt là trung điểm của  và .

Ta có .

Ta có .

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác  vuông tại , , . Tam giác  cân tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  là trọng tâm tam giác , mặt phẳng  tạo với đáy một góc . Thể tích khối tứ diện  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có: .

Gọi  là trung điểm của .

Gọi  là trung điểm của ,  là trung điểm của  và  là trung điểm của .

Ta có .

Do  nên góc giữa  và đáy là .

Ta có: , .

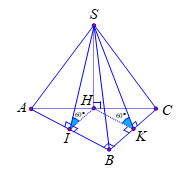
Vậy .

1. Cho hình chóp  có tam giác  vuông cân tại , mặt phẳng  vuông góc với mặt đáy. Các mặt bên ,  tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng . Tính theo  thể tích  của khối chóp .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có:  và .

Trong mặt phẳng , kẻ  thì .

Gọi ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên cạnh  và  thì  và .

Mà  nên   tứ giác  là hình vuông  là trung điểm cạnh .

Khi đó tứ giác  là hình vuông cạnh  và .

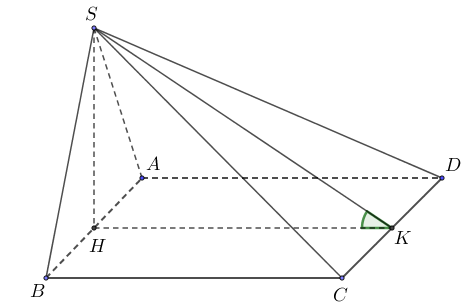
Vậy  .

1. Hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh   là tam giác cân tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy . Biết côsin của góc tạo bởi mặt phẳng  và  bằng . Thể tích của khối chóp  là

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**



Gọi  là trung điểm ,  là trung điểm 

Ta có . 

Vậy **.**

1. Cho hình chóp  với đáy  là hình thang vuông tại  và , đáy nhỏ của hình thang là , cạnh bên . Tam giác  là tam giác đều cạnh  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy hình chóp. Gọi  là trung điểm cạnh , khoảng cách từ  tới mặt phẳng  bằng . Tính thể tích  của khối chóp ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

****

****

Ta có , .

.

Ta có  nên .



Đặt  nên ; 

.

.

.

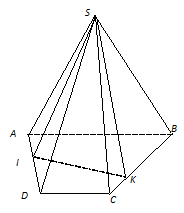
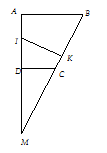
Vậy .

1. Cho hình chóp có đáy  là hình thang vuông tại  và  ; biết  Góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng  Gọi  là trung điểm của , biết hai mặt phẳng  và  cùng vuông góc với mặt phẳng . Tính thể tích của khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

****.

Như đã nhắc ở Câu trước thì do hai mặt phẳng  và  cùng vuông góc với  nên  nên  là đường cao của .

Kẻ ** tại . Khi đó ta chứng minh được . Ta vẽ hình phẳng của mặt đáy. Ta có  ta chứng minh được  là đường tủng bình của tam giác  Khi đó . Ta có  .

Khi đó . .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông tâm , mặt bên  là tam giác vuông cân tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của khối chóp ** bằng . Tính khoảng cách ** từ  đến mặt phẳng  ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

.

Gọi  là độ dài ,kẻ  tại , ta có .

Do  là trung điểm của nên khoảng cách ** từ  đến mặt phẳng  gấp  lần khoảng cách  từ  đến mặt phẳng mà .

Tính : kẽ  , ta chứng minh được , , vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình thang vuông tại  và , . Tam giác  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa  và mặt phẳng  bằng  sao cho . Tính thể tích khối chóp  theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  là trung điểm , từ giả thiết ta có: , .

Đặt , ta có: , .

Mặt khác . Vậy ta có: .

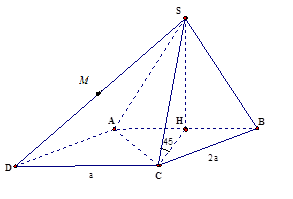
; ; .

1. Cho hình chóp có đáy là hình chữ nhật; . Tam giác  cân tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng  và mp bằng . Gọi  là trung điểm của . Tính theo  khoảng cách  từ điểm  đến .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Gọi  là trung điểm đoạn**.**

Xét  vuông tại , có: .

Xét  vuông cân tại , có: .

Xét  vuông tại , có: .

Xét  vuông tại , có: .

.

Ta có: ; .

. Mà .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, tam giác  vuông tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cho biết , . Mặt phẳng  tạo với đáy một góc . Thể tích khối chóp  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  là hình chiếu của  lên cạnh ,  là hình chiếu của  lên cạnh , ta có

 và . Suy ra .

Trong tam giác vuông  đặt  nên từ  ta có .

Do đó . Suy ra .

Thể tích khối chóp  là .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, mặt bên  là tam giác vuông tại . Hình chiếu vuông góc của trên mặt phẳng đáy là điểm  thuộc cạnh  sao cho . Biết rằng  và  tạo với đáy một góc bằng . Tính theo  thể tích  của khối chóp .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**





Có: .

.

Tam giác  có .

Tam giác  có 

Vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác đều cạnh , . Gọi  là trung điểm của . Biết khoảng cách từ  đến  bằng . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Trong mp  xác định điểm  sao cho tứ giác  vuông tại  và 

Khi đó ta có: ; 

Vậy 

Có tam giác  là tam giác đều cạnh 

Ta đi tìm 

Gọi  là trung điểm 

vì tam giác  đều,  nội tiếp đường tròn đường kính  ⇒ 

Gọi  là trọng tâm tam giác  và  là trung điểm 

Vì tam giác  đều , tương tự 

Dễ thấy  là hình thoi  

Xét hình chóp  có đáy  là hình thang vuông tại *C, N*.

Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng  vì .



Trong mp  gọi 

Trong mp  kẻ tia  gọi 

Gọi *K* là hình chiếu của *G* trên mặt phẳng 

Khi đó ta có 

Trong mp  kẻ  ta có 

Mà tam giác  là tam giác đều cạnh 

Từ 

Dễ thấy  

Xét tam giác  có  nên  (theo )

Xét tam giác  có  nên   

Từ  và  ta có 

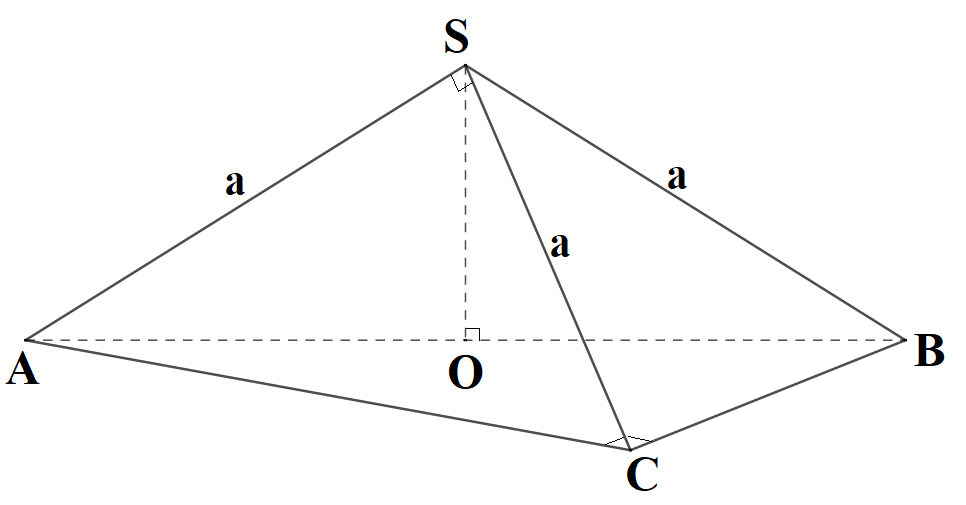
Vậy .

1. Cho hình chóp  biết rằng , ,  và . Thể tích khối chóp  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có ,  suy ra tam giác  đều .

Lại có ,  suy ra tam giác  vuông cân tại  .

Mặt khác, , , áp dụng định lí cosin cho tam giác , ta được:

.

Xét tam giác  có  suy ra tam giác  vuông tại .

Vậy diện tích tam giác  là: .

Gọi  là trung điểm của cạnh  suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Mà  .

Xét tam giác vuông  vuông tại  có .

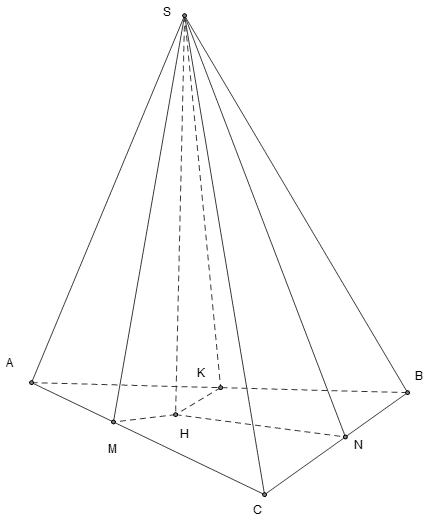
Vậy thể tích khối chóp  là: .

1. Cho hình chóp  có . Các mặt bên tạo với đáy góc . Tính thể tích khối chóp . Biết hình chiếu vuông góc của  trên  thuộc miền trong của tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có .

Diện tích tam giác  là 

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên .

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên  , .

Theo bài ra ta có .

Ta có  vì

,

chung,

.

Suy ra .

Vậy là tâm đường tròn nội tiếp tam giác .

Khi đó .

.

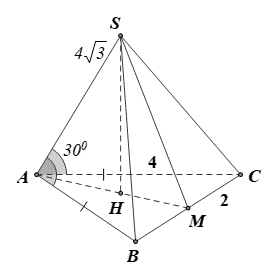
Thể tích khối chóp  là .

1. Cho hình chóp  có , ,, . Tính thể tích khối chóp 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  là trung điểm của cạnh . Vì  cân tại  (do ) nên . ; .

 nên . Gọi  là hình chiếu vuông góc của điểm  trên mặt phẳng  suy ra .

Áp dụng định lí cosin cho , ta có: .

 vuông tại  nên .

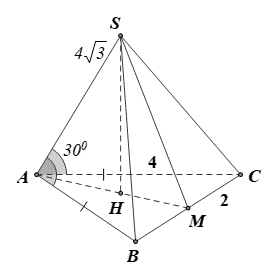
Áp dụng định lí cosin cho , ta có .

.

.

Vậy .

Cách 2:



Áp dụng định lí cosin cho , ta có

.

Sử dụng công thức 

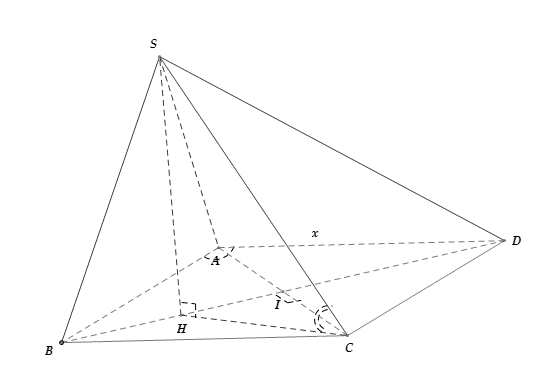
.

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi cạnh , , gọi I là giao điểm  và . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng  là  sao cho  là trung điểm của . Góc giữa  và  bằng . Tính thể tích  của khối chóp .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**



Tam giác  đều cạnh  

Áp dụng định lí cosin cho tam giác 

Xét tam giác  vuông tại : 

Do tam giác  vuông tại , có nên tam giác  vuông cân tại . Suy ra: 

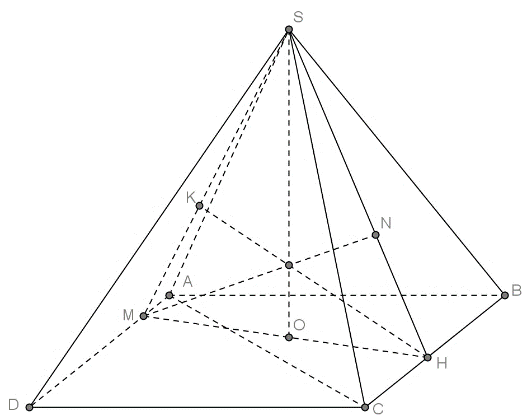
Vậy thể tích khối chóp : 

1. Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh , khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  là , khoảng cách giữa  và  là . Biết hình chiếu của  lên mặt phẳng  nằm trong tam giác , tính thể tích khối chóp .

**A. **. **B. **. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

****

Dựng hình bình hành . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng .

Dựng đường thẳng  đi qua , vuông góc với  và cắt  lần lượt tại .

Khi đó .

Trong , dựng  và .

Ta có  và  nên .

Vì vậy .

Do  nên . Suy ra .

Do  có hai đường cao  nên cân tại . Suy ra  là trung điểm của .

Ta có  (do  đều, cạnh bằng ). Suy ra .

Xét hai tam giác đồng dạng  và , ta có

.

Vậy thể tích khối chóp  là .

1. Cho hình lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông cân tại , cạnh . Góc giữa mặt phẳng và mặt phẳng  bằng . Tính thể tích khối đa diện .

**A.  B.  C.**  **D. **

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**



Gọi  là trung điểm , ta có  và  (trung tuyến trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền).

Kẻ  mà  suy ra 

Vậy góc giữa mặt phẳng và mặt phẳng là .

Ta có ; 

Mặt khác  .

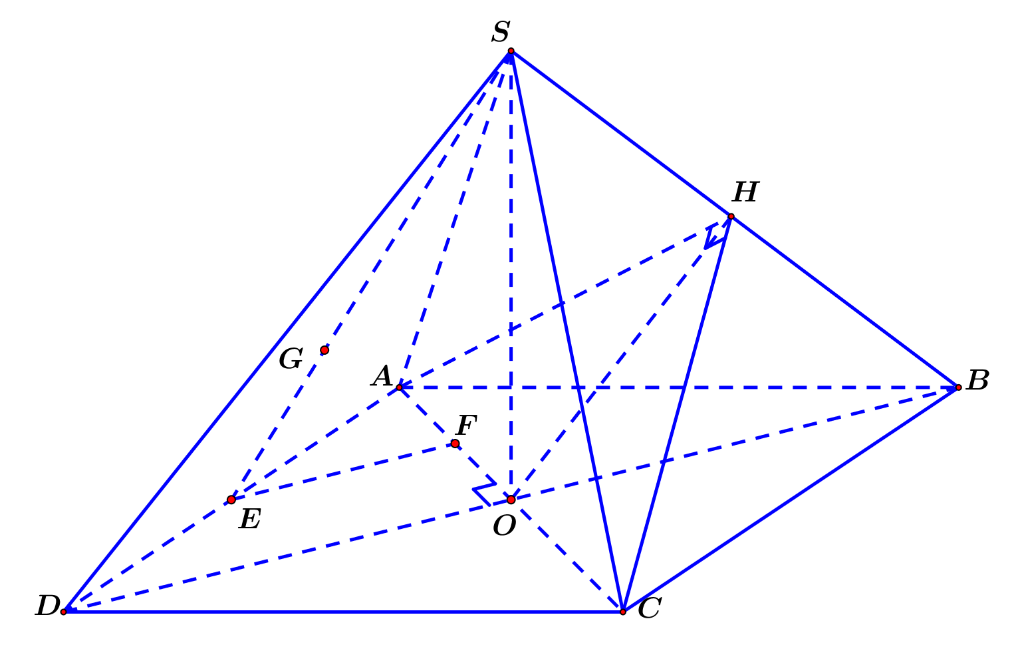


1. Cho hình chóp  có  là hình thoi cạnh  và . Biết rằng ,  và .  là trọng tâm tam giác . Tính thể tích  của tứ diện .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải**

Chọn B



Ta có .

**\*** Tính ?

Gọi , do .

Kẻ , do  nên .

Suy ra .

Do  và  là trung tuyến nên tam giác  vuông cân tại .

Khi đó  và .

Mà tam giác  vuông tại  có đường cao  nên .

Vậy .

**\*** Tính ?

Gọi  là trung điểm của  thì .

Gọi  là trung điểm của  thì .

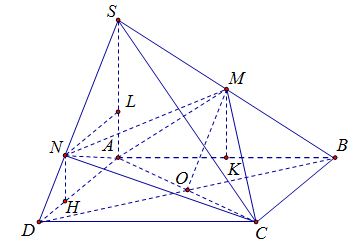
Suy ra .

Vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  và  vuông góc với đáy. Gọi  là trung điểm  ,  là điểm thuộc cạnh  sao cho . Tính thể tích  của khối tứ diện .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Hướng dẫn giải**



**Chọn D**

**Cách** **1.** Ta có 







Suy ra .

Mặt khác 

Vậy  .

**Cách** **2.** Gọi  là giao điểm của và .

Ta có . Vì  nên .

Do đó 

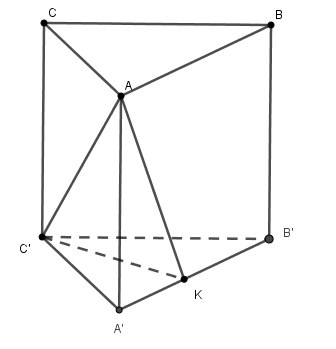
.

1. Cho lăng trụ là lăng trụ đứng,  góc  bằng . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng . Tính thể tích lăng trụ đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Kẻ . Vì lăng trụ  là lăng trụ đứng nên . Do đó .

Góc giữa  và  bằng góc và bằng  (tam giác  vuông tại  nên góc nhọn)

Xét tam giác , áp dụng định lý cosin cho cạnh có:

.

.

Mặt khác 

Do đó 

Xét tam giác vuông tại  nên 

Xét tam giác vuông tại nên



Thể tích của lăng trụ  là .

1. Cho hình chóp có đáy  là tam giác vuông tại.Biết  vuông góc với mặt phẳng, . Một mặt phẳng  qua  vuông góc  tại  và cắt tại. Tính thể tích khối chóp  theo.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có , suy ra 

Vì  vuông cân tại  nên là trung điểm của.Ta có:

. Ta có 

, khi đó 

, lại có 

Vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy là  tam giác vuông cân đỉnh . Hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng  là trung điểm của . Mặt phẳng  hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng . Tính thể tích khối chóp .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D.**



Góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng đáy là góc .

 có .

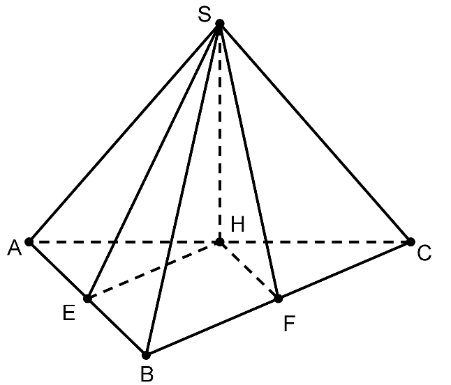
Do đó 

1. Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cân tại , có ; Mặt bên  vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc 450. Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên cạnh  nên .

Gọi ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên cạnh  và . Khi đó, góc tạo bởi hai mặt phẳng ,  tạo với đáy lần lượt là ,  cùng bằng .

Hai tam giác ,  có , ,  nên hai tam giác bằng nhau hay . Mà  là tam giác vuông cân nên  là trung điểm của .

Ta có: . Vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, mặt bên  là tam giác đều cạnh  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng . Góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  là . Thể tích của khối chóp là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



+) Gọi lần lượt là trung điểm của   (vì  đều).

Gọi  là trung điểm của  (vì  và  vuông góc với nhau).

Suy ra 

+) Tam giác  cân tại  , mà   góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  là góc giữa hai đường thẳng  chính là góc . Theo bài ra có .

+) Vì  là tam giác đều cạnh  nên ta có  .

. Vậy thể tích của của khối chóp là

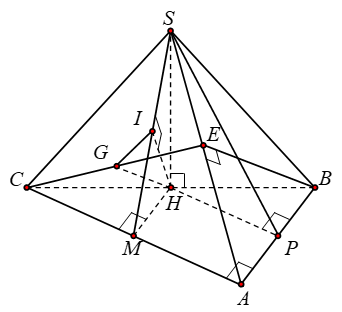
.

1. Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông tại , , . Hình chiếu của điểm  trên mặt phẳng  trùng với trung điểm của đoạn thẳng . Biết rằng góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  bằng . Thể tích của khối chóp  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



, kẻ  và ,

suy ra .

Đặt , ta tính được  và .

Vậy , 

Tam giác  vuông tại  có



Vậy .

1. Cho hình chóp  có , ,  và , , . Khi đó thể tích khối chóp  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



**Chọn B**

Lấy  là trung điểm của  và lấy  sao cho  . Ta có  nên hình chiếu vuông góc của  lên  trùng với tâm  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Ta có:  vì tam giác  đều (cân tại  và có một góc bằng )

 vì là cạnh huyền của tam giác vuông  có cạnh góc vuông bằng 1.



Dễ đánh giá được tam giác  vuông tại  nên có 



Suy ra 

Suy ra 

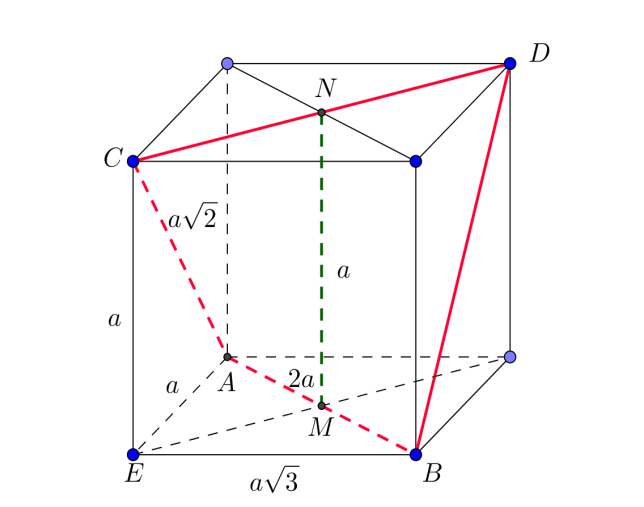
Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có  suy ra 

1. Cho tứ diện  có  và . Gọi ,  lần lượt là trung điểm của  và *.* Biết  và  là đoạn vuông góc chung của  và *.* Tính thể tích tứ diện *.*

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Dựng hình hộp chữ nhật chứa tứ diện như hình vẽ.

Ta có: 



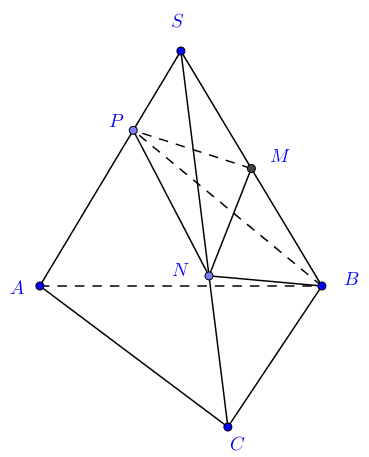
Vậy .

1. Cho hình chóp tam giác  có  là trung điểm ,  là điểm trên  sao cho , là điểm trên  sao cho . Kí hiệu ,  lần lượt là thể tích khối chóp  và . Tính tỉ số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải.**

**Chọn A**



Ta có ;

Suy ra ; .

1. Cho hình chóp đều  Gọi  là trung điểm   là điểm đối xứng với  qua  Mặt phẳng  chia khối chóp  thành hai phần có thể tích lần lượt là  với  Tính tỉ số 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

*F*

*E*

*M*

*N*

*S*

*A*

*C*

*B*

*D*

Gọi  lần lượt là chiều cao và diện tích đáy của khối chóp . Khi đó  Nối  cắt  tại ,  cắt  tại  Tam giác  có  lần lượt là trung điểm của  và  suy ra  là trọng tâm tam giác  Tứ giác  là hình bình hành nên  là trung điểm 

Ta có 

⏺ 



⏺ 

Do đó 

Suy ra 

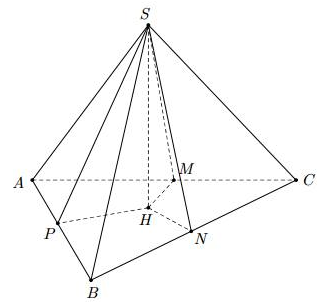
**⮱ Mức độ 4**

1. Cho hình chóp **** có đáy  là tam giác đều cạnh , biết khoảng cách từ  đến  là , từ **** đến  là , từ  đến  là  và hình chiếu vuông góc của  xuống đáy nằm trong tam giác . Tính thể tích khối chóp .

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải**

**Chọn** **B**



Gọi **** lần lượt là hình chiếu của  lên các cạnh .

Đặt .

Ta có 

Tương tự, tính được 



Ta có 

Vậy .

1. **[2H1-0.0-4]** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Tam giác  vuông tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  là góc tạo bởi đường thẳng  và mặt phẳng , với . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  là đỉnh thứ tư của hình bình hành .

Khi đó  mà  (vì , ) nên  là hình chiếu vuông góc của  lên .

Góc giữa và  là , do đó .

Đặt , .

Gọi  là hình chiếu của  lên , theo đề ta có .

Do đó  đạt giá trị lớn nhất khi  lớn nhất. Vì tam giác  vuông tại  nên 

Từ đó  khi .

Suy ra .

1. Xét tứ diện  có các cạnh  và ,  thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện  bằng

**A. **. **B. **. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi , lần lượt là trung điểm và .

Theo giả thiết ta có:  và  là các tam giác cân có  là trung điểm của  nên  và . Và có cân tại.

Trong tam giác  có  vừa là đường cao vừa là trung tuyến nên 

.

Khi đó diện tích tam giác  là: 

Thể tích tứ diện  là:  .

Đặt ,  ta có: .

Ta có: .

Do đó: . Dấu bằng xảy ra khi .

Ta lại có: .

Dấu bằng xảy ra khi .

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện  là: tập xác định .

1. Cho hình chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng . Gọi  lần lượt là trung điểm của  Tính thể tích khối chóp . Biết mặt phẳng  vuông góc với mặt phẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



 là trung điểm  nên 

.

*SE* vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên  cân tại 

** là giao điểm của  với  .

Giả thiết 

 và  nên  cân tại 



.

.

Vậy .

1. Cho hình chóp  có , và khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng . Tính thể tích khối .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**



Hạ  tại  có

.

Chứng minh tương tự có .

Hai tam giác vuông  và  bằng nhau suy ra .

Gọi  là trung điểm của  suy ra tứ giác  là hình thoi và .

Gọi  là tâm hình thoi  có .

.

Hạ  tại  ta có  tại suy ra . 

Tam giác  vuông tại  đường cao  có .

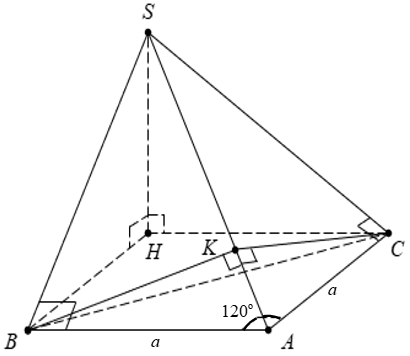
Vậy .

1. Cho khối chóp  có đáy là tam giác cân tại , , ,. Gọi  là góc giữa hai mặt phẳng  và . Khi  thì thể tích khối chóp đã cho bằng

**A.**. **B.** . **C.** . **D.**.

**Lời giải**

**Chọn D**



Kẻ  suy ra  và .

Khi đó ta có .

Chứng minh tương tự ta có  suy ra tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính . Do đó góc  bằng .

Dễ thấy  nên  đều.

 cân tại  có  suy ra .

Do đó .

Dễ thấy  nên .

Trong mặt phẳng  kẻ .

Trong mặt phẳng  kẻ .

Xét hai tam giác vuông  và  có , (vì )

suy ra  mà  và  nằm giữa  và  nên .

Từ đó ta có  và .

Do đó .

Đặt 

Xét  có .

Xét  vuông tại  có .

Thay vào  ta có .

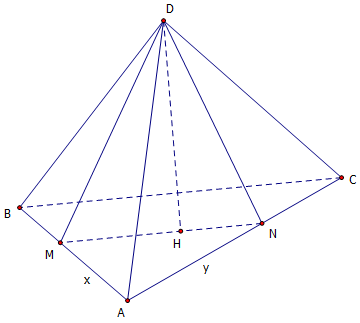
Vậy thể tích khối chóp  là .

1. Cho tứ diện đều  có cạnh bằng ,  và  lần lượt là hai điểm di động trên hai cạnh  ( và  không trùng với ) sao cho mặt phẳng  luôn vuông góc với mặt phẳng . Gọi  lần lượt là thể tích lớn nhất và nhỏ nhất của tứ diện . Tính tích .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



Kẻ  (vì ). Suy ra  là trọng tâm của tam giác đều .

Như vậy  và  là hai điểm di động nhưng  luôn đi qua trọng tâm của tam giác .

Đặt , (,)

+ .

+  (\*)

+  (\*\*)

Do đó  (\*\*\*)

Mặt khác từ (\*) và (\*\*) suy ra , (,).

Đặt . Điều kiện: .

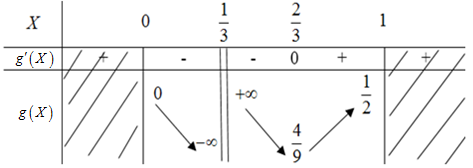
Khi đó  là nghiệm của phương trình , .

Ta tìm  để  có  nghiệm phân biệt thuộc  hoặc có nghiệm kép thuộc 

Ta có  không phải là nghiệm của  nên .

Đặt , . Ta có: .

Bảng biến thiên của 



Dựa vào BBT,  có  nghiệm phân biệt thuộc  hoặc có nghiệm kép thuộc 

 (thỏa điều kiện) hay .

Kết hợp (\*\*\*) ta có , .

1. Cho khối tứ diện đều  cạnh bằng  Gọi  lần lượt là trọng tâm của ba tam giác  Tính thể tích của khối chóp 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



Tam giác  đều 





.

Mà 

Lại có: .

1. Cho hình chóp  có , , . Hình chiếu vuông góc của  xuống mặt phẳng  nằm bên trong tam giác . Các mặt phẳng , ,  đều tạo với đáy một góc . Gọi , ,  là các đường phân giác của tam giác  với , , . Thể tích  gần với số nào sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn** **D**



Vì các mặt phẳng , ,  đều tạo với đáy một góc  và hình chiếu vuông góc của  xuống mặt phẳng  nằm bên trong tam giác nên ta có hình chiếu của  chính là tâm  của đường tròn nội tiếp tam giác .

Gọi  là nửa chu vi tam giác  thì .

Ta có :  và .

Suy ra chiều cao của hình chóp là : 



Vì  là phân giác của góc  nên ta có : .

Tương tự : , .

Khi đó : .

Tương tự : , .

Do đó,

, với , , 

 .

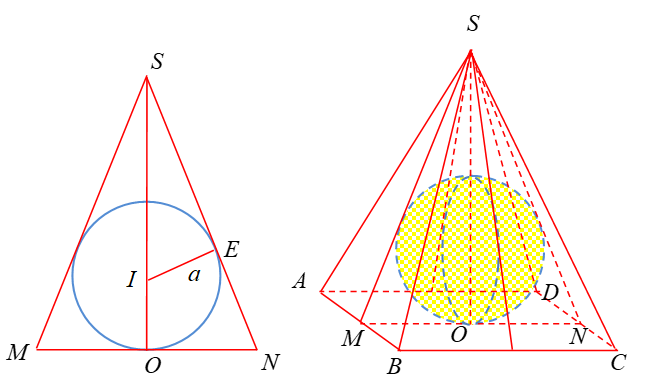
Suy ra 

1. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng , thể tích  của khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Giả sử  ta có: ;

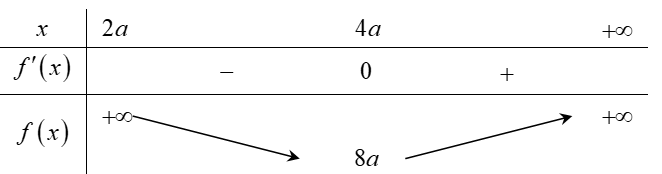
Xét  ta có: 

Thể tích khối chóp là: 

Xét hàm số  

;  (do )

Bảng biến thiên



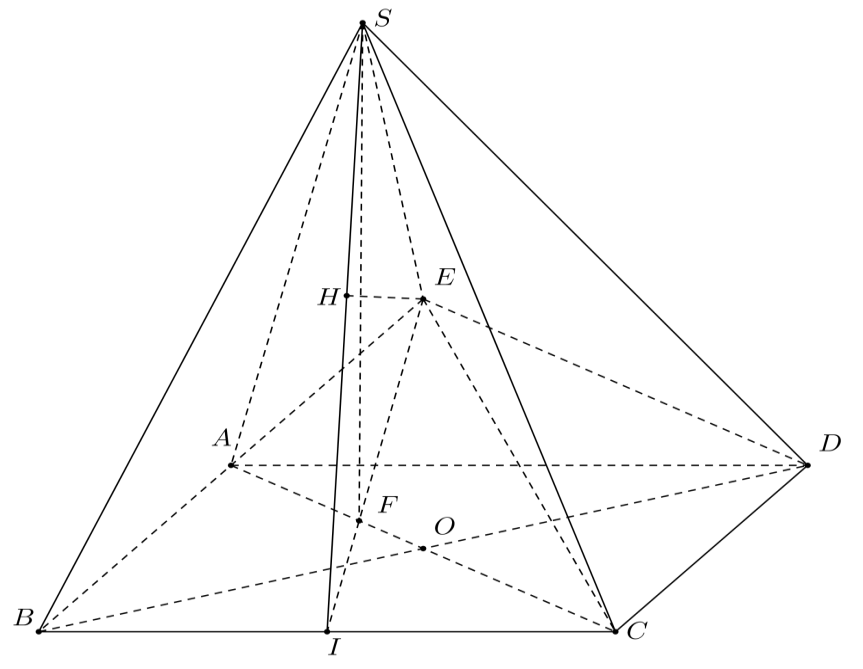
Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích là: .

1. Cho hình chóp có đáy là hình bình hành thỏa mãn ,. Biết tam giác  cân tại , tam giác vuông tại  và khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Nhận thấy tam giác vuông tại ( do ).

Gọi  là điểm đối xứng của qua  ta có tứ giác là hình chữ nhật, và tam giác là tam giác đều cạnh .



Hay 

Gọi là trung điểm của đoạn , ta có: .

Trong kẻ vuông góc với  tại . Khi đó: .

Ta có ( Do ) Suy ra .

Xét tam giác có  vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên tam giác cân tại .

Xét hình chóp  có đáy là tam giác đều, các cạnh bên .

Nên gọi  ta có .

Tam giác  vuông tại  nên .

Tam giác vuông tại nên .

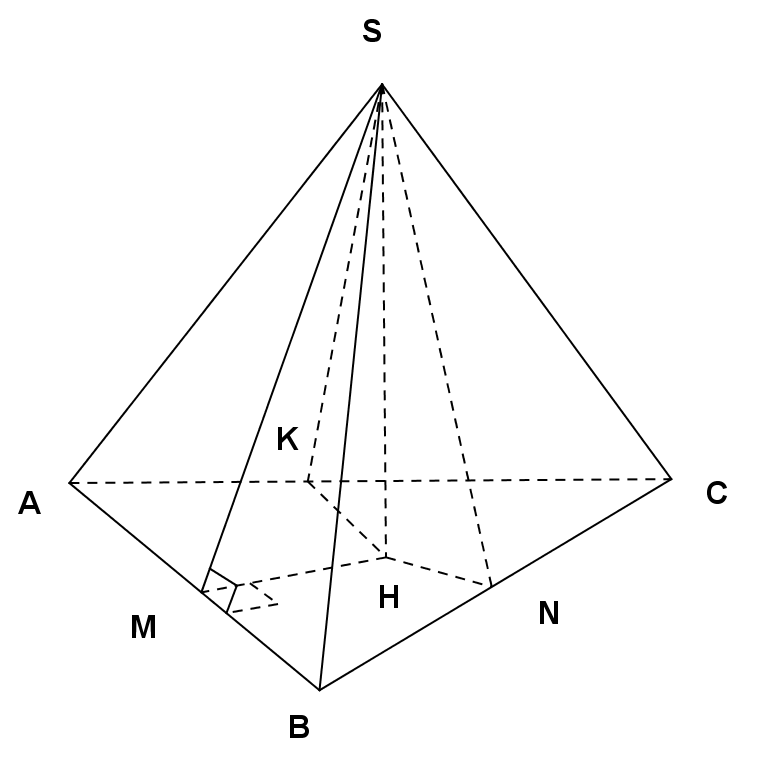
.

1. Cho hình chóp , đáy là tam giác đều  có cạnh bằng . Biết rằng các mặt bên của hình chóp có diện tích bằng nhau và một trong các cạnh bên bằng . Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp .

**A. . B. . C. . D. .**

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  là hình chiếu của trên mặt phẳng đáy ;  lần lượt là hình chiếu của trên .

Vì diện tích các mặt bên của hình chóp bằng nhau nên ta có  và vì tam giác đều nên ta có  .

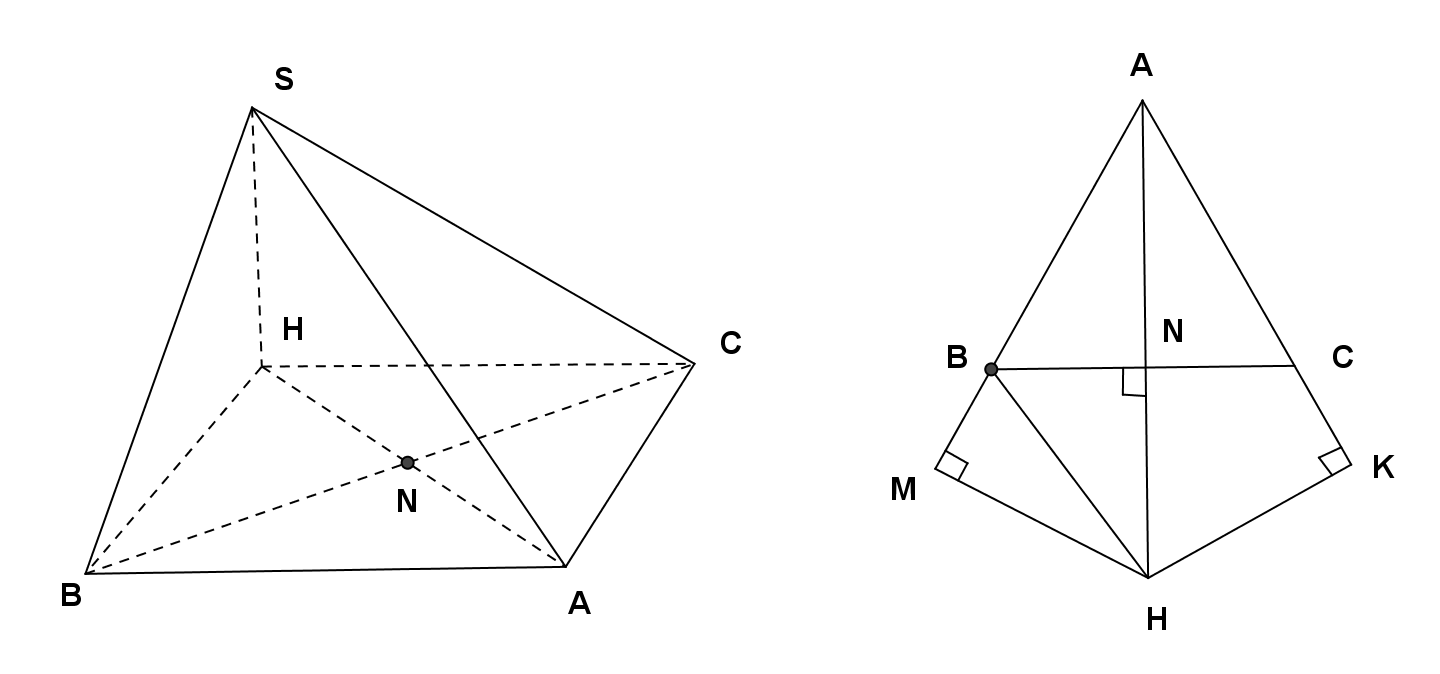
**TH1**: nếu  nằm trong tam giác  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác đều .

Khi đó ta có  và 



.

**TH2**: Nếu  nằm ngoài tam giác . Không mất tính tổng quát giả sử  nằm khác phía với  so với đường thẳng 



Tương tự như trên ta vẫn có . Vì tam giác  đều nên  là tâm đường tròn bàng tiếp góc và  , . Vì thế cạnh  không thể bằng .

Vậy  .

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác cân tại , ,  . Gọi  là góc giữa  và  thỏa mãn , khoảng cách từ  đến mặt đáy nhỏ hơn . Thể tích của khối chóp  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**.

**Chọn C**

****

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên đáy , đặt .

Ta có . Tương tự ta cũng có .

Tam giác  cân tại  và   và  đều cạnh .

Tam giác  vuông tại  

Kẻ  tại  .

Gọi , xét  vuông tại  và 

  là trung điểm của .

Theo giả thiết     . So sánh với điều kiện suy ra .

Vậy .

1. Cho tứ diện  có ; . Biết góc giữa hai mặt phẳng  bằng . Thể tích của tứ diện  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**.

**Chọn D**

****

Dựng .

Ta có . Tương tự .

Tam giác  có ,  vuông cân tại .

Áp dụng định lý cosin, ta có .

Vậy .

Dựng   và .

Suy ra  và tam giác  vuông tại .

Đặt , khi đó , .

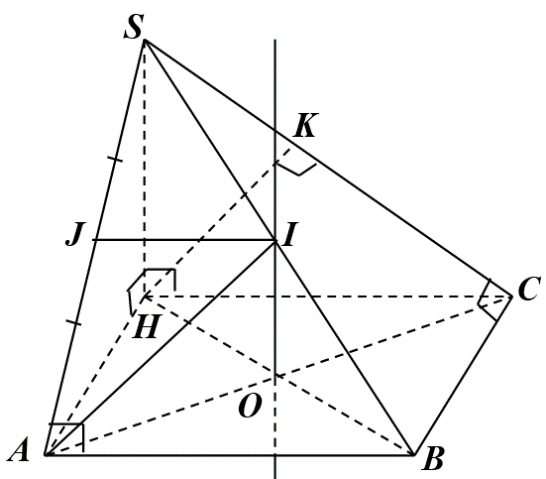
Suy ra .Vậy .

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác vuông cân tại , ,  và khoảng cách từ điểm  đến  bằng . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**.

**Chọn D**



Gọi  là hình chiếu của  lên .

Ta có: .

Tương tự .

Và  vuông cân tại  nên  là hình vuông. Gọi ,  là tâm hình vuông.

Dựng một đường thẳng  qua  vuông góc với , dựng mặt phẳng trung trực của  qua trung điểm  cắt  tại  là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

Ta hoàn toàn có  là trung điểm , hay .

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp: 

Do .

( là hình chiếu của  lên  và ).

. Tam giác  vuông tại  .

Tam giác  vuông tại  .

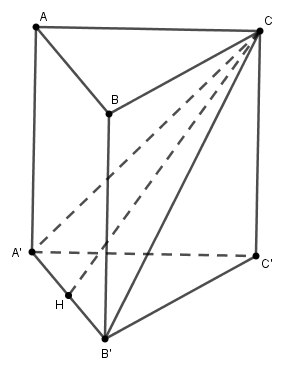
.

1. Cho hình lăng trụ đều  có cạnh đáy  ; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng . Thể tích của khối lăng trụ  tính theo  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

****

Ta có 

Đặt .

Tam giác cân tại ,.

Diện tích tam giác là 

Thể tích lăng trụ 

Lại có .

Do đó .

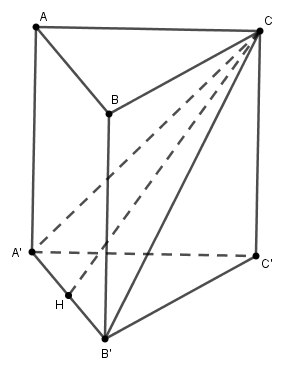
.

1. Cho hình lăng trụ đứng , đáy  là tam giác cân tại , cạnh  và góc . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng  .Thể tích của khối lăng trụ  tính theo  bằng:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Ta có .

Đặt .

Tính được .

Diện tích tam giác  là .

Tam giác cân tại ,.

Diện tích tam giác cân là 

Thể tích lăng trụ là 

Lại có 

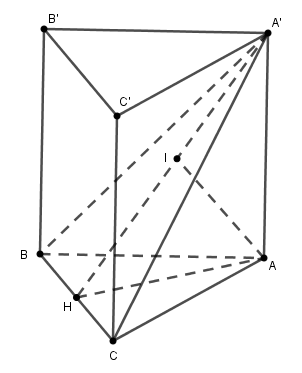
Do đó .

1. Cho hình lăng trụ đều , có cạnh đáy bằng . Khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng . Thể tích của khối lăng trụ  tính theo  bằng:

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Gọi là trung điểm của , là hình chiếu vuông góc của trên .

Chứng minh được khoảng cách từ  đến là .

Đặt .

Xét tam giác vuông tại :

Ta có  là đường cao: .

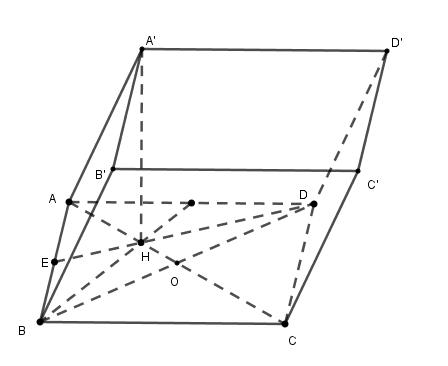
Thể tích lăng trụ là .

1. Cho lăng trụ  có đáy  là hình thoi cạnh , tâm  và . Góc giữa cạnh bên  và mặt đáy bằng . Đỉnh  cách đều các điểm , , . Tính theo  thể tích khối lăng trụ đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



Hình thoi  cạnh ,  nên góc , suy ra tam giác đều cạnh .

Diện tích đáy là .

Gọi là trọng tâm tam giác . Ta có .

Tính được .

Góc giữa  và mặt đáy bằng góc  và bằng .

Ta có .

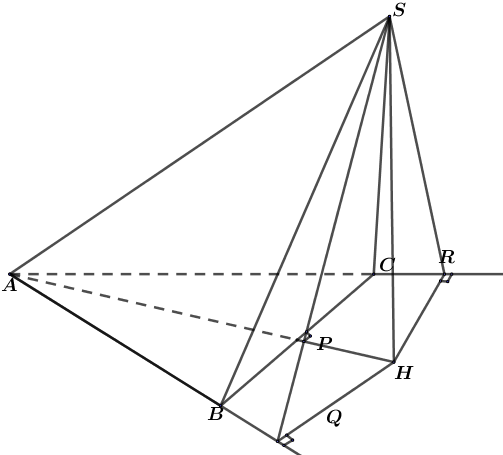
Thể tích lăng trụ .

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác đều cạnh , Các mặt bên của hình chóp cùng tạo với mặt đáy một góc  và hình chiếu của  trên mặt phẳng đáy năm fngoài tam giác . Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  là hình chiếu của  trên mặt phẳng .

Gọi hình chiếu của  lên các cạnh  lần lượt là .

Dễ dàng có được góc giữa các mặt bên với đáy chính là các góc .

Vậy ta có ba tam giác vuông cân bằng nhau , suy ra .

 là tâm đường tròn bàng tiếp . Do  đều, không mất tính tổng quát, ta coi  là tâm đường tròn báng tiếp góc .

Gọi  là bán kính đường tròn bàng tiếp góc  thì 



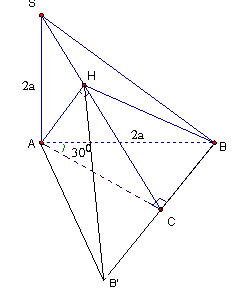
Vậy .

1. Cho khối chóp  có đường cao , tam giác  vuông ở  có , góc . Gọi  là hình chiếu của  trên . Gọi  là điểm đối xứng của  qua mặt phẳng . Tính thể tích khối chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có , . Ta có:

; ; 

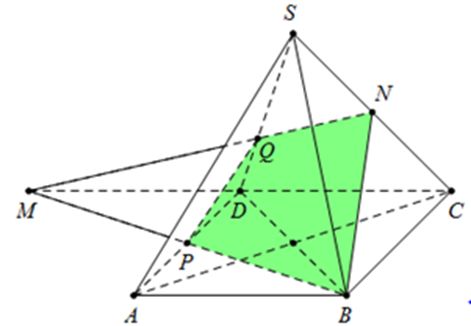


1. Cho hình chóp tứ giá đều  có cạnh đáy bằng , cạnh bên hợp với đáy một góc . Gọi  là điểm đối xứng của  qua  ,  là trung điểm .Mặt phẳng  chia khối chóp  thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  là thể tích khối chóp 

V1 là thể tích khối chóp  và  là thể tích của khối chóp còn lại, khi đó 

 cắt  tại  →  là trung điểm của .

 cắt  tại  → là trọng tâm của 

Ta có 

Mặt khác 

Mà 

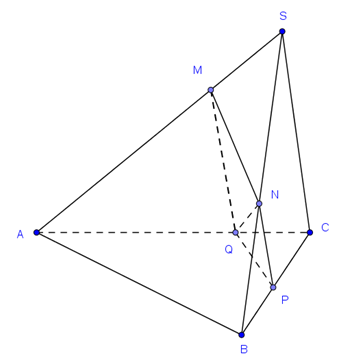
Suy ra .

1. Cho tứ diện ,  và  là các điểm thuộc  và sao cho , ,  là mặt phẳng qua  và song song với . Kí hiệu  và  là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện  bởi mặt phẳng , trong đó  chứa điểm , chứa điểm ;  và  lần lượt là thể tích của  và . Tính tỉ số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải.**

**Chọn A**



Kí hiệu  là thể tích khối tứ diện .

Gọi ,  lần lượt là giao điểm của  với các đường thẳng , .

Ta có . Khi chia khối  bởi , ta được hai khối chóp  và .

Ta có .

.

.Suy ra .

.

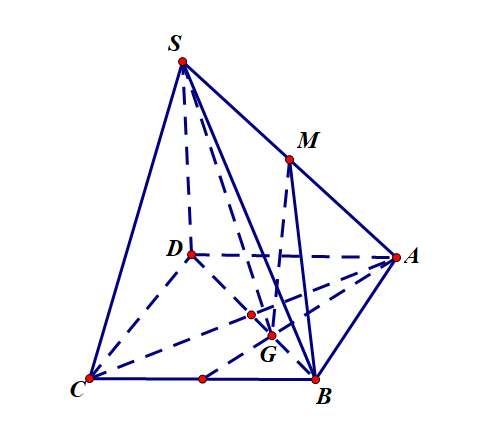
.

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác  vuông cân tại   Góc giữa  và mặt phẳng  là  thỏa mãn  Gọi  là trọng tâm tam giác  là trung điểm . Thể tích  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



⬩ Lấy điểm  sao cho  là hình vuông

⬩ Ta có , tương tự 

⬩ Ta có 

⬩ Ta có 

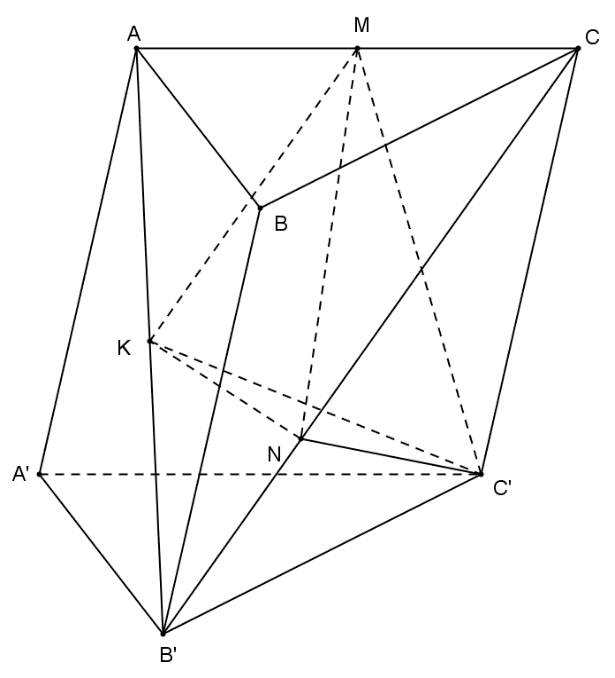
⬩ Vậy 

1. Cho hình lăng trụ  có thể tích . Gọi  là trung điểm ;  là điểm nằm trên cạnh  sao cho ;  là trung điểm . Hãy tính theo  thể tích khối tứ diện :

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có: 

Lại có 





.