**CÁC DẠNG TOÁN VỀ HÀM SỐ LIÊN TỤC LỚP 11**

***🗁 Phương pháp giải:*** Để xét sự liên tục của hàm số **** tại điểm tại ta thực hiện các bước :

* **Bước 1 :** Tính ****
* **Bước 2 :** Tính  (trong nhiều trường hợp để tính  ta cần tính  và 
* **Bước 3 :** So sánh  và  rồi rút ra kết luận.

**🖎 *Chú ý:*** *hàm số không liên tục tại  thì được gọi là gián đoạn tại *

**🔿Dạng** ➊

***Xét tính liên tục của hàm số tại một điểm***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Xét tính liên tục của hàm số tại điểm được chỉ ra :

a) (tại ) b)(tại )

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

**a)** Ta có: 

 hàm số liên tục tại 

**b)** Ta có : .



☞ Vậy hàm số liên tục tại .

Xét tính liên tục của hàm số tại điểm được chỉ ra:

a)  (tại ) b) (tại )

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

**a)** Ta có: 

* Mà 
* Vậy hàm số liên tục tại 

**b)** Ta có: .

* Lại có 
* Và 
* Từ đó  hàm số liên tục tại .

Xét tính liên tục của hàm số tại điểm được chỉ ra:

a)  (tại ) b)  (tại )

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

**a)** Ta có: .

* Lại có  nên không tồn tại giới hạn hàm số tại 
* Vậy hàm số không liên tục tại .

**b)** Ta có: .

* Lại có 
* Rõ ràng  nên hàm số liên tục tại .

***🗁 Phương pháp***

* Để chứng minh hàm số  liên tục trên một khoảng, đoạn ta dùng các định nghĩa về hàm số liên tục trên khoảng, đoạn và các nhận xét để suy ra kết luận.
* Khi nói xét tính liên tục của hàm số (mà không nói rõ gì hơn) thì ta hiểu phải xét tính liên tục trên tập xác định của nó.
* Tìm các điểm gián đoạn của hàm số tức là xét xem trên tập xác định của nó hàm số không liên tục tại các điểm nào

**🔿Dạng** ➋

***Xét tính liên tục của hàm số trên khoảng, đoạn***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Xét tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của chúng :

a) b)

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**☞** Do đó, hàm số này liên tục tại 

**b)** 

* Mà  khi nên 

**☞**  Do đó, hàm số đã cho liên tục khi 

Xét tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của chúng :

a) b)

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

**a)** Hàm số  liên tục với  

* 
*  liên tục tại  
* Từ và  ta có  liên tục trên .

**b)** Hàm số  liên tục với  

* 
*  liên tục tại  
* Từ và  ta có  liên tục trên .

Tìm các giá trị của  để các hàm số sau liên tục trên tập xác định của chúng:

a) b)

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

**a)** Hàm số  liên tục với .

* Do đó liên tục trên  liên tục tại  
* Ta có 
* Khi đó .

**b)** Ta có: 

* Từ 

***🗁 Phương pháp giải:***

* Biến đổi phương trình về dạng: 
* Tìm hai số ,  sao cho  (Dùng chức nắng TABLE của máy tính (Mode 7) tìm cho nhanh)
* Chứng minh  liên tục trên  từ đó suy ra  có nghiệm

**🕮 *Chú ý:***

* Nếu  thì phương trình có nghiệm thuộc 
* Để chứng minh  có ít nhất  nghiệm trên  , ta chia đoạn  thành  khoảng nhỏ rời nhau, rồi chứng minh trên mỗi khoảng đó phương trình có ít nhất một nghiệm.

**🔿Dạng** ➌

***Ứng dụng tính liên tục trong giải phương trình***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Chứng minh rằng các phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt:

a) b)

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

**a)** Dễ thấy hàm  liên tục trên . Ta có:

* tồn tại một số 
*  tồn tại một số 
*  tồn tại một số 
* Do ba khoảng  và  đôi một không giao nhau nên phương trình  có ít nhất 3 nghiệm phân biệt.
* Mà phương trình bậc 3 thì chỉ có tối đa là 3 nghiệm nên  có đúng 3 nghiệm phân biệt.

**b)** Đặt .

* Xét hàm số  liên tục trên .
* Ta có:  tồn tại 3 số và  lần lượt thuộc 3 khoảng đôi một không giao nhau là  và  sao cho  và do đây là phương trình bậc 3 nên  có đúng 3 nghiệm phân biệt.
* Ứng với mỗi giá trị và  ta tìm được duy nhất một giá trị  thỏa mãn  và hiển nhiên 3 giá trị này khác nhau nên PT ban đầu có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm:

a)  b) 

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

**a)** Xét 

*  tồn tại một số  sao cho 
*  tồn tại một số  sao cho 
* Từ đó  luôn tồn tại một số  nên phương trình  luôn có nghiệm.

**b)** Xét  liên tục trên 

* Ta có: 
*  tồn tại một số  sao cho .
* Từ đó  nên luôn tồn tại một số  thỏa mãn  nên phương trình  luôn có nghiệm.

Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số:

a) 

b) 

c) 

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

**a)** Xét . Phương trình có dạng  nên PT có nghiệm

* Với  giả sử 
*  liên tục trên R nên  liên tục trên 
* Ta có 
* Do đó PT luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số 

**b)** Đặt  liên tục trên R

* Ta có 
* Do đó PT luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số 

**c)** Đặt  liên tục trên R

* Ta có 
* Do đó PT luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số 