**CÁC DẠNG TOÁN VỀ GIỚI HẠN SỐ LỚP 11**

***🗁 Phương pháp giải***

* Theo định nghĩa thì giới hạn hàm số  trên cơ sở giới hạn các dãy . Nếu có 2 dãy  và  cùng tiến đến  mà  thì không tồn tại 
* Với mọi số nguyên dương *k*, ta có:
* Xác định dấu  hoặc  dựa trên dấu của tích số, thương số, 

**🔿Dạng** ➊

***Sử dụng định nghĩa giới hạn dãy số và những quy tắc cơ bản***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Tính giới hạn của các hàm số

a)  khi b) khi 

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

**a)** Tập xác định của hàm số là . Chọn dãy số  với  sao cho .

Theo định nghĩa 

Theo định lí về giới hạn của dãy số, ta có

.

☞ Vậy 

**b)** Tập xác định của hàm số là nên chọn dãy số  sao cho

Ta có 

.

☞Vậy 

***🖎 Chú ý:*** *Nếu hàm số  là một đa thức, là một phân thức đại số hoặc một hàm số lượng giác có tập xác định là D thì với mỗi  ta có *

Tính giới hạn của các hàm số

a)  khi  b)  khi 

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

**a)** Theo định lí 1, ta có 

.

☞ Vậy 

**b)** Vì  khi  nên chưa thể áp dụng ngay Định lí 1.

Nhưng với , ta có  suy ra .

☞ Vậy 

Tìm các giới hạn sau:

a)  b)  c) 

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**b)** 

**c)**  

***🗁 Xét bài toàn:*** Tính  khi , trong đó  là các đa thức và căn thức.

***🗁 Phương pháp***

* Phân tích tử và mẫu thành các nhân tử và giản ước: 
* Nếu  đều chứa nhân tử  ta sẽ tiếp tục phân tích thành các nhân tử.

**🕮 *Chú ý:***

* Với  là đa thức (thường là hàm số bậc hai, bậc ba, bậc bốn…) thì ta phân tích nhân tử bằng việc giải phương trình 
* Với  là căn thức, ta sẽ sử dụng phương pháp nhân liên hợp (liên hợp số hoặc liên hợp biến) để phân tích nhân tử.
* Sử dụng các hằng đẳng thức, nhóm số hạng, phân tích ra thừa số bậc 2, chia đa thức, sơ đồ Hoócne,…
* Chia tách thành các phân thức bằng cách thêm bớt đại lượng đơn giản nhất theo *x* hoặc hằng số mà các giới hạn mới vẫn giữ nguyên dạng vô định .
* Nếu  thì 

**🔿Dạng** ➋

***Khử dạng vô định về 0/0***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Tìm các giới hạn sau

 a)  b) 

c)  d) 

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**b)** 

**c)** 

**d)** 

Tìm giới hạn các hàm số sau:

a)  b) 

c)  d) 

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**b)** 

**c)** 

**d)** 

Tính các giới hạn sau

a)  b)  c) 

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**b)** 

**c)** 

**➀ *Bài toàn 1:*** Tính  khi , trong đó  là các đa thức và căn thức.

***🗁 Phương pháp giải:*** Chia cả tử và mẫu cho  với *n*  là số mũ bậc cao nhất của biến số *x* trong mẫu thức. Nếu  có chứa biến *x* trong dấu căn thức thì đưa  ra ngoài dấu căn (với *k* là số mũ bậc cao nhất của *x* trong dấu căn).

**🕮 *Chú ý:***

* Khi  thì ta xử lý giống như với giới hạn của dãy số.
* Khi  ta cần lưu ý khi đưa  ra ngoài dấu căn thức bậc chẵn.

**🕮** Dạng hay gặp chính là  khi  và  khi 

**🖎** Xét hàm số  có hệ số của hạng tử bậc cao nhất của  lần lượt là *a,b.* Và kí hiệu  lần lượt là bậc của  thì:

* Nếu  thì 
* Nếu  thì 
* Nếu  thì 

**➋ *Bài toán 2*:** Tính  khi  và 

***🗁 Phương pháp giải:*** Ta biến đổi  để đưa về dạng 

Hoặc biến đổi  để đưa về dạng .

**➌ *Bài toán 3:*** Tính  khi  và 

***🗁 Phương pháp giải:*** Nhân hoặc chia với biểu thức liên hợp hoặc quy đồng để đưa về cùng một phân thức.

**🔿Dạng** ➌

***Khử dạng vô định ∞/∞, 0.∞ hoặc ∞ - ∞***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Tính các giới hạn sau

a)  b)  c) 

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**b)** 

**c)** 

Tính các giới hạn sau

a)  b)  c) 

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**b)** 

**c)** 

Tính các giới hạn sau

a)  b)  c) 

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

**a)** Đặt . Với 

🟏 Khi đó 

**b)** 

🟏 Đặt . Với . Khi đó



**c)** 

***🗁 Phương pháp giải:*** \* Nếu  thì không tồn tại 

\* Nếu  thì 

**🔿Dạng** ➍

***Giới hạn một bên***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Tính các giới hạn sau

a)  b)  c) 

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

**a)** 

**b)** 

**c)** 

Tìm các giới hạn của các hàm số tại các điểm chỉ ra:

a)  tại 

b)  tại 

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

**a)** 



. Do đó, không tồn tại 

**b)** 



Nhận thấy . Do đó 

Tìm các giới hạn của hàm số tại các điểm chỉ ra:

a)  tại 

b)  tại 

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

**a)** Ta có

và 

* Để tồn tại  thì 
* Với  thì 
* Vậy với  thì 

**b)** Ta có 

và

* Để tồn tại  thì 
* Với  thì 
* Vậy với  thì 

**🔿Dạng** ➎

***Một số bài toán giới hạn ẩn tham số đặc sắc***

**Ví dụ minh họa**

**🕮**

Kết quả giới hạn , với  là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức 

Ví dụ ➊

**🞔 Lời giải**

🟏 Ta có 

.

Vậy *P* = 13

Cho giới hạn . Tính giá trị của biểu thức .

Ví dụ ➋

**🞔 Lời giải**

🟏 Đặt 

🟏 Khi đó 

.

Cho giới hạn . Tính giá trị của biểu thức .

Ví dụ ➌

**🞔 Lời giải**

🟏 Đặt 

🟏 Khi đó: 



⇨ Suy ra .