# CHUYÊN ĐỀ 5: BỘI – ƯỚC – ƯCLN – BCNN

* **LÝ THUYẾT CƠ BẢN**
* **Ước và bội**

a b ⬄ a là bội của b ⬄ b là ước của a

* **Ước chung lớn nhất:**
* Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó. Ước chung lớn nhất của a, b, c được kí hiệu là: UCLN(a, b, c) hoặc (a, b, c).
* Ta có: (a, b) = d <=> Tồn tại a’, b’ N sao cho a = da’, b = db’, (a’ , b’) = 1.
* **Bội chung nhỏ nhất:**
* Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó. Bội chung nhỏ nhất của a, b, c được kí hiệu là BCNN (a, b, c) hoặc [a, b, c].
* Ta có: [a, b] = m <=> Tồn tại x, y N sao cho m = ax, m = by, (x, y) = 1.
* **Tính chất:**
* Số lượng các ước của một số: Giả sử số tự nhiên A được phân tích ra thừa số nguyên tố là: ax.by.cz… thì số lượng các ước của A bằng (x + 1)(y + 1)(z + 1)…
* Nếu một tích chia hết cho số nguyên tố p thì tồn tại một thừa số của tích chia hết cho p.
* Nếu tích ab chia hết cho m trong đó b và m là hai số nguyên tố cùng nhau thì a chia hết cho m.
* Nếu a chia hết cho m và n thì a chia hết cho BCNN của m và n
* Tích của hai số bằng tích của BCNN với UCLN của chúng: a.b = (a, b).[a, b].
* Ba số a, b, c nguyên tố cùng nhau đôi một nếu (a, b) = 1; (b, c) = 1; (c, a) = 1.
* **Thuật toán Ơ – clit:** Để tìm ƯCLN(a, b) ta thực hiện như sau:
* Chia a cho b có số dư là r:

Nếu r = 0 thì ƯCLN(a, b) = b. Việc tìm ƯCLN dừng lại.

Nếu r > 0, ta chia tiếp b cho r, được số dư r1

- Nếu r1 = 0 thì r1 = ƯCLN(a, b). Dừng lại việc tìm ƯCLN

- Nếu r1 > 0 thì ta thực hiện phép chia r cho r1 và lập lại quá trình như trên. ***ƯCLN(a, b) là số dư khác 0 nhỏ nhất trong dãy phép chia nói trên.***

* **CÁC DẠNG BÀI TẬP**
* **DẠNG 1: MỘT SỐ BÀI TOÁN CƠ BẢN LIÊN QUAN VỀ ƯỚC VÀ BỘI:**

**Bài 1**: Tìm số chia và thương của một phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia và thương là các số tự nhiên).

**Bài 2**: Một phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 3193. Tìm số chia và thương của phép chia đó, biết rằng số chia có hai chữ số.

**Bài 3**: Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 600.

**Bài 4**: Tìm số tự nhiên n, sao cho: n + 5 chia hết cho n + 1

**Bài 5**: Tìm số tự nhiên n biết rằng: 1 + 2 + 3 + … + n = 820

* **Bài tập tự rèn luyện:**

**Bài 1**: Tìm ba số lẻ liên tiếp có tích bằng 12075.

**Bài 2**: Tìm số tự nhiên n, sao cho: 2n + 7 chia hết cho n + 2

**Bài 3**: Hãy viết số 100 dưới dạng tổng các số lẻ liên tiếp.

**Bài 4**: Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nó tăng gấp n lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với n (n là số tự nhiên, có thể gồm một hoặc nhiều chữ số).

* **DẠNG 2: TÌM SỐ TỰ NHIÊN KHI BIẾT MỘT SỐ YẾU TỐ TRONG ĐÓ CÓ CÁC DỮ KIỆN VỀ ƯCLN VÀ BCNN.**

**Bài 1 :** Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 84, UCLN của chúng bằng 6.

**Bài 2**: Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết [a, b] = 240 và (a, b) = 16.

**Bài 3 :** Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết ab = 216 và (a, b) = 6.

**Bài 4 :** Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết ab = 180, [a, b] = 60.

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên a, biết rằng 398 chia cho a thì dư 38, còn 450 chia cho a thì dư 18.

**Bài 6:** Ba khối 6,7,8 theo thứ tự có 300 học sinh, 276 học sinh, 252 học sinh xếp hàng dọc để diễu hành sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau. Có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng? Khi đó ở mỗi khối có bao nhiêu hàng ngang?

**Bài 7:** Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho chia a cho 3, cho 5, cho 7 được số dư theo thứ tự 2, 3, 4.

**Bài 8:** Một số tự nhiên chia cho 3 thì dư 1, chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4 và chia hết cho 13.

* Tìm số nhỏ nhất có tính chất trên.
* Tìm dạng chung của tất cả các số có tính chất trên.

**Bài 9**: Một đơn vị bộ đội khi xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15, nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó biết rằng số người chưa đến 1000.

**Bài 10 :** Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết a/b = 2,6 và (a, b) = 5.

1. **Bài tập tự luyện:**

**Bài 1 :** Tìm a, b biết a/b = 4/5 và [a, b] = 140.

**Bài 2 :** Tìm hai tự nhiên a, b > 0, biết a + b = 128 và (a, b) = 16.

**Bài 3 :** Tìm a, b biết a + b = 42 và [a, b] = 72.

**Bài 4 :** Tìm a, b biết a - b = 7, [a, b] = 140.

**Bài 5**: Tìm số tự nhiên a, biết rằng 350 chia cho a thì dư 14, còn 320 chia cho a thì dư 26.

**Bài 6**: Người ta muốn chia 200 bút bi, 240 bút chì, 320 tẩy thành một số phần thưởng như nhau. Hỏi có thể chia được nhiều nhất là bao nhiêu phần thưởng, mỗi phần thưởng có bao nhiêu bút bi, bút chì, tẩy?

**Bài 7**: Tìm số tự nhiên nhỏ hơn 500, sao cho chia nó cho 15, cho 35 được các số dư theo thứ tự là 8 và 13.

**Bài 8**: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8, 10, 15, 20 được số dư theo thứ tự 5, 7, 12, 17 và chia hết cho 41.

**Bài 9**: Hai lớp 6A, 6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Trong lớp 6A, một bạn thu được 26kg, còn lại mỗi bạn thu 11kg. Trong lớp 6B, một bạn thu được 25kg, còn lại mỗi bạn thu 10kg. Tính số học sinh mỗi lớp, biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng từ 200kg đến 300kg.

* **DẠNG 3: TÌM ƯCLN CỦA CÁC BIỂU THỨC SỐ**

**Bài 1**: Tìm ƯCLN của 2n – 1 và 9n + 4 (với n thuộc số tự nhiên).

**Bài 2**: Tìm ƯCLN của 7n + 3 và 8n - 1 (với n thuộc số tự nhiên).

* **DẠNG 4: VẬN DỤNG THUẬT TOÁN Ơ – CLIT TÌM ƯCLN**

1. **Ví dụ minh họa:**

**Hãy tìm ƯCLN (1575, 343) = ?**

**Giải:**

Ta có: 1575 = 343. 4 + 203

343 = 203. 1 + 140

203 = 140. 1 + 63

140 = 63. 2 + 14

63 = 14.4 + 7

14 = 7.2 + 0 (chia hết)

Vậy: Hãy tìm ƯCLN (1575, 343) = 7

Trong thực hành người ta đặt phép chia đó như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | 1575 | 343 |
|  |  |  |  | 343 | 203 | 4 |
|  |  |  | 203 | 140 | 1 |  |
|  |  | 140 | 63 | 1 |  |  |
|  | 63 | 14 | 2 |  |  |  |
| 14 | **7** | 4 |  |  |  |  |
| 0 | 2 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Suy ra ƯCLN (1575, 343) = 7

1. **Bài tập tự luyện:**

**Bài 1**: Tìm ƯCLN(702, 306) bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố và bằng thuật toán Ơclit.

**Bài 2**: Dùng thuật toán Ơclit để tìm

a/ ƯCLN(318, 214)

b/ ƯCLN(6756, 2463)

**Bài 3**: Tìm UCLN (A, B) biết rằng A là số gồm 1991 chữ số 2, B là số gồm 8 chữ số 2.

**Bài 4**: Tìm ƯCLN của các số sau: (187231, 165148)

# HƯỚNG DẪN – LỜI GIẢI – ĐÁP SỐ

* **DẠNG 1: MỘT SỐ BÀI TOÁN CƠ BẢN LIÊN QUAN VỀ ƯỚC VÀ BỘI:**

**Bài 1**: Tìm số chia và thương của một phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia và thương là các số tự nhiên).

Gọi x là số chia, a là thương, ta có 145 = ax + 12 (x>12). Như vậy, x là ước của 145 – 12 = 133.

Phân tích ra thừa số nguyên tố: 133 = 7.19

Ước của 133 mà lớn hơn 12 là 19 và 133.

Nếu số chia bằng 19 thì thương bằng 7. Nếu số chia bằng 133 thì thương bằng 1 (trái với đề bài).

Vậy số chia bằng 19 và thương bằng 7

**Bài 2**: Một phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 3193. Tìm số chia và thương của phép chia đó, biết rằng số chia có hai chữ số.

Nhận xét:   
1) Loại suy:   
3193 không chia hết cho 2 => 3193 không chia hết cho 2k => không chia hết cả 4k, 6k, 8k   
Tương tự: 3193 không chia hết cho 3k, 5k, 7k, 9k   
=> số chia của 3193 là một số nguyên tố   
Gọi số chia là ab => b chỉ CÓ THỂ là 1,3,7,9   
Ngoài ra, ta nhận thấy thương của phép chia cũng phải là một số nguyên tố (\*)   
  
2) Phép thử   
\*b=9 => a=1,2,5,7,9 => thương không là số tự nhiên   
\*b=7 => a=1,3,4,6,9 => thương không là số tự nhiên   
\*b=3 => a=1,2,4,5,7,8 => thương không là số tự nhiên   
\*b=1 => a=3,4,6,1 => tìm được a=3   
  
=> số chia = 31; thương = 103

**Bài 3**: Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 600.

Phân tích 600 ra thừa số nguyên tố:

600 = 23.3.52

Ghép các thừa số lại để được tích của hai số tự nhiên liên tiếp:

23.3.52 = (8.3).25 = 24.25

Đáp số: 24 và 25

**Bài 4**: Tìm số tự nhiên n, sao cho: n + 5 chia hết cho n + 1

Ta có: n + 5 = (n + 1) + 4

Để n + 5 n + 1 thì (n + 1) + 4 n + 1 => n + 1 là ước của 4

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n + 1 | 1 | 2 | 4 |
| n | 0 | 1 | 3 |

Vậy n = {0; 1; 3}

**Bài 5**: Tìm số tự nhiên n biết rằng: 1 + 2 + 3 + … + n = 820

Ta có: 1 + 2 + 3 + … + n = = 820

* n.(n+1) = 1640 = 40.41
* n = 40
* **Bài tập tự rèn luyện:**

**Bài 1**: Tìm ba số lẻ liên tiếp có tích bằng 12075.

12075 = 3.52.7.23 = 21.23.25

**Bài 2**: Tìm số tự nhiên n, sao cho: 2n + 7 chia hết cho n + 2

Ta có: 2n +2 = 2n + 4 + 3.

Để 2n + 7 chia hết cho n + 2 thì n + 2 phải là ước của 3. Ư(3) = {1;3}

Vậy n = 1

**Bài 3**: Hãy viết số 100 dưới dạng tổng các số lẻ liên tiếp.

Giả sử số 100 viết được dưới dạng k số lẻ liên tiếp là n +2 ; n +4; …; n + 2k, ta có: (n + 2) + (n + 4) + …+ (n + 2k) = 100 với n lẻ, k > 1.

Có hai đáp số: 49; 51 và 1 + 3 +…+ 19.

**Bài 4**: Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nó tăng gấp n lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với n (n là số tự nhiên, có thể gồm một hoặc nhiều chữ số).

Gọi số phải tìm là , ta có: + 100n + 10n + n = .n

Suy ra: n.

Đặt = n.k ( k N) thì: n.k + 111.n = n.k.n

Chia cả hai vế cho n khác 0 ta được k + 111 = n.k, tức là 111 = k(n – 1). Như vậy k và n -1 là ước của 111

Bài toán có 4 đáp số:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | n - 1 | n |  |
| 1 | 111 | 112 | 112 |
| 3 | 37 | 38 | 114 |
| 37 | 3 | 4 | 148 |
| 111 | 1 | 2 | 222 |

* **DẠNG 2: TÌM SỐ TỰ NHIÊN KHI BIẾT MỘT SỐ YẾU TỐ TRONG ĐÓ CÓ CÁC DỮ KIỆN VỀ ƯCLN VÀ BCNN.**

**Bài 1 :** Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 84, UCLN của chúng bằng 6.

Gọi hai số phải tìm là a và b ( a ≤ b ). Ta có (a, b) = 6 nên a = 6a’, b = 6b’ trong đó (a’, b’) = 1 (a, a’, b, b’ N).

Do a + b = 84 nên 6(a’ + b’ ) = 84 => a’ + b’ = 14. (a’ ≤ b’) ta được:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a’ | 1 | 3 | 5 |
| b’ | 13 | 11 | 9 |

Do đó:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a | 6 | 18 | 30 |
| b | 78 | 66 | 54 |

**Bài 2**: Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết [a, b] = 240 và (a, b) = 16.

Từ ab = (a, b)[a, b] = 240.16 = 3840

Giả sử a ≤ b, vì (a, b) = 16 nên a = 16m, b =16n với m, n N\*

(m, n) = 1 và m ≤ n => ab = 16m.16n = 256mn vì ab = 3840 nên 256mn = 3840 => mn = 15

Lập bảng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| m | n | a | b |
| 1 | 15 | 16 | 240 |
| 3 | 5 | 48 | 80 |

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là : 16 và 240, 48 và 80.

**Bài 3 :** Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết ab = 216 và (a, b) = 6.

Giả sử a ≤ b, vì (a, b) = 6 nên a = 6m, b =6n với m, n N\*

(m, n) = 1 và m ≤ n => ab = 6m.6n = 36mn vì ab = 216 nên 36mn = 216 => mn = 6

Lập bảng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| m | n | a | b |
| 1 | 6 | 6 | 36 |
| 2 | 3 | 12 | 18 |

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là : 6 và 36, 12 và 18.

**Bài 4 :** Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết ab = 180, [a, b] = 60.

Từ ab = (a, b)[a, b] => (a, b) = = = 3.

Giả sử a ≤ b, vì (a, b) = 3 nên a = 3m, b =3n với m, n N\*

(m, n) = 1 và m ≤ n => ab = 3m.3n = 9mn vì ab = 180 nên 9mn = 180 => mn = 20

Lập bảng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| m | n | a | b |
| 1 | 20 | 3 | 60 |
| 4 | 5 | 12 | 15 |

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là : 3 và 60, 12 và 15.

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên a, biết rằng 398 chia cho a thì dư 38, còn 450 chia cho a thì dư 18.

Số 398 chia cho a dư 38 nên a là ước của 398 – 38 = 360 và a > 38

Số 450 chia cho a dư 18 nên a là ước của 450 – 18 = 432 và a > 18

Do đó a là ước chung của 398 và 450, đồng thời a > 38.

ƯCLN(360;432) = 72 mà 72 > 38 nên a = 72.

**Bài 6:** Ba khối 6,7,8 theo thứ tự có 300 học sinh, 276 học sinh, 252 học sinh xếp hàng dọc để diễu hành sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau. Có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng? Khi đó ở mỗi khối có bao nhiêu hàng ngang?

Số hàng dọc nhiều nhất là ƯCLN (300, 276, 252).

Đáp số: Xếp được nhiều nhất thành 12 hàng dọc,. khi đó, khối 6 có 25 hàng ngang , khối 7 có 23 hàng ngang và khối 8 có 21 hàng ngang.

**Bài 7:** Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho chia a cho 3, cho 5, cho 7 được số dư theo thứ tự 2, 3, 4.

Gọi:

a = 3m + 2 ( m N) => 2a = 6m + 4, chia cho 3 dư 1

a = 5n + 3 ( n N) => 2a = 10n + 6, chia cho 5 dư 1

a = 7p + 4 ( p N ) => 2a = 17p + 8, chia cho 7 dư 1

Do đó 2a – 1 BC (3, 5, 7). Để a nhỏ nhất thì 2a – 1 là BCNN(3, 5, 7).

BCNN(3, 5, 7) = 105

2a - 1 = 105

2a = 106

a = 53

**Bài 8:** Một số tự nhiên chia cho 3 thì dư 1, chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4 và chia hết cho 13.

* Tìm số nhỏ nhất có tính chất trên.
* Tìm dạng chung của tất cả các số có tính chất trên.

1. Gọi x là số phải tìm thì x + 2 chia hết cho 3, 4, 5, 6 nên x + 2 là BC (3, 4, 5, 6).

BCNN (3, 4, 5, 6) = 60 nên x + 2 = 60n, do đó x = 60n – 2 (n = 1,2, 3, …)

Ngoài ra x phải là số nhỏ nhất có tính chất trên và x phải chia hết cho 13.

Lần lượt cho n bằng 1, 2, 3.. ta thấy đến n = 10 thì x = 598 chia hết cho 13. Số nhỏ nhất phải tìm là 598.

1. Số phải tìm phải thỏa mãn hai điều kiện: x +2 chia hết cho 60(1), x chia hết cho 13 (2).

Từ (1) => x + 182 chia hết cho 60

Từ (2) => x + 182 chia hết cho 13

Vì (13, 60) = 1 nên x + 182 = 780k hay x = 780 – 182 (k = 1, 2, 3, …)

Với k = 1, giá trị nhỏ nhất của x bằng 598.

**Bài 9**: Một đơn vị bộ đội khi xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15, nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó biết rằng số người chưa đến 1000.

Gọi số người của đơn vị là a (người)( a N, a ≤ 1000). Khi xếp hàng 20; 25; 30 đều dư 15 người.

Do đó: (a – 15) BC (20, 25, 30).

BCNN(20, 25, 30) = 300

* (a -15) B(30) = {0, 300, 600, 900, 1200, …}
* a {15, 315, 615, 915, 1215, …}

do khi xếp hàng 41 thì vừa đủ nên a 41; a ≤ 1000 nên a = 615

Đáp số: 615 người

**Bài 10 :** Tìm hai số tự nhiên a, b > 0, biết a/b = 2,6 và (a, b) = 5.

Do (a, b) = 5 => a = 5m, b = 5n với m, n N\* , (m, n) = 1 nên = = 2, 6 =

Vì (m, n) = 1 nên m = 13, n = 5. Khi đó a = 13.5 = 65, b = 5.5 = 25.

Vậy hai số cần tìm là 65 và 25

1. **Bài tập tự luyện:**

**Bài 1 :** Tìm a, b biết a/b = 4/5 và [a, b] = 140.

Đặt (a, b) = d => a = m.d, b = nd với m ,n N\*; (m, n) = 1. Giả sử a ≤ b khi đó m ≤ n.

* = = =

Vì (m, n) = 1 nên m = 4, n = 5

Mặt khác [a, b] = m.n.d => 140 = 4.5.d => d =7

Lúc đó a = 4.7 = 28;b = 5.7 = 35

Vậy hai số cần tìm là 27 và 35.

**Bài 2 :** Tìm hai tự nhiên a, b > 0, biết a + b = 128 và (a, b) = 16.

Giả sử a ≤ b, vì (a, b) = 16 nên a = 16m, b = 16n với m, n N\*

(m, n) = 1 và m ≤ n => a + b = 16m + 16n = 128 => 16(m + n) = 128 => (m + n) = 128 : 16 = 8

Lập bảng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| m | n | a | b |
| 1 | 7 | 16 | 112 |
| 3 | 5 | 48 | 80 |

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là : 16 và 112, 48 và 80.

**Bài 3 :** Tìm a, b biết a + b = 42 và [a, b] = 72.

Đặt (a, b) = d => a = m.d, b = nd với m ,n N\*; (m, n) = 1. Giả sử a ≤ b khi đó m ≤ n. do đó a + b = d(m + n) = 42 (1)

[a, b] =dmn = 72 (2)

Từ (1) và (2) => d ƯC (42, 72) mà ƯCLN (42, 72) = 6 => d Ư (6) nên d {1, 2, 3, 6}.

Lần lượt thay các giá trị của d vào (1), (2) để tính m , n ta thấy chỉ có d = 6 là thỏa mãn.

* m + n = 7 và m.n = 12

chỉ có m = 3 và n = 4 là thỏa mãn. Khi đó a = 18 và b = 24. Vậy hai số cần tìm là 18 và 24

**Bài 4 :** Tìm a, b biết a - b = 7, [a, b] = 140.

Đặt (a, b) = d => a = m.d, b = nd với m ,n N\*; (m, n) = 1. Giả sử a > b khi đó m > n. do đó a - b = d(m - n) = 7 (1)

[a, b] =dmn = 140 (2)

Từ (1) và (2) => d ƯC (7, 140) mà ƯCLN (7, 140) = 7 => d Ư (7) nên d {1, 7}.

Lần lượt thay các giá trị của d vào (1), (2) để tính m , n ta thấy chỉ có d = 7 là thỏa mãn.

* m - n = 1 và m.n = 20

chỉ có m = 5 và n = 4 là thỏa mãn. Khi đó a = 35 và b = 28. Vậy hai số cần tìm là 35 và 28

**Bài 5**: Tìm số tự nhiên a, biết rằng 350 chia cho a thì dư 14, còn 320 chia cho a thì dư 26.

Số 350 chia cho a dư 14 nên a là ước của 350 – 14 = 336 và a > 14

Số 320 chia cho a dư 26 nên a là ước của 320 – 26 = 294 và a > 26

Do đó a là ước chung của 336 và 294, đồng thời a > 26.

ƯCLN(360;432) = 42 mà 42 > 26 nên a = 26.

**Bài 6**: Người ta muốn chia 200 bút bi, 240 bút chì, 320 tẩy thành một số phần thưởng như nhau. Hỏi có thể chia được nhiều nhất là bao nhiêu phần thưởng, mỗi phần thưởng có bao nhiêu bút bi, bút chì, tẩy?

Số phần thưởng phải tìm là ƯCLN (200, 240, 320) = 40. Mỗi phần thưởng có 5 bút bi, 6 bút chì và 8 tẩy.

**Bài 7**: Tìm số tự nhiên nhỏ hơn 500, sao cho chia nó cho 15, cho 35 được các số dư theo thứ tự là 8 và 13.

Gọi số phải tìm là n, ta tìm được n + 22 B (15, 35).

Đáp số: 83; 188; 293; 398

**Bài 8**: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8, 10, 15, 20 được số dư theo thứ tự 5, 7, 12, 17 và chia hết cho 41.

Đáp số: 4797

**Bài 9**: Hai lớp 6A, 6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Trong lớp 6A, một bạn thu được 26kg, còn lại mỗi bạn thu 11kg. Trong lớp 6B, một bạn thu được 25kg, còn lại mỗi bạn thu 10kg. Tính số học sinh mỗi lớp, biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng từ 200kg đến 300kg.

Gọi số giấy mỗi lớp thu được là x(kg) thì x – 26 11, x – 25 10 do đó x – 15 BC (11, 10), ngoài ra 200 ≤ x ≤ 300.

Ta tìm được x = 235. Do đó lớp 6 A có 20 học sinh, lớp 6 B có 22 học sinh

* **DẠNG 3: TÌM ƯCLN CỦA CÁC BIỂU THỨC SỐ**

**Bài 1**: Tìm ƯCLN của 2n – 1 và 9n + 4 (với n thuộc số tự nhiên).

Gọi d là ước chung của 2n - 1 và 9n + 4 => 2n - 1 d và 9n + 4 d  
=> 2(9n + 4) - 9(2n - 1) d hay 18n + 8 - 18n + 9 = 17 d => d {1; 17}  
Nếu d = 17 thì ta có :  
2n - 1 17 <=> 2n – 1- 17 = 2n – 18 17 => 2(n - 9) 17

=> n - 9 17 vì ( 2; 17) = 1. Vậy n - 9 = 17k , ( k N ) ⬄ n = 17k + 9, ( k N )  
  
Thử lại :  
Với n = 17k + 9 thì 2n - 1 17 và 9n + 4 = 9(17k + 9 ) + 4 = 9.17k + 85 17.  
Do đó ƯCLN (2n - 1; 9n + 4) = 17  
Nếu n ≠ 17k + 9 thì 2n - 1 không chia hết cho 17  
Do đó ƯCLN (2n - 1; 9n + 4) = 1.  
Đáp số : ƯCLN (2n -1; 9n +4) = 17 khi n = 17k + 9 ( k N )  
ƯCLN (2n - 1; 9n + 4) = 1. khi n ≠ 17k + 9 ( k N )

**Bài 2**: Tìm ƯCLN của 7n + 3 và 8n - 1 (với n thuộc số tự nhiên).

Gọi d là ước chung của 8n - 1 và 7n + 3 => 8n - 1 d và 7n + 3 d  
=> 8(7n + 3) - 7(8n - 1) d hay 56n + 24 - 56n + 7 = 31 d => d {1; 31}  
Nếu d = 31 thì ta có :  
8n - 1 31 <=> 8n – 1- 31 = 8n – 32 31 => 8(n - 4) 31

=> n - 4 31 vì ( 8; 31) = 1. Vậy n - 4 = 31k , ( k N ) ⬄ n = 31k + 4, ( k N )  
Thử lại :  
Với n = 31k + 4 thì 8n - 1 31 và 7n + 3 = 7(31k + 4 ) + 3 = 9.31k + 31 31.  
Do đó ƯCLN (8n - 1; 7n + 3) = 31  
Nếu n ≠ 31k + 4 thì 8n - 1 không chia hết cho 31  
Do đó ƯCLN (8n - 1; 7n + 3) = 1.  
Đáp số : ƯCLN (8n - 1; 7n + 3) = 17 khi n = 31k + 4 ( k N )  
ƯCLN (8n - 1; 7n + 3) = 1. khi n ≠ 31k + 4 ( k N )

* **DẠNG 4: VẬN DỤNG THUẬT TOÁN Ơ – CLIT TÌM ƯCLN**

1. **Bài tập tự luyện:**

**Bài 1**: Tìm ƯCLN(702, 306) bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố và bằng thuật toán Ơclit.

Đáp số: 18

**Bài 2**: Dùng thuật toán Ơclit để tìm

a/ ƯCLN(318, 214)

b/ ƯCLN(6756, 2463)

Đáp số: a/ 2; b/ 1

**Bài 3**: Tìm ƯCLN (A, B) biết rằng A là số gồm 1991 chữ số 2, B là số gồm 8 chữ số 2.

Ta có 1991 chia cho 8 dư 7; còn 8 chia cho 7 dư 1.

Theo thuật toán Ơclit

ƯCLN (a, b) = ƯCLN ( ; ) = ƯCLN ( ; ) = ƯCLN ( ) = 2

**Bài 4**: Tìm ƯCLN của các số sau theo thuật toán Ơclit : (187231, 165148)

Để tìm USCLN của hai số tự nhiên a và b bất kỳ ta dùng cách chia liên tiếp hay còn gọi là thuật toán Oclit như sau:  
Bước 1: Lấy 187231 chia cho 165148 :  
187231 không chia hết cho 165148   
làm tiếp bước 2.  
Bước 2: Lấy 165148 chia cho số dư 22083 được 7 dư 10567  
làm tiếp bước 3.  
Bước 3: Lấy 22083 chia cho số dư 10567 được 2 dư :949  
làm tiếp bước 4.  
Bước 4: Lấy 10567 chia cho số dư 949 được 11 dư :128  
làm tiếp bước 5  
Bước 5: Lấy 949 chia cho số dư 128 được 7 dư :53  
làm tiếp bước 6  
Bước 6: Lấy 128 chia cho số dư 53 được 2 dư :22  
làm tiếp bước 7  
Bước 7: Lấy 53 chia cho số dư 22 được 2 dư :9  
làm tiếp bước 8  
Bước 8: Lấy 22 chia cho số dư 9 được 2 dư :4  
làm tiếp bước 9  
bước 9: Lấy 9 chia cho số dư 4 được 2 dư :1  
làm tiếp bước 10  
Bước 10: Lấy 4 chia cho số dư 1 được 4 dư :0  
Vậy UCLN ( 187231, 165148) = 1