**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS**

**BÌNH ĐỊNH KHOÁ NGÀY 18 – 3 – 2017**

**Đề chính thức** Môn thi: **TOÁN**

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: **18/3/2017**

**Bài 1** *(6,0 điểm)*.

1. Cho biểu thức: P = 

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị tự nhiên của m để P là số tự nhiên.

2. Cho biểu thức: P = (a + b)(b + c)(c + a) – abc với a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu a + b + c chia hết cho 4 thì P chia hết cho 4.

**Bài 2** *(5,0 điểm).*

a) Chứng minh rằng: với mọi số thực x, y dương, ta luôn có: 

b) Cho phương trình:  (m là tham số). Có hai nghiệm  và  . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: M = 

**Bài 3** *(2,0 điểm)*

Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh rằng:



**Bài 4** *(7,0 điểm).*

1. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. M là một điểm di

động trên cung nhỏ BC của đường tròn đó.

1. Chứng minh MB + MC = MA
2. Gọi H, I, K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AB, BC, CA. Gọi

S, S’ lần lượt là diện tích của tam giác ABC, MBC. Chứng minh rằng: Khi M di động ta luôn có đẳng thức:

MH + MI + MK = 

1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. AD, BE, CF là các đường cao. Lấy M trên đoạn FD, lấy N trên tia DE sao cho . Chứng minh MA là tia phân giác của góc 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1** *(6,0 điểm)*.

1a) Rút gọn được P =  (với m  0, m  1)

1b)

P =  = 1 + 

Ta có: P  N là ước dương của 2  m  (TMĐK)

Vậy m = 4; m = 9 là giá trị cần tìm.

2) a + b + c  4 (a, b, c  Z)

Đặt a + b + c = 4k (k  Z) a + b = 4k – c ; b + c = 4k – a ; a + c = 4k – b

Ta có: P = (a + b)(b + c)(c + a) – abc = (4k – c)(4k – a)(4k – b) – abc

= 

= 64 

=  (\*)

Giả sử a, b, c đều chia 2 dư 1  a+ b + c chia 2 dư 1 (1)

Mà: a + b + c  4 a + b + c  2 (theo giả thiết) (2)

Do đó (1) và (2) mâu thuẫn  Điều giả sử là sai

Trong ba số a, b, c ít nhất có một số chia hết cho 2

2abc  4 (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) P  4

**Bài 2** *(5,0 điểm).*

a)   (đúng)

b) PT có a, c trái dấu nên luôn có hai nghiệm phân biệt  và 

Ta có:  và 

M =  = ......= 

= 

Dấu “=” xảy ra khi m = 0

Vậy GTNN của M là  khi m = 0

**Bài 3** *(2,0 điểm)*

Áp dụng BĐT Cô si cho các số dương  và yz, ta có:

 + yz  

Tương tự, ta có:  và 

Suy ra:  (1)

Ta có:  =  (2)

Ta có:   x + y + z (3)

Thật vậy: (\*)   (BĐT đúng)

Dấu “=” xảy ra khi x = y = z

Từ (2) và (3) suy ra:   (4)

Từ (1) và (4) suy ra: 

**Bài 4** *(7,0 điểm).*

1.a) Cách 1: Trên tia đối của tia MC lấy điểm E sao cho ME = MB

Ta có: BEM là tam giác đều  BE = BM = EM

BMA = BEC  MA = EC

Do đó: MB + MC = MA

Cách 2:

Trên AM lấy điểm E sao cho ME = MB

Ta có: BEM là tam giác đều

 BE = BM = EM

MBC = EBA (c.g.c)  MC= AE

Do đó: MB + MC = MA

1.b) Kẻ AN vuông góc với BC tại N

Vì ABC là tam giác đều nên O là trọng tâm của tam giác

 A, O, N thẳng hàng AN = 

Ta có: AN = AB.sin 

Ta có:  = 

 = 

 =  = 

Do đó: MH + MK + MI =  +  =  + 

=  + 

2. Qua M kẻ đường thẳng song song với BC cắt DE tại K

Tứ giác AEDB nội tiếp 

Mà:  (vì MK // BC).

Do đó:   Tứ giác AMKN nội tiếp



Ta có:  (=  ) 

DMK có DA là phân giác vừa là đường cao nên cân tại D

 DM = DK

AMD = AKD (c.g.c) 

Nên: . Ta có: 

Vậy: MA là phân giác của góc 

**ĐỀ HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 SGD BÌNH DƯƠNG**

**NĂM HỌC:2016-2017**

1. (5 điểm)

a) Tìm tất cả các ngiệm nguyên của phương trình 

 b) Xác định số điện thoại của THCS X thành phố Thủ Dầu Một, biết số đó dạng  với  là số chính phương.

1. (4 điểm)

Tam giác  đều nội tiếp đường tròn ,  . Chứng minh rằng: 

1. (3 điểm)
2. Giải phương trình: 
3. Giải hệ phương trình:
4. (3 điểm)

a) Chứng minh với mọi số ta luôn có: 

b) Cho  chứng minh rằng: 

1. (3 điểm) Cho tứ giác . Gọi  lần lượt là trung điểm của . Chứng minh rằng: 
2. (2,0 điểm)

Cho đa giác lồi có 12 cạnh

a) Tìm số đường chéo

b) Tìm số tam giác có ít nhất 1 cạnh là cạnh của đa giác đó ?

**LỜI GIẢI ĐỀ HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 SGD BÌNH DƯƠNG**

**NĂM HỌC 2016-2017**

**Người giải đề: Triệu Tiến Tuấn**

1. (5 điểm)

a) Tìm tất cả các ngiệm nguyên của phương trình 

b) Xác định số điện thoại của THCS X thành phố Thủ Dầu Một, biết số đó dạng  với  là số chính phương.

**Lời giải**

1. Phương trình: 

Do 

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là: 

1. Ta có:  là số chính phương nên



Ta có: 

 là số chính phương.



Vậy 

1. (4 điểm)

Tam giác  đều nội tiếp đường tròn ,  . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| Giả sử  Dễ thấy:  (trên  lấy  sao cho , ta chứng minh: )  Đặt: . Ta có:    Kẻ  Mà |  |



Từ 

1. (3 điểm)

a) Giải phương trình: 

b) Giải hệ phương trình:

**Lời giải**

1. Phương trình: 

Điều kiện: 



1. Hệ phương trình: 



Đặt ta được:



* 
* 

1. (3 điểm)

a) Chứng minh với mọi số ta luôn có: 

b) Cho  chứng minh rằng: 

**Lời giải**

1. Ta có:



 luôn đúng.

1. Ta có:



Dấu “=” không xảy ra, vậy: 

1. (3 điểm)

Cho tứ giác . Gọi  lần lượt là trung điểm của . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| Ta có:  Gọi  là trung điểm của , ta có :   Suy ra:  Tương tự: |  |

1. (2 điểm)

Cho đa giác lồi có 12 cạnh

a) Tìm số đường chéo

b) Tìm số tam giác có ít nhất 1 cạnh là cạnh của đa giác đó ?

**Lời giải**

1. Số đường chéo của đa giác là: 
2. Nhận thấy rằng với mỗi cạnh của tam giác, ta lập được  tam giác mà mỗi tam giác thỏa mãn đề bài mà đa giác ban đầu có  cạnh nên số tam giác thỏa mãn đề bài là 

Tuy nhiên nếu như tính theo cách trên thì các tam giác mà có 2 cạnh là 2 cạnh kề của đa giác đã cho được tính 2 lần

Ta có số tam giác được tính 2 lần như trên là 12 tam giác nên số tam giác thỏa mãn đề bài thực chất là:  tam giác.

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NGÃI**  ĐỀ CHÍNH THỨC  *(Đề thi gồm 01 trang)* | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **NĂM HỌC 2016 -2017**  MÔN TOÁN LỚP 9  Thi ngày 08 tháng 12 năm 2016  *(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)*  *-------------------------------* |

**Bài 1** *(4,0 điểm).*

1) Rút gọn biểu thức: A = 

2) Cho 

a) Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A

b) Đặt B = A + x – 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B

**Bài 2** *(4,0 điểm).*Giải phương trình

1) Giải phương trình : 

2) Giải phương trình: .

**Bài 3** *(3,0 điểm).*

1) Chứng minh rằng với k là số nguyên thì 2016k + 3 không phải là lập phương của một số nguyên.

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình 

**Bài 4** *(7,0 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi C là một điểm nằm trên nửa đường tròn (O) (C khác A, C khác B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB, D là điểm đối xứng với A qua C, I là trung điểm của CH, J là trung điểm của DH.

a) Chứng minh 

b) Chứng minh CJH đồng dạng với HIB

c) Gọi E là giao điểm của HD và BI. Chứng minh HE.HD = HC2

d) Xác định vị trí của điểm C trên nửa đường tròn (O) để AH + CH đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 5** *(2,0 điểm).* Cho . Chứng minh rằng .

-------------------HẾT--------------------

*Họ và tên thí sinh:……………..……............…… Họ, tên chữ ký GT1:……………………..*

*Số báo danh:……………….……..............……… Họ, tên chữ ký GT2:……………………..*

|  |  |
| --- | --- |
| **GD-ĐT Quảng Ngãi** | **HƯỚNG DẪN CHẤM THI**  **KỲ THI HỌC SINH GIỎI**  **NĂM HỌC 2016 - 2017**  **Môn thi : Toán 9** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| Bài 1 (4 đ) | Câu 1  (1,75đ) | 1. Rút gọn biểu thức: A = |  |
| A =  = | 0,75 |
| A = | 0,5 |
| A = | 0,5 |
| Câu 2  (2,25) | 2. |  |
| a) ĐKXĐ: | 0,25 |
|  | 0,5 |
|  | 0,5 |
| b) B = A + x – 1= | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra  ( TM ĐKXĐ) | 0,25 |
| Vậy GTNN của biểu thức B=-2 khi x=1 | 0,25 |
|  | | | |
| Bài 2 (4 đ) |  | 1) Giải phương trình : |  |
| Câu 1  (2đ) | ĐKXĐ : | 0,25 |
|  | 0,5 |
|  | 0,25 |
| (\*) | 0,25 |
| Nếu  phương trình (\*)  (TM) | 0,25 |
| Nếu  phương trình (\*)  ( TM) | 0,25 |
| Vậy phương trình có nghiệm x=1 và x=5 | 0,25 |
| Câu 2  (2đ) | 2) Giải phương trình: . |  |
| Đặt  ( | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Từ (1)  (2) | 0,25 |
| Vì , từ (2) suy ra: . Vì vậy (3) | 0,25 |
| Bình phương 2 vế và thu gọn ta được phương trình 2 | 0,25 |
|  | 0,5 |
| Vậy phương trình có hai nghiệm x = -1, x= | 0,25 |
|  | | | |
| Bài 3 (3 đ) | Câu 1  (1,5đ) | 1) Chứng minh rằng với k là số nguyên thì 2016k + 3 không phải là lập phương của một số nguyên. |  |
| Giả sử 2016k + 3 = a3 với k và a là số nguyên.  Suy ra: 2016k = a3 - 3  Ta chứng minh a3 – 3 không chia hết cho 7. | 0,5 |
| Thật vậy: Ta biểu diễn a = 7m + r, với r . | 0,25 |
| Trong tất cả các trường hợp trên ta đều có a3 – 3 không chia hết cho 7 | 0,5 |
| Mà 2016k luôn chia hết cho 7, nên a3 – 3  2016k. ĐPCM | 0,25 |
| Câu 2  (1,5đ) | 2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: |  |
| Từ  Ta có : (y+3+x)(y+3-x) = - 16 | 0,25 |
| Để ý trong phương trình chỉ chứa ẩn số x với số mũ bằng 2 , do đó ta có thể hạn chế giải với x là số tự nhiên.  Khi đó: y+3+x  y+3-x .  Ta có ( y+3+x)+(y+3-x) = 2(y+3) là số chẵn  Suy ra 2 số ( y+3+x ) và (y+3-x) cùng tính chẵn lẻ . Ta lại có tích của chúng là số chẵn , vậy 2 số ( y+3+x ) và (y+3-x) là 2 số chẵn. | 0,5 |
| Ta chỉ có cách phân tích - 16 ra tích của 2 số chẵn sau đây:  -16 = 8 (-2) = 4 (-4) = 2 (-8) trong ®ã thõa sè ®Çu b»ng gi¸ trÞ (y+3+x). | 0,25 |
| Khi y+3+x= 8 , y+3-x = -2 ta cã x= 5 , y= 0.  Khi y+3+x= 4 , y+3-x = -4 ta cã x= 4 , y= -3.  Khi y+3+x= 2 , y+3-x = -8 ta cã x= 5 , y= -6.  V× thÕ ph­¬ng tr×nh ®· cho cã c¸c nghiÖm :  ( x,y) | 0,5 |
|  | | | |
| Bài 4 (7 đ) |  |  |  |
|  | Câu a (1,5 đ) | + Vì  nội tiếp đường tròn đường kính AB nên  Suy ra  (1) | 0,5 |
| + Lập luận để chỉ ra IJ // CD (2) | 0,5 |
| + Từ (1) và (2) suy ra  + Suy ra (cùng phụ với ) (3) | 0,5 |
|  | Câu b  (2 đ) | +) Trong vuông CBH ta có:  (4) | 0,5 |
| + Lập luận chứng minh được CJ // AB  + Mà CH  AB (gt)  + Suy ra CJ CH | 0,5 |
| +) Trong tam giác vuông CIJ ta có  (5)  + Từ (3), (4), (5) | 0,5 |
| + Xét CJH vàHIB có  và  (cmt)  + Nên CJH đồng dạng với HIB | 0,5 |
|  | Câu c (1,5 đ) | + Lập luận để chứng minh được | 0,5 |
| + Chứng minh được  đồng dạng với  + Suy ra | 0,5 |
| + Suy ra HE.HJ = HI.HC  + Mà  + Suy ra HE.HD = HC2 | 0,5 |
|  | Câu d  (2 đ) |  |  |
| + Lấy điểm M trên nửa đường tròn (O) sao cho  + Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại M cắt AB tại N. Ta có M và N cố định. | 0,5 |
| + Kẻ MK AB tại K  + Chứng minh được  vuông cân tại M và KM = KN  Suy ra  Xét C  M  Ta có C M nên H  K  Do đó AH + CH = AK + KM = AK + KN = AN (không đổi) | 0,5 |
| + Xét C khác M.  Tia NC nằm giữa hai tia NA và NM  Do đó  + HNC có  nên  Mà  nên  Suy ra  Suy ra HC < HN | 0,5 |
| + Do đó AH + CH < AH + HN = AN  + Vậy Khi C ở trên nửa đường tròn (O) sao cho  thì AH + CH đạt giá trị lớn nhất | 0,5 |
| Bài 5  (2 đ) | | Chứng minh rằng . |  |
| Áp dụng BĐT Cauchy ta có | 0,5 |
| Chứng minh tương tự ta được | 0,5 |
| Suy ra | 0,5 |
| Dấu bằng xảy ra (Trái với giả thiết)  Vậy dấu = không xảy ra suy ra đpcm. | 0,5 |

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT**  **TP. BẮC GIANG** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ**  **NĂM HỌC 2016-2017**  Môn: Toán lớp 9  Thời gian làm bài: 150 phút |

**Bài 1**: (5 điểm)

a. Cho biểu thức M= với a, b > 0 và ab

Rút gọi M và tính giá trị biểu thức M biết 

b. Tìm các số nguyên a, b thoả mãn 

c. Cho a, b, c thỏa mãn  ;  ; 

Tính giá trị biểu thức H=

**Bài 2**: (4,5 điểm)

a. Tính giá trị của biểu thức **N=**

b. Cho a, b là số hữu tỉ thỏa mãn +

Chứng minh  là số hữu tỉ

c. Giải phương trình 

**Bài 3**: (3,5 điểm)

a. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thoả mãn 

b. Cho a, b, c>0 thỏa mãn abc=1 . Chứng minh 

**Bài 4**: (6 điểm) Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn, trên Ax lấy M sao cho AM > R. Từ M vẽ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn, từ C vẽ CH vuông góc với AB, CE vuông góc với AM. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BC tại N. Đường thẳng MO cắt CE, CA, CH lần lượt tại Q, K, P.

1. Chứng minh MNCO là hình thang cân
2. MB cắt CH tại I. Chứng minh KI song song với AB
3. Gọi G và F lần lượt là trung điểm của AH và AE. Chứng minh PG vuông góc với QF

**Bài 5**: (1 điểm) Tìm số nguyên dương n lớn nhất để A= 427 + 42016 + 4n là số chính phương

*Họ tên thí sinh.................................................... SBD:................................*

**HƯỚNG DẪN CHẤM HSG CẤP THÀNH PHỐ NĂM HỌC 2016-2017**

**MÔN: TOÁN LỚP 9**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội Dung** | **Điểm** |
| **Bài 1** |  | **4 đ** |
| **a/**  **1,5đ** | -Rút gọn M= với a, b>0 và ab  -Ta có    + Nếu a>b>0    + nếu 0<a<b | 0,75  0,25  0,25  0,25 |
| **b/**  **1,5đ** | -Nếu  Vì a, b nguyên nên Vô lý vì  là số vô tỉ  -Vây ta có  Thay a= vào  t  a có  Ta có b=0 (loại) ; b=2 (thoã mãm) , vậy a=3. Kết luận | 0,5  0,25  0,75 |
| **c/**  **2 đ** | Ta có  mà  ;  nên  Ta có  nên  Tương tự  Vậy H=  =  =  = | 0,25  0,75  1,0 |
| **Bài 2** |  | **4,5 đ** |
| **a/**  **1,5đ** | **N=**  **=** | 0,25  0,5  0,5 |
| **b/**  **1,5đ** |  | 0,25  0,5  0,25  0,5 |
| **c/**  **1,5đ** | Điều kiện:  (\*).  Ta có:    Đặt  (Điều kiện:), phương trình trở thành    +Với  không thỏa mãn điều kiện (\*\*).  + Với  ta có phương trình:    Vậy phương trình có nghiệm | 0,5  0,25  0,5  0,25 |
| **Bài 3** |  | **3,5 đ** |
| **a/**  **1,75đ** | Ta có  -\*Nếu ta có  đúng với mọi y nguyên  Vậy ngiệm của PT là (1;yZ)  \*Nêu  Ta có    Vậy ta có  Ta có , Vậy ta có  Từ \* và \*\* ta có    Nếu    + nếu  +Nếu  -Nếu .  Kết luận | 0,25  0,25  1đ  0,25 |
| **b/**  **1,75đ** | Ta có  nên với x,y,z>0 ta có  , áp dụng ta có    -Với x,y>0 ta có  áp dụng ta có    Vây ta có  Tương tự ta có ;  nên    Vậy  dấu “=” có khi a=b=c=1 | 0,5  0,5  0,5  0,25 |
| **Bài 4** |  | **6 đ** |
|  |  |  |
| **a/**  **2đ** | -Ta có  nội tiếp đường tròn (vì...) mà AB là đường kính nên  vuông tại C  Ta có MA=MC (.....), OA=OC (....) nên MO là trung trực của AC  -Ta có OA (....); xét  và  có    -Ta có  là hình bình hành.Ta có = (cm trên) nên ta có NO=MA, mà MA=MC (...) nên NO=MC vậy MNBO là hình thang cân | 0,5  0,75  0,75 |
| **b/**  **2đ** | -Xét  và  có  ( cm trên)    -Ta có  (gt) ; MAAB (...)  -Nên ta có .  -Chi ra KI là đường trung bình của tam giác ACH | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| c/  2đ | -Chưng minh FQIO là hình bình hành  -Chưng minh O là trục tâm tam giác GIP | 0,75  0,75  0,5 |
| **Bài 5** |  | **1đ** |
|  | \*  Vì A và  là số chính phương nên  là số chính phương  Ta có >  \*mà  là số chính phương nên ta có    Với n=4004 ta có A=là số chính phương  Vậy n=4004 thì A=427+42016+4n là số chính phương | 0,25  0,5  0,25 |

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT HẠ HÒA**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KÌ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **Năm học: 2015 – 2016**  **Môn: Toán**  **Ngày thi: 4 tháng 12 năm 2015**  *(Thời gianlàm bài: 150 phút - Đề thi có 01 trang)* |

**Bài 1(3 điểm):**

a) Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình: x + xy + y = 9.

b) Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu  chia hết cho 5 thì  chia hết cho 5.

**Bài 2(4 điểm):**

a) Cho .

Tính với .

b) Cho a, b, x, y là các số thực thoả mãn: và .

Chứng minh rằng: 

**Bài 3 (4 điểm ):**

a) Giải phương trình: 

b) Giải hệ phương trình sau : 

**Bài 4 (7 điểm ):**

Cho đường tròn tâm O, đường kính BC cố định và một điểm A chuyển động trên nửa đường tròn (A khác B và C). Hạ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa A dựng hai nửa đường tròn tâm P đường kính HB và tâm Q đường kính HC, chúng lần lượt cắt AB và AC tại E và F.

a) Chứng minh rằng: AE.AB = AF.AC.

b) Gọi I và K lần lượt là hai điểm đối xứng với H qua AB và AC. Chứng minh rằng ba điểm I, A, K thẳng hàng.

c) Chứng minh tỷ số  không đổi.

d) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác PEFQ đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị đó.

**Bài 5 (2 điểm ):**

Cho x;y;z dương sao cho 

Tìm giá trị lớn nhất của .

--------HẾT--------

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**

**NĂM HỌC 2015-2016**

M«n To¸n 9

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **C©u** | **Néi dung** | **Chia điểm** |
| **I.a** | **a.1,5 điểm**  - Từ (gt) ta có :(x + 1)(y + 1) = 10 ; vì 10 = 1.10 = 2.5  - Vì x,y N  - Lập bảng ta tìm được 4 nghiệm (x ;y) =(0 ;9) ;(9 ;0) ;(1 ;4) ;(4 ;1) | 0,75  0,75 |
| **I.b** | **b.1,5 điểm**  - Ta có :    ( Vì 5 là số nguyên tố)  - Ta có: (đpcm) | 0,5  0,25  0,5  0,25 |
| II | **Câu a(2 điểm)** | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **Câu b(2 điểm)**  Ta cã:  nªn        Tõ ®ã:  KL:… | 1  1 |
| III | **Câu a(2 điểm)**  Gi¶i ph­¬ng tr×nh: |  |
|  | §K:  + Sö dông bÊt ®¼ng thøc c« si hoÆc Bu nhi a ®¸nh gi¸ VT  2  + §¸nh gi¸ VP  Do ®ã: PT  KL. | 0,5  0,75  0,75 |
| III | **Câu b(2 điểm)**  Từ (gt) ta có :3x2-xy -2y2 =0 ⬄(x-y)(3x+2y)=0 ⬄ x=y hoặc x = y  - Nếu x = y thay vào (1) ta được x = 1 ;x = -1  - Nếu x = y Thay vào hệ ta được hệ vô nghiệm  KL : Hệ phương trình có 2 nghiệm (x ;y) =(1 ;1) ;(-1 ;-1). | 1  1 |
| IV |  |  |
| IV | **Câu a(1 điểm)**  XÐt tam gi¸c vu«ng ABH cã HEAB  AB.AE = AH2 (1)  XÐt tam gi¸c vu«ng ACH cã HFAC  AC.AF = AH2 (2)  Tõ (1) vµ (2) suy ra AE.AB = AF.AC. | 0,5  0,5 |
| IV | Gãc IAH b»ng 2 lÇn gãc BAH  Gãc KAH b»ng 2 lÇn gãc CAH  Suy ra gãc IAH + gãc KAH =2( gãc BAH + gãc CAH) = 1800  Suy ra I, A vµ K th¼ng hµng |  |
| IV | **Câu c(2 điểm)**  Ta có: AH2 = BH.CH ⇒ AH4 = BH2 .CN2 = BE.BA.CF.CA = BE.CF.AH.BC ⇒ AH3 = BE.CF.BC ⇒ = 1 |  |
| IV | **Câu d(2 điểm)**  SPQFE = . Mà FEPQ hay FE ⇒ SPQFE Dấu đẳng thức xảy ra khi A là điểm chính giữa của nửa đường tròn tâm O, đường kính BC. |  |
| V | (**2 điểm)**  HD Áp dụng BĐT + với a; b là các số dương. Ta có:  + ) = + )  + )+ + )] = + )  Tương tự  + )  + )  Cộng từng vế của bất đẳng thức ta được:  + ) + + ) = + + ) = |  |

|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD & ĐT THÀNH PHỐ THANH HÓA  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ  NĂM HỌC 2016 - 2017  Môn Toán: Lớp 9  (Thời gian làm bài: 150 phút) |

**Bài 1: (5,0 điểm)**

Cho biểu thức:  . Với x  0, x  1.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để  .

c) So sánh: P2 và 2P.

**Bài 2: (4,0 điểm)**

a) Tìm  thỏa mãn: 

b) Cho a, b, c là các số nguyên khác 0 thỏa mãn điều kiện:



Chứng minh rằng:  chia hết cho 3.

**Bài 3: (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình sau: 
2. Cho x, y là 2 số thực thoả mãn: x2 + 2y2+ 2xy + 7x + 7y + 10 = 0.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức: A = x + y + 1.

**Bài 4: (6,0 điểm)**

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. N là điểm tùy ý thuộc cạnh AB. Gọi E là giao điểm của CN và DA. Vẽ tia Cx vuông góc với CE và cắt AB tại F. Lấy M là trung điểm của EF.

1. Chứng minh: CM vuông góc với EF.
2. Chứng minh: NB.DE = a2 và B, D, M thẳng hàng.
3. Tìm vị trí của N trên AB sao cho diện tích của tứ giác AEFC gấp 3 lần diện tích của hình vuông ABCD

**Bài 5: (1,0 điểm)**

Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng:



*-------------- Hết------------*

*Lưu ý: Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.*

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Bài | Câu | Nội dung | Điểm |
| 1 | a | Điều kiện: x  0, x  1. | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| b | Với x  0, x  1. Ta có:    Vì  nên (t/m)  Vậy P =  khi x = 4 | 0,5  1,0  0,25  0,25 |
| c | Vì    Dấu “=” xảy ra khi P = 2 x = 0  Vậy P2 2P | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| 2 | a | Vì x, yZ nên x - 1Ư(-1) =  +) Nếu x – 1 = 1x = 2  Khi đó 2y2  - y – 2 = - 1  y = 1 (t/m) hoặc y = Z (loại)  +) Nếu x – 1 = -1 x = 0  Khi đó 2y2 - y = 1  y = 1 (t/m) hoặc y = Z (loại)  Vậy | 0,5  0,25  0,5  0,5  0,25 |
| b | 1. Từ giả thiết     Vì a, b, c 0 nên a + b + c = 0    Vậy với a, b, c  Lưu ý: Nếu học sinh sử dụng hằng đẳng thức  x3 + y3 + z3 – 3xyz = (x + y + z)(x2 + y2 + z2 – xy – yz – zx)  mà không chứng minh thì trừ 0,5 điểm. | 0,5  0,5  0,5  0,25  0,25 |
| 3 | a | Đkxđ:    Vì  với  10x – 20  Ta có:    Vậy phương trình có nghiệm là x = 4 | 0,25  0,5  0,5  0,5  0,25 |
| b | x2 + 2y2 + 2xy + 7x + 7y + 10 = 0.    \* x + y + 1 = - 4 khi x = - 5; y = 0  \* x + y + 1 = - 1 khi x = - 2; y = 0  Vậy Amin = - 4 khi x= - 5; y = 0  Amax = - 1 khi x = -2; y = 0 | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| 4 | a | Ta có:  (cùng phụ với )  Chứng minh được: EDC = FBC (cạnh góc vuông – góc nhọn)  CE = CF  ECF cân tại C  Mà CM là đường trung tuyến nên CM EF | 1,0  1,0 |
| b | \* Vì EDC = FBC ED = FB  NCF vuông tại C. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:  BC2 = NB.BFa2 = NB.DE (đpcm)  \*CEF vuông tại C có CM là đường trung tuyến nên  AEF vuông tại A có AM là đường trung tuyến nên  CM = AM M thuộc đường trung trực của AC.  Vì ABCD là hình vuông nên B, D thuộc đường trung trực của AC  B, D, M thẳng hàng vì cùng thuộc đường trung trực của AC (đpcm). | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| c | Đặt DE = x (x > 0) ⇒ BF = x  SACFE = SACF + SAEF =    SACFE = 3.SABCD    Do x > 0; a > 0 ⇒ 3a + x > 0   x = 2a  A là trung điểm của DE AE = a  Vì AE //BC nên  N là trung điểm của AB.  Vậy với N là trung điểm của AB thì SACFE = 3.SABCD | 0,5  0,25  0,5  0,5  0,25 |
| 5 | \* Vì a, b, c > 0 nên .  Tương tự:  (1)  \* Ta có:  Vì a, b, c > 0 nên theo bất đẳng thức Cô- si ta có:      Tương tự:    Dấu ‘ =” xảy ra khi a = b + c; b = c + a; c = a +b  tức là a = b = c (vô lý).  (2)  Từ (1) (2) ta có đpcm. | | 0,5  0,5 |

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO**  **HẢI PHÒNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC**  *(Đề thi gồm 01 trang)* | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ**  **CẤP THCS NĂM HỌC 2016 - 2017**  **ĐỀ THI MÔN: TOÁN**  *Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*  *Ngày thi 12/4/2017* |

**Bài 1. (2,0 điểm)**

a) Cho .Tính giá trị của .

b) Cho biểu thức  với a > 0, a ≠ 1.

Với những giá trị nào của a thì biểu thức  nhận giá trị nguyên?

**Bài 2. (2,0 điểm)**

a) Cho phương trình:  (m là tham số). Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm  và  sao cho ?

b) Cho hệ phương trình 

Tìm các giá trị của m để hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt  và  thỏa mãn điều kiện .

**Bài 3. (2,0 điểm)**

a) Tìm tất cả các số nguyên dương a, b sao cho chia hết cho .

b) Cho ba số thực a, b, c dương. Chứng minh rằng:

.

**Bài 4. (3,0 điểm)**

Cho ba điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (điểm B nằm giữa điểm A và điểm C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua điểm B và điểm C (điểm O không thuộc đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O (với M và N là các tiếp điểm). Đường thẳng BC cắt MN tại điểm K. Đường thẳng AO cắt MN tại điểm H và cắt đường tròn tại các điểm P và điểm Q (P nằm giữa A và Q).

a) Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

b) Gọi D là trung điểm của HQ, từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm của ME.

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho tập hợp A gồm 21 phần tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 11 phần tử bất kỳ lớn hơn tổng của 10 phần tử còn lại. Biết các số 101 và 102 thuộc tập hợp A. Tìm tất cả các phần tử của tập hợp A.

---------Hết---------

(*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*)

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO**  **HẢI PHÒNG** | **ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**  **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ**  **Năm học 2016 - 2017**  MÔN: Toán 9  *(Hướng dẫn chấm gồm 05 trang)* |

***Chú ý:***

* Thí sinh làm theo cách khác nếu đúng thì cho điểm tối đa.
* Tổng điểm bài thi: 10 điểm .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bài** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **Bài 1**  **(2 điểm)** | **1a) (1,0 điểm)** | |
| Ta có : | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Thay giá trị của x vào P ta được: | 0,25 |
| **1b) (1,0 điểm)** | |
| Với điều kiện thì: | 0,25 |
| Khi đó  Ta thấy với | 0,25 |
| Do  Để N có giá trị nguyên thì N = 1. | 0,25 |
| ⇔  ⇔  ⇔  Vậy | 0,25 |
| **Bài 2**  **(2 điểm)** | **2a) (1,0 điểm)** | |
| Phương trình:  có hai nghiệm thì:  .  Theo hệ thức Vi-ét ta có: | 0,25 |
| Ta có: | 0,25 |
| Trường hợp 1:  Nếuvà  cùng dấu thì:  (\*)  Khi đó (1) (thỏa mãn (\*)). | 0,25 |
| Trường hợp 2:  Nếu  và  trái dấu thì:  (\*\*)  Khi đó (1)  (không thỏa mãn điều kiện (\*\*).  Kết luận: | 0,25 |
| **2b) (1,0 điểm)** | |
| Ta có | 0,25 |
| Thay x = 1 vào phương trình (2) ta được  Để phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt thì: | 0,25 |
| Theo đề bài:  do . | 0,25 |
| Với  theo hệ thức Vi-ét cho phương trình (3) ta có :  thay vào (4) ta có: (thỏa mãn)  Kết luận: m = 2. | 0,25 |
| **Bài 3**  **(2 điểm)** | **3a) (1,0 điểm)** | |
| Ta có (a + b2) (a2b – 1) suy ra: a + b2 = k(a2b – 1), với k ∈ \*  ⇔ a + k = b(ka2 – b) hay mb = a + k (1) với  ⇔ m + b = ka2 (2)  Từ (1) và (2) suy ra:  ⇔ (m – 1)(b – 1) = (a + 1)(k + 1 – ka) (3)  Do  Vì thế từ (3) suy ra: (a + 1)(k + 1 – ka) ≥ 0. | 0,25 |
| Lại do a > 0 nên suy ra: k + 1 – ka ≥ 0 ⇒ 1 ≥ k(a – 1)  Vì a – 1 ≥ 0, k > 0 nên | 0,25 |
| Với a = 1. Thay vào (3) ta được: (m – 1)(b – 1) = 2.  ⇔  Vậy, trường hợp này ta được hai cặp a = 1; b = 2 và a = 1; b = 3. | 0,25 |
| Với a = 2 và k = 1. Thay vào (3) ta có: (m – 1)(b – 1) = 0 ⇔ .  Khi b = 1, ta được: a = 2, b = 1.  Khi m = 1: từ (1) suy ra a + k = b ⇒ b = 3.  Khi đó: a = 2, b = 3.  Vậy có 4 cặp số (a; b) thỏa mãn là: (1; 2), (1; 3), (2; 3), (2; 1). | 0,25 |
| **3b) (1,0 điểm)** | |
| Với x là số dương, áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:      Dấu “ =” xảy ra khi x = 2 | 0,25 |
| Áp dụng bất đẳng thức (\*) ta được:    Suy ra: | 0,25 |
| Tương tự ta có: | 0,25 |
| Cộng vế với vế của ba bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được:    Dấu “=” xảy ra khi a = b = c. | 0,25 |
| **Bài 4**  **(3 điểm)** | Hình vẽ: | |
| **4a) (1,5 điểm)** | |
| Gọi I là trung điểm của BC suy ra  ΔABN đồng dạng với ΔANC (Vì ,  chung)  AB.AC = AN2 . | 0,50 |
| ΔANO vuông tại N, đường cao NH nên AH.AO = AN2  AB.AC = AH.AO (1) | 0,25 |
| ΔAHK đồng dạng với ΔAIO (g.g)  Nên  (2)  Từ (1) và (2) suy ra | 0,5 |
| Ta có A, B, C cố định nên I cố định AK không đổi.  Mà A cố định, K là giao điểm của BC và MN nên K thuộc tia AB  K cố định (đpcm) | 0,25 |
| **4b) (1,5 điểm)** | |
| Ta có: ΔMHE đồng dạng ΔQDM (g.g) | 0,50 |
| ΔPMH đồng dạng ΔMQH (g.g) | 0,50 |
| ME = 2 MP  P là trung điểm ME. | 0,50 |
| **Bài 5**  **(1 điểm)** | **Bài 5 (1,0 điềm)** | |
| Giả sử A = với  và  .  Theo giả thiết ta có | 0,25 |
| Mặt khác với và nếu  thì    Nên từ (1) suy ra 10 + 10 + ... +10 = 100  mà  nhỏ nhất và 101 A  =101  Ta có . | 0,25 |
| Kết hợp với (2)    (4)  Ta có =101 mà | 0,25 |
| Kết hợp với (3) và (4) suy ra A = | 0,25 |

--------------- Hết ------------------

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THANH HOÁ**  Đề chính thức   |  | | --- | | **Số báo danh** | | KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH  **Năm học 2010- 2011**    **Môn thi: Toán**  **Lớp: 9 THCS**  Thời gian: **150** phút (*không kể thời gian giao đề*)  Ngày thi: 24/03/2011  (Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu). |

**Câu I**. (5*,0 điểm*).

1) Cho phương trình: Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm

 với mọi *m*. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  khi *m* thay đổi.

2) (a). Cho ba số hữu tỉ a, b, c thoả mãn  Chứng minh rằng 

là số hữu tỉ.

(b). Cho ba số hữu tỉ  đôi một phân biệt. Chứng minh rằng:

 là số hữu tỉ.

Câu II**. (*5,0 điểm*).1) Giải phương trình: **

2) Giải hệ phương trình: ****

**Câu III.** (2*,0 điểm*).Cho tam giác đều ABC, các điểm D, E lần lượt thuộc các cạnh AC, AB,

sao cho BD, CE cắt nhau tại P và diện tích tứ giác ADPE bằng diện tích tam giác BPC.

Tính 

**Câu IV*.*** *(4,0 điểm).* Cho đường tròn tâm O và dây cung AB cố định (). P là điểm di động trên đoạn thẳng AB ( và P khác trung điểm AB). Đường tròn tâm C đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Đường tròn tâm D đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại B. Hai đường tròn (C) và (D) cắt nhau tại N ().

1) Chứng minh rằng  và bốn điểm O, D, C, N cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn ON luôn đi qua điểm cố định khi P di động.

**Câu V**. (4*,0 điểm*).

1. Cho  là 45 số tự nhiên dương thoả mãn  Đặt  Chứng minh rằng ít nhất một trong 44 hiệu  xuất hiện ít nhất 10 lần.
2. Cho ba số dương thoả mãn: 

Chứng minh rằng: 

**............................................................. HẾT ........................................................**

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm***.**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD & ĐT THANH HOÁ**  HƯỚNG DẪN CHẤM  ĐỀ CHÍNH THỨC  (Gồm có 3 trang) | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**  **NĂM HỌC 2010 - 2011**  **MÔN THI: TOÁN**  **LỚP: 9 THCS**  Ngày thi: 24 - 3 - 2011 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Hướng dẫn chấm** | | | **Điểm** |
| **Câu I**  6 đ | 1)  2,5đ | Ta có  nên phương trình có hai nghiệm với mọi *m*. | | | 0,5 |
| Theo định lí viet, ta có , suy ra | | | 1,0 |
| khi | | | 1,0 |
| 2a) 1,5đ | Từ giả thiết suy ra | | | 0,5 |
| Suy ra  là số hữu tỉ | | | 1,0 |
| 2b)  1,0đ | Đặt  suy ra | | | 0,5 |
| Áp dụng câu 2a) suy ra  là số hữu tỉ. | | | 0,5 |
| **Câu II**  6 đ | 1)  2,5đ | **Đk:  Phương trình tương đương với** | | | 1,0 |
| **Đặt  ta được phương trình  hoặc** | | | 0,5 |
| **Với  ta được  (vô nghiệm)** | | | 0,5 |
| **Với  ta được  suy ra** | | | 0,5 |
| 2)  2,5đ | **Đk:  Hệ tương đương với** | | | **0,5** |
| **Đặt  ta được hệ** | | | **1,0** |
| **Với  ta được  (thoả mãn điều kiện)** | | | **1,0** |
| **Câu III**  2đ |  | Kẻ  tại F,  tại G.  Theo giả thiết | |  | 0,5 |
| Mà  và  Suy ra | | 0,5 |
| Do đó | | | 0,5 |
|  | | | 0,5 |
| **Câu IV**  4,0đ | 1)  3,0đ | Gọi Q là giao điểm của các tiếp tuyến  chung của (O) với (C), (D) tại A, B  tương ứng.  Suy ra | A  O  N  C  D  B  P  Q  E  H | | 1,0 |
| 0,5    0,5 |
| Ta có    , suy ra NAQB nội tiếp (1). |
| Dễ thấy tứ giác OAQB nội tiếp (2)  Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm O, N, A, Q, B  cùng nằm trên một đường tròn. |
| Suy ra các điểm O, N, A, B cùng nằm trên  một đường tròn. | 0,5 |
| Ta có ,  suy ra bốn điểm O, D, C, N cùng nằm  trên một đường tròn. | 0,5 |
| 2)  1,0đ | Gọi E là trung điểm OQ, suy ra E cố định và E là tâm đường tròn đi qua  các điểm N, O, D, C. Suy ra đường trung trực của ON luôn đi qua điểm E cố định. | | | 1,0 |
| **Câu V**  2đ | 1)  2,0 đ | (1) | | | 0,5 |
| Nếu mỗi hiệu  xuất hiện không quá 10 lần thì  mâu thuẫn với (1).  Vậy phải có ít nhất một hiêụ  xuất hiện không ít hơn 10 lần | | | 1,5 |
| 2)  2,0đ | Ta có .  Suy ra | | | 0,5 |
| Đặt  suy ra | | | 1,0 |
| Suy ra | | | 0,5 |

***GHI CHÚ:*** Nếu học sinh giải cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

**PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG**

### KỲ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN

### CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2008-2009

### ĐỀ THI VÒNG II

*(Thời gian làm bài 120 phút)*

**Bài 1:** *(2 điểm)* Cho a, b, c  Q; a, b, c đôi một khác nhau.

Chứng minh rằng  bằng bình phương của một số hữu tỷ.

**Bài 2:** *(2 điểm)* Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình 5x + 2.5y + 5z = 4500 với x < y < z.

**Bài 3:** *(2 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: A = 

**Bài 4:** *(2 điểm)* Tìm một số cóhai chữ số; biết rằng số đó chia hết cho 3 và nếu thêm số 0 vào giữa các chữ số rối cộng vào số mới tạo thành một số bằng hai lần chữ số hàng trăm của nó thì được một số lớn gấp 9 lần số phải tìm.

**Bài 5:** *(2 điểm)* Cho tam giác ABC cân tại A, có góc BAC = 200. Trên AC lấy điểm E sao cho góc EBC = 200. cho AB = AC = b, BC = a

1. Tính CE.
2. Chứng minh rằng a3 + b3 = 3ab2.

----------------------------------------

**Hướng dẫn và thang điểm chấm Toán vòng 2**

### Kỳ thi học sinh giỏi cấp huyện năm học 2008-2009

**Bài 1:** *(2 điểm)*

 =

=  (1đ)

 (0.5đ)

=  (0.5đ)

**Bài 2:** *(2 điểm)* 5x + 2.5y + 5z = 4500 (\*)

5x ( 1+ 2.5y-x + 5z-x ) = 4500 = 22 . 33 . 53 (0.5đ)

 5x = 53 ; 1+ 2.5y-x + 5z-x = 36 = 1 + 35 (0.5đ)

 x = 3; 5y - x ( 2 + 5 z-y ) = 5 . 7 (0.25đ)

 x = 3; y – 3 = 1 ; 2 + 5 z-y = 7 = 2 + 5 (0.25đ)

 x = 3; y = 4 ; z – y = 1 (0.25đ)

 x = 3; y = 4 ; z = 5 thoả (\*) (0.25đ)

**Bài 3:** *(2 điểm)*

A =  =  (0.5đ)

=  (0.5đ)

=  (0.5đ)

Dấu ‘=’ xảy ra khi và chỉ khi  (0.5đ)

**Bài 4:** *(2 điểm) *

Gọi số cần tìm là . Ta có:  và  (0.25đ)

 (0.5đ)

Từ  mà  do  mà  (0.5đ)

Ta có  Vậy  (0.5đ)

**Bài 5:** *(2 điểm)*

a) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác BCE (hai tam giác cân có góc đỉnh bằng 200 và góc đáy bằng 800) nên  (0.5đ)

A

Và BE = BC = a, suy ra CE =  (0.5đ)

b) Dựng AD BE, suy ra BD = AB = b

ta có: AE2 = ED2 + AD2, AB2 = BD2 + AD2 do đó

AB2 = BD2 + EA2 - DE2 (0.5đ)

Thay vào ta được: 

E

D

= 

B

C



 (0.5đ)

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HẢI DƯƠNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KÌ THI TUYỂN HỌC SINH GIỎI**  **NĂM HỌC 2012- 2013**  **Môn thi: TOÁN**  ***Thời gian làm bài: 150 phút***  **Đề thi gồm : 01 trang** |

**Câu I (2,0 điểm)**

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử .
2. Cho x, y thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức .

**Câu II ( 2,0 điểm)**

1. Giải phương trình  .
2. Giải hệ phương trình .

**Câu III (2,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì (n2 + n + 1) không chia hết cho 9.
2. Xét phương trình x2 – m2x + 2m + 2 = 0 (1) (ẩn x). Tìm các giá trị nguyên dương của m để phương trình (1) có nghiệm nguyên.

**Câu IV (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A có AB < AC ngoại tiếp đường tròn tâm O. Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC; BO cắt EF tại I. M là điểm di chuyển trên đoạn CE.

1. Tính .
2. Gọi H là giao điểm của BM và EF. Chứng minh rằng nếu AM = AB thì tứ giác ABHI nội tiếp.
3. Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ EF của (O), P và Q lần lượt là hình chiếu của N trên các đường thẳng DE, DF. Xác định vị trí của điểm M để PQ lớn nhất.

**Câu V (1,0 điểm)**

Cho 3 số a, b, c thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

----------------------------Hết----------------------------

Họ và tên thí sinh…………………………Số báo danh………………...………………

Chữ kí của giám thị 1: ……………………… Chữ kí của giám thị 2:

|  |  |
| --- | --- |
| ***SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO***  ***HẢI DƯƠNG*** | ***KÌ THI HỌC SINH GIỎI***  ***NĂM HỌC 2012 - 2013*** |

***HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN TOÁN (chuyên)***

**Hướng dẫn chấm gồm : 03 trang**

**I) HƯỚNG DẪN CHUNG.**

* Thí sinh làm bài theo cách riêng nhưng đáp ứng được yêu cầu cơ bản vẫn cho đủ điểm.
* Việc chi tiết điểm số (nếu có) so với biểu điểm phải được thống nhất trong Hội đồng chấm.
* Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

**II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu I (2,0đ)** |  |  |
| **1) 1,0 điểm** |  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| **2) 1,0 điểm** | Có | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| **Câu II (1,0đ)** |  |  |
| **1)1,0 điểm** | phương trình đã cho tương đương với (1) | 0,25 |
| Do | 0,25 |
|  | 0,25 |
| <=>x=2 | 0,25 |
| **2)1,0 điểm** | (Do  ) | 0,25 |
|  | Do | 0,25 |
|  | Thay y=-x vào(2) | 0,25 |
|  | Vậy hệ có nghiệm (x;y;z)=(-2;2;2). | 0,25 |
| **Câu III (2,0đ)** |  |  |
| **1)1,0 điểm** | Đặt A = n2 + n + 1 do  n = 3k; n = 3k + 1; n = 3k + 2 (k  ) | 0,25 |
| \* n = 3k => A không chia hết cho 9 (vì A không chia hết cho 3) | 0,25 |
| \* n = 3k + 1 => A = 9k2 + 9k + 3 không chia hết cho 9. | 0,25 |
| \* n = 3k +2 => A = 9k2 +9k+7 không chia hết cho 9  Vậy với mọi số nguyên n thì A = n2 + n + 1 không chia hết cho 9. | 0,25 |
| **2)1,0 điểm** | Gi¶ sö tån t¹i m  ®Ó ph­¬ng tr×nh cã nghiÖm x1, x2  Theo vi-et: (x1 - 1) (x2 - 1) = - m2 + 2m + 3 | 0,25 |
| Với m. Ta cã x1x2 vµ x1 + x2  mà x1hoÆc x2 nguyªn vµ | 0,25 |
| Víi m = 1; m = 2 thay vµo ta thÊy ph­¬ng tr×nh ®· cho v« nghiÖm. | 0,25 |
| Víi m = 3 thay vµo ph­¬ng tr×nh ta ®­îc nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh ®· cho lµ x =1; x = 8 tho¶ m·n. VËy m= 3 | 0,25 |
| **Câu IV (2,0đ)** |  |  |
| **1) 1,0 điểm** | Vẽ hình đúng theo yêu cầu chung của đề | 0,25 |
| Gọi K là giao điểm của BO với DF =>  vuông tại K | 0,25 |
| Có | 0,25 |
|  | 0,25 |
| **2) 1,0 điểm** | Khi AM = AB thì  vuông cân tại A => .Có  => Tứ giác BDHF nội tiếp | 0,25 |
| => 5 điểm B, D, O, H, F cùng thuộc một đường tròn. | 0,25 |
| =>  => , mà => A, O, H thẳng hàng | 0,25 |
| => Tứ giác ABHI nội tiếp. | 0,25 |
| **3) 1,0 điểm** | Có tứ giác PNQD nội tiếp = > .  Tương tự có => và đồng dạng | 0,25 |
| => | 0,25 |
| Dấu “=” xẩy ra khi và chỉ khi P  F; Q E => DN là đường kính của (O) => PQ lớn nhất bằng EF. | 0,25 |
| Cách xác định điểm M : Kẻ đường kính DN của (O), BN cắt AC tại M thì PQ lớn nhất. | 0,25 |
| **Câu V (1,0đ)** | Đặt x=1+c, y=1+b, z=1+a do  = >1z yx2  Khi đó A= (x+y+z)()=3+ | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đặt = t =>    Do  A | 0,25 |
| Ta thấy khi a=b=0 và c=1 thì A=10 nên giá trị lớn nhất của A là 10 | 0,25 |

**SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO KỲ THI HỌC SINH GIỎI**

**THANH HOÁ NĂM HỌC 2012 - 2013**

**ĐỀ CHÍNH THỨC Môn thi : TOÁN**

*(Đề gồm có 1 trang)*

*Thời gian làm bài :***150 phút**

**Câu 1:** (2.0 điểm )

Cho biểu thức :

1/ Rút gọn biểu thức A.

2/ Tìm các giá trị của x để 

**Câu 2** (2,0 điểm )

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho Parabol (P) : y = ax2 và đ­ường thẳng (d):

y = bx + 1

1/ Tìm các giá trị của a và b để (P) và (d) cùng đi qua điểm M(1; 2)

2/ Với a, b vừa tìm được, chứng minh rằng (P) và (d) còn có một điểm chung N khác M. Tính diện tích tam giác MON (với O là gốc toạ độ)

**Câu 3** (2.0 điểm)

1/ Cho ph­ương trình: (m là tham số). Tìm m để

phư­ơng trình có hai nghiệm dương phân biệt

2/ Giải hệ phương trình: 

**Câu 4** (3.0 điểm) : Cho *A* là điểm cố định nằm ngoài đ­ường tròn (*O*). Từ *A* kẻ tiếp tuyến *AP* và *AQ* tới đường tròn (*P* và *Q* là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua *O* và vuông góc với *OP* cắt đường thẳng *OQ* tại *M*.

1/ Chứng minh rằng: *MO = MA*

2/ Lấy điểm *N* trên cung lớn *PQ* của đường tròn (*O*) sao cho tiếp tuyến với (*O*) tại N cắt các tia *AP*, *AQ* lần lượt tại *B* và *C*. Chứng minh rằng:

a)  không phụ thuộc vào vị trí của điểm *N*.

b) Nếu tứ giác *BCQP* nội tiếp được trong một đường tròn thì *PQ//BC*

**Câu 5** (1.0 điểm)

Cho x, y là các số thực d­ương thoả mãn : . Chứng minh rằng :



---------- **Hết** ----------

Họ tên thí sinh …………………………………………….. Số báo danh: …………………………

Chữ ký giám thị 1: ………………………………… Chữ ký giám thị 2: ……………………

**Bài giải**

**Câu 1:** (2.0 điểm )

Cho biểu thức :

1/ Rút gọn biểu thức A.

 (ĐK: x ≥ 0, x ≠ 4, x ≠ 9 )

A = … = 

2/ Tìm các giá trị của x để 



Kết hợp với ĐK ⇒ 

**Câu 2** (2,0 điểm )

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho Parabol (P) : y = ax2 và đ­ường thẳng (d): y = bx + 1

1/ Tìm các giá trị của a và b để (P) và (d) cùng đi qua điểm M(1; 2)

M ∈(P) ⇒ … ⇒ a = 2 ⇒ y = 2x2

M ∈ (d) ⇒ … ⇒ b = 1 ⇒ y = x + 1

2/ Với a, b vừa tìm được, chứng minh rằng (P) và (d) còn có một điểm chung N khác M. Tính diện tích tam giác MON (với O là gốc toạ độ)

Xét pt hoành độ gđ: 2x2 = x + 1 ⇔ 2x2 - x - 1 = 0





**Câu 3** (2.0 điểm)

1/ Cho ph­ương trình: (m là tham số). Tìm m để

phư­ơng trình có hai nghiệm dương phân biệt?

phư­ơng trình có hai nghiệm dương phân biệt

⇔

2/ Giải hệ phương trình:  (ĐK: x ≥ 1; y ≥ 1)

(2) ⇔ x + y = xy (3)

Hai vế của (1) đều dương ta bình phương hai vế ta có:



Thay (3) vào ta có: x + y = 4 kết hợp với (3) có hệ: 

Áp dụng hệ thức Vi Ét ta có x; y là hai nghiệm của pt: X2 - 4x + 4 = 0

⇒ x = 2; y = 2

**Câu 4** (3.0 điểm) : Cho *A* là điểm cố định nằm ngoài đ­ường tròn (*O*). Từ *A* kẻ tiếp tuyến *AP* và *AQ* tới đường tròn (*P* và *Q* là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua *O* và vuông góc với *OP* cắt đường thẳng *OQ* tại *M*.



1/ Chứng minh rằng: *MO = MA*

∠A1 = ∠O1 và ∠A1 = ∠A2 ⇒ ∠A2 = ∠O1⇒ ΔMAO cân ⇒ MO = MA

2/ Lấy điểm *N* trên cung lớn *PQ* của đường tròn (*O*) sao cho tiếp tuyến với (*O*) tại N cắt các tia *AP*, *AQ* lần lượt tại *B* và *C*. Chứng minh rằng:

a)  không phụ thuộc vào vị trí của điểm *N*.

Theo t/c hai tia tiếp tuyến ta có … ⇒ AB + AC - BC = … = 2.AP (không đổi)

b) Nếu tứ giác *BCQP* nội tiếp được trong một đường tròn thì *PQ//BC*

Nếu tứ giác *BCQP* nội tiếp được ⇒ ∠P1 = ∠C1

mà ∠P1 = ∠Q1 ⇒ ∠C1 = ∠Q1 ⇒ *PQ//BC*

**Câu 5** (1.0 điểm)

Cho x, y là các số thực d­ương thoả mãn : . Chứng minh rằng :



\* Ta có:



\* 

Vì : y > 0 ; x > 0 ⇒ 2x - 1 > 0 ⇒ x > 1/2 Thay  vào 

Ta có:  (1)

Vì 2x - 1 > 0 ⇒ (1) ⇔ 

Mà 





Vậy 

**PHÒNG GD & ĐT CẨM THỦY**  **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN. VÒNG II**

NĂM HỌC: 2011 - 2012

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

***(Đề gồm 1 trang)***

**Môn thi:** **TOÁN 9**

Thời gian: 150 phút (*Không kể thời gian giao đề*)

**Câu 1**. Cho biểu thức: 

1. Rút gọn .
2. Tính P khi .
3. Tìm giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên.

**Câu 2**. Giải phương trình:

1. 
2. 

**Câu 3**.

1. Tìm các số nguyên  thỏa mãn: 
2. Cho , chứng minh: 
3. Tìm số tự nhiên  để:  là số nguyên tố.

**Câu 4**.

Cho hình vuông ABCD, có độ dài cạnh bằng a. E là một điểm di chuyển trên CD ( E khác C, D). Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

1. Chứng minh:  không đổi
2. Chứng minh: 

c. Lấy điểm M là trung điểm đoạn AC. Trình bày cách dựng điểm N trên DM sao cho khoảng cách từ N đến AC bằng tổng khoảng cách từ N đến DC và AD.

**Câu 5.**

Cho ABCD là hình bình hành. Đường thẳng d đi qua A không cắt hình bình hành, ba điểm H, I , K lần lượt là hình chiếu của B, C, D trên đường thẳng d. Xác định vị trí đường thẳng d để tổng: BH + CI + DK có giá trị lớn nhất.

**Hết./.**

**PHÒNG GD & ĐT CẨM THỦY**  **HD CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN. V2**

NĂM HỌC: 2011 – 2012. **Môn thi:** **TOÁN 9**.

Thời gian: 150 phút( *không kể thời gian giao đề*)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Nội dung cần đạt** | **Điểm** | |
| **1** | **a** |  | 0,25  0,25  0.5 | **2,25** |
| **b** |  | 0.25  0.25 |
| **c** | ĐK: :    Học sinh lập luận để tìm ra hoặc | 0.25  0.25  0.25 |
| **2** | **a** | ĐK: :  , dấu “=” xẩy ra  , dấu “=” xẩy ra  (TMĐK), Vậy nghiệm của phương trình: | 0.25  0.25  0.25  0.25 | **1,75** |
| **b** | ĐK: . Nhận thấy: không phải là nghiệm của phương trình, chia cả hai vế cho  ta có:  Đặt , thay vào ta có:    Đối chiếu ĐK của t | 0.75 |
| **3** | **a** | (\*)  VT của (\*) là số chính phương; VP của (\*) là tích của 2 số nguyên liên tiếp nên phải có 1 số bằng 0.  Vậy có 2 cặp số nguyên hoặc | 0.5 | **2.0** |
| **b** | Áp dụng BĐT Côsi cho 3 số dương:        Từ (1); (2); (3): | 0.75 |
| **c** | Xét  thì A = 1 không phải nguyên tố;  thì A = 3 nguyên tố.  Xét n > 1: A = n2012 – n2 + n2002 – n + n2 + n + 1  = n2((n3)670 – 1) + n.((n3)667 – 1) + (n2 + n + 1)  Mà (n3)670 – 1) chia hết cho n3 -1, suy ra (n3)670 – 1) chia hết cho n2 + n + 1  Tương tự: (n3)667 – 1 chia hết cho n2 + n + 1  Vậy A chia hết cho n2 + n + 1>1 nên A là hợp số. Số tự nhiên ần tìm n = 1. | 0.25  0.5 |
| **4** |  |  | 0.25 | **3.0** |
| **a** | Học sinh c/m: ABF = ADK (g.c.g) suy ra AF = AK  Trong tam giác vuông: KAE có AD là đường cao nên:  hay  (không đổi) | 0.5  0,5 |
| **b** | HS c/m  Mặt khác: . Suy ra:  : | 0,25  0,25  0,5 |
| **c** | Giả sử đã dựng được điểm N thỏa mãn. NP + NQ = MN  Lấy N’ đối xứng N; M’ đối xứng M qua AD suy ra tam giác NN’M cân tại N  MN’ là phân giác của  Cách dựng điểm N:  - Dựng M’ đối xứng M qua AD  - Dựng phân giác cắt DM’ tại N’  - Dựng điểm N đối xứng N’ qua AD  Chú ý: Học sinh có thể không trình bày phân tích mà trình bày được cách dựng vẫn cho điểm tối đa. | 0.25  0.25  0.25 |
| **5** |  |  | 0.25 | **1.0** |
|  | Gọi O giao điểm 2 đường chéo hình bình hành, kẻ OP vuông góc d tại P  HS lập luận được BH + CI + DK = 4OP  Mà OP AO nên BH + CI + DK  4AO. Vậy Max(BH + CI + DK) = 4AO  Đạt được khi P  A hay d vuông góc AC | 0.25  0.25  0.25 |
| ***Học sinh làm các cách khác đúng với yêu cầu đề ra vẫn chấm điểm tối đa*** | | | | |

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**

THANH HÓA **NĂM HỌC 2011 - 2012**

**§Ò CHÝNH THøC**

MÔN: TOÁN

**Lớp 9 thcs**

*Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian phát đề*

*Ngày thi:* ***23 tháng 3 năm 2012***

Câu I (4đ)

Cho biểu thức P = 

1. Rút gọn P
2. Tính giá trị của P khi x = 

Câu II (4đ)

Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng d: y = x – 2 và parabol (P): y = - x2. Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

1. Tính độ dài AB.
2. Tìm m để đường thẳng d’: y =- x = m cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho

CD = AB.

Câu III (4đ)

1. Giải hệ phương trình 
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình 2x6 + y2 –2 x3y = 320

Câu IV (6đ)

Cho tam giác nhọn ABC có AB > AC. Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu (C1) và (C2) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:

1. ME là tiếp tuyến chung của (C1) và (C2).
2. KH AM.

Câu V (2đ)

Với . Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:



*(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)*

Họ và tên thí sinh .......................................................................... SDB .........................

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THANH HÓA** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9**  **NĂM HỌC 2011-2012**  Môn : TOÁN  Ngày thi :18/02/2012 |

**Câu I**:

**1,**

**C1,**

a, (ĐK: ; x ≠ 5)

Đặt  ( a ≥ 0)





b,







**C2,**

a,  (ĐK: )





b) 

=> x= vì x>1⇒ P = ... ⇒ 

**Câu II:**

1) Hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình

x2 + x -2=0

=> x = 1 hoặc x = 2

Vậy A(1,-1) và B(-2;-4) hoặc A(-2;-4) vàB(1;-1) ⇒ AB2 = (x2–x1)2 + (y2 - y1)2 = 18

⇒ AB = 3

2)Để (d’) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình x2-x+m=0 (1)

có hai nghiệm phân biệt <=> <=> 

Ta có CD2 = (x1-x2)2+(y1-y2)2 mà 

nên: 

Ta có AB2 =18

nên CD = AB ⇔ CD2 = AB2 ⇔ (x2-x1)2+(y2-y1)2=18 (\*)

⇔ 2(x1-x2)2 = 18 ⇔ (x1-x2)2 = 9

⇔ (x1+x2)2 - 4x1x2 = 9

⇔ 1-4m-9 = 0 (Theo Viet)

⇔ m = - 2 (TM)

**Câu III**

1,ĐK x0, y0

**C1,**

Dùng phương pháp thế rút y theo x từ (1) thay vào pt (2) ta có pt:



**C2,**

Nhân vế của hai PT được: (x+y)2 = 1 ⇔ x+y = ± 1 (1)

Chia vế của hai PT được:  (2)

Từ 4 PT trên giải được (x;y) = (1/3;2/3); (2;-1); (-2/3;-1/3); (-2;1)

Thử lại: Chỉ có hai nghiệm thoả mãn HPT là: (-2;1) và (1/3;2/3)

2, GPT: 2x6 + y2 – x3y = 320

**C1,**



**Câu IV**: (Đổi điểm C1 thành C’, C2 thành C’’ cho dể đánh máy và vẽ hình)

1) Ta có  nên tứ giác AEHF nội tiếp một đường tròn tâm chính là (C1) là trung điểm AH

 



2, gọi giao điểm AM với (C’) là I. ta có:

ME là tt của (C’’) ⇒ME2 = MI. MA

ME là tt của (C’’) ⇒ ME2 = MD. MK

**⇒** MI. MA = MD. MK ⇒ ... ⇒ AIDK nt ⇒ ∠AIK = ∠ADK = 1v ⇒ KI ⊥ AM (1)

Ta lại có: ∠AIH = 1v (góc nt chắn nửa (C’) ⇒ HI ⊥ AM (2)

Từ (1) và (2) ⇒ I; H; K thẳng hàng ⇒ KH ⊥ AM (Đpcm)

**Câu V:** GPT (1)

Do vai trò x,y,z như nhau nên 

\* TH1: Nếu x= 0 =>



Ta có VT < 0 mà VP 0 nên trong trường hợp này không có nghiệm

\* TH2: Nếu x khác 0 mà 

<=>  Dấu “=” xảy ra khi: x=1 hoặc z=1.

+ Ta lại có: 



+ Tương tự: 



. (2)

+ Mặt khác, vì: . Dấu “=” xảy ra khi : x = y = z = 1

 Dấu “=” xảy ra khi : x = y = z = 1 (3)

+ Từ (2) và (3)  chỉ đúng khi: .Khí đó x = y = z =1.

\* Vậy phương trình có nghiệm duy nhất: .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ   |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  NĂM HỌC 2012 - 2013  **MÔN: TOÁN - LỚP 9**  *Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề* |

**Câu1( 3,0 *điểm*)**

1) Giải phương trình nghiệm nguyên  
   
2)Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho  *A=*   
**Câu 2( 4,0 *điểm*)**

1) Rút gọn biểu thức: A=

2) Cho các số thực dương a,b,c,x,y,z khác 0 thoả mãn.   
Chứng minh rằng **

**Câu 3( 4,0 *điểm*)**

**1**) Cho phương trình: ** (Với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm *x*1 và *x*2  thoả mãn **

**2**) Giải hệ phương trình: 

**Câu 4( 7,0 *điểm*)**

1) Cho đường tròn (O) đường kính BD=2R, dây cung AC của đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn vuông góc và cắt BD tại H. Gọi P,Q,R,S lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB,AD,CD,CB.  
a) CMR: không đổi.  
b) CMR : là tứ giác nội tiếp.  
2) Cho hình vuông ABCD và MNPQ có bốn đỉnh M,N,P,Q lần lượt thuộc các cạnh AB,BC,CD,DA của hình vuông. CMR:** ≤ 

**Câu 5( 2,0 *điểm*)**

Cho a,b,c là các số thực dương. CMR: 

**---Hêt—**

**Hướng dẫn**

**Câu1.1)**

Khi 3x+5 là ước 25 từ đó tìm được 

( cách khac nhân 2 vế với 9 đưavề tích)

**1.2)** Với n chẵn n=2k thì Với n lẻ n=2k+1



Vậy  hoặc  ( với mọi n thì A chia hết cho 7

**Câu2.1**)=

**2.2)** 

Từ (1) (2) (3) ta co ĐPCM

**Câu 3.1)** Để phương trình có nghiệm (\*)

Mặt khác ta phải có  TM ĐK (\*)

**3.2)**Giải hệ phương trình

HD y =0 không là nghiệm của hệ chia 2 vế PT(1) cho y3 PT(2) cho y2  Ta có hệ Đặt  ta có hệ 

Hệ có 2 nghiệm 

**Câu 4.1)**



**a)** theo Pitago 

suy ra đpcm

b)Tứ giác HPBS nội tiếp 

Tứ giác HPAQ là hình chữ nhật 

Do đó 

Tương tự 

Do đó  nên tứ giác PQRS nội tiếp ( đ/lí đảo)

**4.2)**



**Cách 1** Gọi T, K, L là trung điểm MQ, MP, NP theo t/c đường trung bình và trung tuyến tam giác vuông ta có  từ đó suy ra đpcm

**Cách 2** Ta có theo Pitago

** ( áp dụng BĐT Bunhiacoopsky)**

Tương Tự ****

**Nên**

****

Dấu “=” xảy ra khi MNPQ là hình chữ nhật

**Câu 5**

Cho a,b c>0 .Chứng minh rằng:

****

Dự đoán a=b=c tách mẫu để a+c=b+c=2b

Tacó áp dụng BĐT 

Tương tự



Từ (1) (2) (3)



Dấu “=” xảy ra khi a=b=c

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO NGHỆ AN**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**  **NĂM HỌC 2010 - 2011** |

**Môn thi: TOÁN - BẢNG A**

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

**Câu 1** (4,0 điểm).

a) Cho các số nguyên a1, a2, a3, ... , an. Đặt S = 

và .

Chứng minh rằng: S chia hết cho 6 khi và chỉ khi P chia hết cho 6.

b) Cho A =  (với  n > 1). Chứng minh A không phải là số chính phương.

**Câu 2** (4,5 điểm).

a) Giải phương trình: 

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3** (4,5 điểm).

a) Cho x > 0, y > 0, z > 0 và .

Chứng minh rằng: 

b) Cho x > 0, y > 0, z > 0 thỏa mãn .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: 

**Câu 4** (4,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác. Gọi M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A. (M không trùng với B và C). Gọi N và P lần lượt là điểm đối xứng của M qua các đường thẳng AB và AC.

a) Chứng minh ba điểm N, H, P thẳng hàng.

b) Khi , xác định vị trí của điểm M để  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5** (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

***- - - Hết - - -***

*Họ và tên thí sinh:................................................................................ Số báo danh: .....................................*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT NGHỆ AN** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**  **NĂM HỌC 2010 - 2011** |

**ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Môn: TOÁN - Bảng A**

--------------------------------------------

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu:** | **Nội dung** |
| **1.** |  |
|  | Với  thì  là tích 3 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3. Mà (2.3)=1 |
|  |
|  |
| Vậy |
|  |  |
| với , n > 1 thì  > |
| và  < |
| Vậy << không là số chính phương  đpcm |
| **2.** |  |
|  | điều kiện |
| Đặt  (b>0) |
| Ta có: |
| Trường hợp1: a = 3b  Ta có:  (1)      < 0  phương trình (1) vô nghiệm |
| Trường hợp 2: b = 3a  Ta có:      Vậy phương trình có 2 nghiệm |
|  | Từ (3) thay vào (2) (4) |
| Từ (1)  (5)  Từ (4) và (5) |
| Chứng minh tương tự : y = z  Từ đó |
| Thay vào (1)    hệ có 2 nghiệm |
| **3.** |  |
|  | Áp dụng bất đẳng thức  (với x,y > 0)  Ta có:  ; |
| Suy ra:  (1) |
| Tương tự:  (2)  (3) |
| Từ (1),(2),(3) |
| Dấu "=" xảy ra |
|  | Áp dụng bất đẳng thức CôSy cho  và 2009 số 1 ta có:    2009 |
| (1) |
| Tương tự:  (2)  (3) |
| Từ (1), (2), (3)    Giá trị lớn nhất của M là 3 khi và chỉ khi x = y = z = 1 |
| **4.** |  |
|  |  |
|  | Gọi giao điểm của BH với AC là E  AH với BC là F, CH với AB là I  HECF là tứ giác nội tiếp.  (1) |
| Mà  ( góc nội tiếp cùng chắn một cung)  Ta có:  (Do M, N đối xứng AB) (2)  Từ (1), (2)  AHBN là tứ giác nội tiếp |
| (\*)  Mà  (Do M, N đối xứng qua AB (\*\*)  Từ (\*), (\*\*) |
| Chứng minh tương tự:    Mà |
| ( vì  )  N, H, P thẳng hàng |
|  | Gọi J là điểm chính giữa của cung lớn BC  đều |
| Trên đoạn JM lấy K sao cho MK = MB |
|  |
| JM lớn nhất  JM là đường kính (O) lúc đó M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.  Vậy  nhỏ nhất  M là điểm chính giữa cung nhỏ BC |
| **5.** |  |
|  | + Khi  .  F trùng với B, E trùng với C lúc đó EF là đường kính.  EF đi qua điểm O cố định. |
| + Khi < 900   > 900.  Gọi K là điểm đối xứng của I qua EF. |
| (cùng bù )  (Do I và K đối xứng qua EF)    nội tiếp |
| (cùng chắn ) (1)  (Do K và I đối xứng qua EF) (2)  ( cùng phụ  ) (3)  Từ (1), (2), (3)  AKBI là tứ giác nội tiếp |
| Mà EF là đường trung trực của KI  E, O, F thẳng hàng.  + Khi  > 900   < 900 chứng minh tương tự.  Vậy đường thẳng EF luôn đi qua điểm O cố định. |

**- - - Hết - - -**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO NGHỆ AN**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**  **NĂM HỌC 2010 - 2011** |

**Môn thi: TOÁN - BẢNG B**

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

**Câu 1** (5,0 điểm).

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì  không chia hết cho 3.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho  là một số chính phương.

**Câu 2** (5,0 điểm)

a) Giải phương trình: 

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3** (3,0 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

**Câu 4** (4,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng BH.BE + CH.CF = 

b) Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh rằng K(O).

**Câu 5** (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

***- - - Hết - - -***

*Họ và tên thí sinh:................................................................................ Số báo danh: .....................................*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT NGHỆ AN** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**  **NĂM HỌC 2010 - 2011** |

**ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Môn: TOÁN - Bảng B**

-------------------------------------------

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu:** | **Nội dung** |
| **1.** |  |
| ***a,***  ***(2,5)*** | \*) Nếu |
| nên  (1) |
| \*) Nếu |
| (2) |
| Từ (1) và (2)  thì |
| ***b, (2,5)*** | Đặt |
| =17.1 |
| Do m + n > m - n |
| Vậy với n = 8 ta có |
| **2.** |  |
| ***a, (2.5)*** | Giải phương trình  (1)  Điều kiện: |
| (1) |
|  |
|  |
| thỏa mãn điều kiện |
| ***b,***  ***(2.5)*** | Giải hệ phương trình  (1)    (2)  Trừ từng vế 2 phương trình ta có: |
|  |
|  |
| Ta có:  \*)  hoặc x = 3  Vậy (x; y) = (0;0); (3;3) |
| \*)  (\*)  Vì phương trình  vô nghiệm nên hệ (\*) vô nghiệm  Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm (x; y) = (0; 0); (3; 3) |
| **3.** |  |
|  | Tìmgiá trị nhỏ nhất của  Ta có: |
|  |
| Dấu "=" xảy ra |
| Vậy  khi x = -2 |
| **4.** |  |
| ***a, (2,5)*** |  |
| Gọi I là giao điểm của AH và BC ⇒ AI ⊥ BC  Ta có: ΔBHI ΔBCE (g, g)  S  (1) |
| Ta có: ΔCHI ΔCBF (g, g)  S  (2) |
| Từ (1) và (2) suy ra BH.HE + CH.CF = BC(BI + CI) = BC2 |
| ***b, (2,0)*** | Gọi K là điểm đối xứng của H qua BC suy ra |
| Mà  (do tứ giác AFIC nội tiếp) |
|  |
| ⇒ tứ giác BACK nội tiếp đường tròn (O) ⇒ K ∈ (O) |
| **5.** |  |
|  | + Khi .  F trùng với B, E trùng với C lúc đó EF là đường kính.  EF đi qua điểm O cố định. |
|  | + Khi  < 900  > 900.  Gọi K là điểm đối xứng của I qua EF. |
|  | (cùng bù )  (Do I và K đối xứng qua EF)    nội tiếp |
|  | (cung chắn ) (1)  (Do K và I đối xứng qua EF) (2)  (cùng phụ ) (3)  Từ (1), (2), (3)  AKBI là tứ giác nội tiếp |
|  | Mà EF là đường trung trực của KI  E, O, F thẳng hàng.  + Khi  > 900   < 900 chứng minh tương tự.  Vậy đường thẳng EF luôn đi qua điểm O cố định. |

***- - - Hết - - -***

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **NĂM HỌC 2010-2011** |

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

**Bài 1.** (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức:  với a > 0, a ≠ 1.

a) Chứng minh rằng 

b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức  nhận giá trị nguyên?

**Bài 2.** (*2,0 điểm*)

a) Cho các hàm số bậc nhất: ,  và  có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d1), (d2) và (Δm). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δm) cắt hai đường thẳng (d1) và (d2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định . Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Bài 3.** (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: 

b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: 

**Bài 4.** (*3,0 điểm*)

Cho đường tròn (C ) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên (C ) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn (C ) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.

a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng tích AM⋅AN không đổi.

c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.

**Bài 5.** (*1,0 điểm*)

Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG** | **KÌ THI CHỌN SINH HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **NĂM HỌC 2010-2011**  **Môn thi: TOÁN** |

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **BÀI-Ý** | **ĐỀ -ĐÁP ÁN** | | **ĐIỂM** |
| **Bài 1** | Cho biểu thức:  với a > 0, a ≠ 1.  a) Chứng minh rằng  b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức  nhận giá trị nguyên. | | **2,00** |
| **1.a**  **(1,25đ)** | Do a > 0, a ≠ 1 nên:  và | | 0,25 |
|  | | 0,25 |
| ⇒ | | 0,25 |
| Do  nên: | | 0,25 |
| ⇒ | | 0,25 |
| **1.b**  **(0,75đ)** | Ta có  do đó N chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1 | | 0,25 |
| Mà N = 1 ⇔  ⇔  ⇔  ⇔ (phù hợp) | | 0,25 |
| Vậy, N nguyên ⇔ | | 0,25 |
| **Bài 2** | a) Cho các hàm số bậc nhất: ,  và  có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d1), (d2) và (Δm). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δm) cắt hai đường thẳng (d1) và (d2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?  b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định . Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức | | **2,00** |
| **2.a**  **(0,75đ)** | Điều kiện để (Δm) là đồ thị hàm số bậc nhất là | | 0,25 |
| Phương trình hoành độ giao điểm của (d1) và (Δm) là:  ⇔  Điều kiên để phương trình này có nghiệm âm là | | 0,25 |
| Phương trình hoành độ giao điểm của (d2) và (Δm) là:  ⇔  Điều kiên để phương trình này có nghiệm dương là | |  |
| Vậy điều kiện cần tìm là: | | 0,25 |
| **2.b**  **(1,25đ)** | Đặt m = xM và n = yN  ⇒ m⋅n ≠ 0 và m ≠ 1 (\*)  Nên đường thẳng qua ba điểm M, I, N có dạng: y = ax+b | | 0,25 |
| ⇒  ⇒ hệ thức liên hệ giữa m và n là | | 0,25 |
| Chia hai vế cho m⋅n ≠ 0 ta được:  (\*\*) | |  |
| ⇒ | | 0,25 |
| ⇒  dấu “=” xảy ra khi  kết hợp (\*\*): m = 5, n = 2,5 (thỏa (\*)) | | 0,25 |
| Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là | | 0,25 |
| **Bài 3** | a) Giải hệ phương trình:  (1)  b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho:  (2) | | **2,0 đ** |
| **3.a**  **(1,25đ)** | Nếu  thì  (phù hợp) | | 0,50 |
| Nếu  thì  (loại) | | 0,25 |
| Nếu  thì (1) (nhận). | | 0,25 |
| KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là  và | | 0,25 |
| **3.b**  **(0,75đ)** | Điều kiện x ≥ 0; y − z ≥ 0; z − x ≥ 0 ⇔ y ≥ z ≥ x ≥ 0 | | 0,25 |
| (2) ⇔  ⇔ | | 0,25 |
| ⇔  ⇔  (thỏa điều kiện) | | 0,25 |
| **Bài 4** | Cho đường tròn (C ) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên (C ) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn (C ) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.  a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.  b) Chứng minh rằng tích AM⋅AN không đổi.  c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất. |  | **3,0 đ** |
| **4.a**  **(1,00đ)** | và | | 0,25 |
| ⇒ A là trực tâm của tam giác BNF | | 0,25 |
| ⇒ | |  |
| Lại có | | 0,25 |
| Nên A, E, F thẳng hàng | | 0,25 |
| **4.b**  **(0,75đ)** | , nên hai tam giác ACN và AMB đồng dạng. | | 0,25 |
| Suy ra: | | 0,25 |
| Hay  không đổi (với R là bán kính đường tròn (C )) | | 0,25 |
| **4.c**  **(1,25đ)** | Ta có  nên A là trong tâm tam giác BNF ⇔ C là trung điểm NF (3) | | 0,25 |
| Mặt khác: , nên hai tam giác CNA và CBF đồng dạng  ⇒ | | 0,25 |
| Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:  không đổi | | 0,25 |
| Nên: NF ngắn nhất ⇔ CN =CF ⇔ C là trung điểm NF (4) | | 0,25 |
| (3) và (4) cho ta: A là trong tâm tam giác BNF ⇔ NF ngắn nhất | | 0,25 |
| **Bài 5** | Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên. | | **0,75** |
| **(1,00đ)** | Đặt: S = 1⋅**2**⋅3⋅4⋅**5**⋅6⋅7⋅8⋅9⋅**10**⋅11⋅12  ⇒ 3⋅4⋅6⋅7⋅8⋅9⋅11⋅12 (1) là một số nguyên  ⇒ hai chữ số tận cùng của S là 00 | | 0,50 |
| Mặt khác, trong suốt quá trình nhân liên tiếp các thừa số ở vế phải của (1), nếu chỉ để ý đến chữ số tận cùng, ta thấy  có chữ số tận cùng là 6 (vì 3⋅4=12; 2⋅6=12; 2⋅7=14; 4⋅8=32; 2⋅9=18; 8⋅11=88; 8⋅12=96) | | 0,25 |
| Vậy ba chữ số tận cùng của S là 600 | | 0,25 |

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN KIM THÀNH** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN NĂM HỌC 2012 – 2013**  **Môn: Toán 9**  *Thời gian làm bài: 120 phút*  Đề gồm 01 trang |

**Bài 1: (4,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức A =



b) Cho x, y, z thoả mãn: xy + yz + xz = 1.

Hãy tính giá trị biểu thức: A =



**Bài 2: (3,0 điểm)**

a) Cho hàm số : f(x) = (x3 + 12x – 31)2012

Tính f(a) tại a =



b) Tìm số tự nhiên n sao cho n2 + 17 là số chính phương?

**Bài 3: (4,0 điểm)**

Giải các phương trình sau:

a)



b)



**Bài 4: (3,0 điểm)**

a) Tìm x; y thỏa mãn:



b) Cho a; b; c là các số thuộc đoạn thỏa mãn: a2 + b2 + c2 = 6 hãy chứng minh rằng:



a + b + c 0



**Bài 5: (6,0 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh:



b) Giả sử: HK = AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3



c) Giả sử SABC = 120 cm2 và BÂC = 600. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THCS THƯỢNG VŨ**  **Tổ KHTN** | **HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HSG HUYỆN KIM THÀNH**  **NĂM HỌC 2012 – 2013**  **Môn: Toán 9**  **Thời gian: 120’** |

**Câu 1**: *(4 điểm)*

a/ Rút gọn biểu thức A =



ĐKXĐ: x 4; x 9



A =



=



b/ Cho x, y, z thoả mãn: xy + yz + xz = 1.

Hãy tính: A =



Gợi ý: xy + yz + xz = 1 1 + x2 = xy + yz + xz + x2 = y(x + z) + x(x + z) = (x + z)(x + y)



Tương tự: 1 + y2 = …; 1 + z2 = ….

**Câu 2**: *(3 điểm)*

a/ Cho hàm số : f(x) = (x3 + 12x – 31)2012

Tính f(a) tại a =



b/ Tìm số tự nhiên n sao cho n2 + 17 là số chính phương?

Giải

a/Từ a=



nên a3 + 12a = 32



Vậy f(a) = 1

b/ Giả sử: n2 + 17 = k2 (k ) và k > n (k – n)(k + n) = 17



Vậy với n = 8 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 3**: *(4 điểm)*

Giải các phương trình sau:

a/



b/



Giải

a/ ĐK:



Bình phương 2 vế:



(thỏa mãn)



Vậy phương trình có 2 nghiệm: x = 0; x = -3

b/ ĐKXĐ: x



vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = -1



**Câu 4**: *(3 điểm)*

a/ Tìm x; y thỏa mãn:



b/ Cho a; b; c là các số thuộc đoạn thỏa mãn: a2 + b2 + c2 = 6 hãy chứng minh rằng: a + b + c 0



Giải

a/



Xét VP = theo BĐT cosi: vậy VP xy = VT



Dấu = xảy ra khi:



b/ Do a; b; c thuộc đoạn nên a + 1 0; a – 2 0 nên (a + 1)(a – 2) 0



Hay: a2 – a – 2 0 a2 a + 2



Tương tự: b2 b + 2; c2 c + 2



Ta có: a2 + b2 + c2 a + b + c + 6 theo đầu bài: a2 + b2 + c2 = 6 nên: a + b + c 0



**Câu 5**: *(6 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh:



b/ Giả sử: HK = AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3



c/ Giả sử SABC = 120 cm2 và BÂC = 600. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

Giải

|  |  |
| --- | --- |
| a/ Sử dụng định lý pytago:  =  b/ Ta có: tanB = ; tanC =  Nên: tanBtanC = (1) |  |

Mặt khác ta có: mà: tanHKC =



Nên tanB = tương tự tanC = (2)



Từ (1)(2)



Theo gt: HK = AK



c/ Ta chứng minh được: và đồng dạng vậy: (3)



Mà BÂC = 600 nên AB = 2AD(4)



Từ (3)(4) ta có:



**PHÒNG GD&ĐT KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9 THCS**

**NĂM HỌC 2012 - 2013**

**Đề chính thức**

**Môn thi: Toán**

*Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao bài)*

**Bài 1** (5 điểm).

Cho biểu thức: A = , với a ≥ 0

1. Rút gon biểu thức A.

2. Thính giá trị của biểu thức A khi a = 2010 -2.

**Bài 2** (4 điểm).

1. Giải phương trình (x + 1)(x +2)(x + 4)(x + 8) = 28x2

2. Giải hệ phương trình: 

**Bài 3** (4 điểm).

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: y2 = - 2(x6- x3y - 32)

2. Cho tam giác ABC vuông tại A có phân giác AD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B, C lên đường thẳng AD.

Chứng minh rằng: 2AD ≤ BM + CN

**Bài 4** (5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại C. Gọi M là trung điểm của cạnh AB, P là điểm trên cạnh BC; các điểm N, L thuộc AP sao cho CN ┴ AP và AL = CN.

1. Chứng minh góc MCN bằng góc MAL.

2. Chứng minh ∆LMN vuông cân

3. Diện tích ∆ ABC gấp 4 lần diện tích ∆MNL, hãy tính góc CAP.

**Bài 5** (2 điểm).

Cho a b và ab = 6. Chứng minh:

**..................................Hết....................................**

*Họ và tên thí sinh: ........................................................................ Số báo danh:.......................*

*Họ tên và chữ ký của giá thị 1 Họ tên và chữ ký của giám thị 2*

*............................................ ..................................................*

**PHÒNG GD&ĐT KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9 THCS**

**Hướng dẫn chấm môn toán**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Câu | **Nội dung** | Điểm |
| Câu 1  5,0 điểm | **1 (3,0đ)**  Với điều kiện a 0. Ta có:  A =  =  =  = | 1,0  1,0  1,0 |
| **2(2,0 đ)**  Khi a = 2010 -2 = (-1)2  Thì A = 1 + | 1,0  1,0 |
| Câu 2  4,0 điểm | 1 **(2,0đ**) Ta có  (x + 1)(x +2)(x + 4)(x + 8) = 28x2  (x2+ 9x +8)(x2 +8x + 8) = 28x2  + x = 0 không phải là nghiệm của phương trình (1)  + Với x0 chia hai vế (1) cho x2 ta được:  (1) <=>  = 28  Đặt t =  (1) trở thành (t+6)(t+9) = 28 <=> t2 + 15t + 26 = 0    Với t = -2 ta có  = - 2 <=> x2 + 2x + 8 = 0. PT này vô nghiệm.  Với t = -2 ta có  = - 13 <=> x2 +13x + 8 = 0.<=> x = - 13 .  Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: x = - 13 . | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
|  | **2 (2,0 đ**)  Hệ phương trình:    Hệ này tương đương với tuyển của hai hệ phương trình sau:  (I) và (II)  \* Giải hệ (I) có nghiệmb (x,y) = ()  \* Xét hệ (II) từ x+y = -1 ta có y = - x-1 thay vào phương trình đầu của hệ (II) ta được x2 +x -2 = 0  Phương trình này có hai nghiệm: x = -1 và x = - 2  Từ đó ta thấy h ệ (II) có hai ghiệm: (1; - 2); (2; -1)  Kết luận: Hệ đã cho có nghiêm (x;y) l à: (); (1; - 2); (2; -1) | 0,5  0,5  0,25  0,5  0,25 |
| Câu 3  4,0 điểm | **1(2,0đ):** Ta có: : y2 = - 2(x6- x3y - 32) <=> x6+(y-x3)2 = 64  => x6 ≤ 64 => -2≤ x ≤2 do x Z => x {-1; -2; 1; 0; 1; 2}  Xét các trường hợp:  + x = 2 => (y - x3)2= 0 => y = 8  + x = 1 => (y - x3)2= 63 => y Z => pt này không có nghiệm nguyên  + x = 0 => (y - x3)2= 4 => y = 8 và y = - 8  + x = - 1 => (y - x3)2= 63 => yZ => pt này không có nghiệm nguyên  + x = -2 => (y - x3)2= 0 =>y = - 8  Vậy nghiệm của phương trình là: (0;8); (0;-8); (2;8); (-2;-8). | 0,5  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0.25 |
|  | **2(2,0đ)**    Ta có ∆AMB và ∆ANC vuông cân nên MA = MB và NA = NC  Nên BM + CN = AM + AN  Giả sử: AB ≥AC  Theo tính chất phan giác ta có  ∆CDN và ∆BDM nên => DN ≤ DM  Nếu I là trung điểm củaMN thì AD≤ AI và AM+AN= 2AI  Khi đó 2AD≤ 2AI - AM+AN = BM + CN (đpcm) | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| Câu 4  5,0điểm | **1(1,0đ)**    Đặt ∠ACP = a => ∠ACN = 900 - a  ∠MCN = ∠ACN - 450 = 900 - a - 450 = 450 - a = ∠LAM | 0,5  0,5 |
| **2(2,0đ)** Do ∆ABC vuông tại A mà AM là trung tuyến nên AM = CM và AL = CN (gt) ∠MCN = ∠LAM (c/m trên)  Nên ∆AML = ∆CMN => LM = MN và ∠AML = ∠CMN =>∠LMN = 900 - ∠AML + ∠CMN = 900. Vậy tam giác ∆LMN vuông cân tại M | 1,0  1,0 |
| **3 (2,0đ)** Do các ∆LMN, ∆ABC vuông cân nên:  2 S∆LMN = MN2 và 2 S∆ABC = AC2  S ∆ABC = 4S∆LMN (gt) Từ đó suy ra MN = AC.  Gọi Q là trung điểm của AC thì QM = QN = AC = MN  => ∠QMN = 600 và ∠QNA = 600 - 450 = 15 0 .  Mặt khác AQ = NQ nên ∠CAP = ∠QNA = 150 | 1,0  1,0 |
| Câu 5  2,0 điểm | Ta có:  Áp dụng bất đảng thức Côsi : | 1,0  1,0 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HẢI DƯƠNG**   |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10THPT**  **NĂM HỌC 2016 – 2017**  **Môn thi: Toán**  ***Thời gian làm bài: 120 phút, không kể giao đề*** |

**(Đề thi gồm 01 trang)**

**Câu 1 ( 2,0 điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)(x + 3)2 = 16 b)



**Câu 2 ( 2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức với .



b) Tìm *m* để phương trình: có hai nghiệm phân biệtthỏa mãn



.



**Câu 3** **(2,0 điểm)**

a) Tìm *a* và *b* biết đồ thị hàm số *y= ax + b* đi qua điểm *A*(1; 5) và song song với đường thẳng *y* = 3x + 1.



b) Một đội xe chuyên chở 36 tấn hàng. Trước khi đi làm việc , đội xe đó được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc ban đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau.

**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho nửa đường tròn *(O)* đường kính *AB*. Gọi *C* là điểm cố định thuộc đoạn thẳng *OB* (*C* khác *O* và *B*). Dựng đường thẳng *d* vuông góc với *AB* tại *C*, cắt nửa đường tròn *(O)* tại điểm *M*. Trên cung nhỏ *MB* lấy điểm *N* bất kỳ ( *N* khác *M* và *B*), tia *AN* cắt đường thẳng *d* tại *F*, tia *BN* cắt cắt đường thẳng *d* tại *E*. Đường thẳng *AE* cắt nửa đường tròn *(O)* tại điểm *D* ( *D* khác *A*).

a) Chứng minh: *AD.AE = AC.AB.*

b) Chứng minh: Ba điểm *B, F, D* thẳng hàng và *F* là tâm đường tròn nội tiếp tam giác *CDN*.

c) Gọi *I* là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác *AEF*. Chứng minh điểm *I* luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm *N* di chuyển trên cung nhỏ *MB*.

**Câu 5** (**1,0 điểm)**Cho a, b, c là 3 số thực dương thỏa mãn : abc = 1.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1 ( 2,0 điểm)**

a, (x+3)2 = 16 Vậy pt có 2 nghiệm là 1 và – 7.



Vậy (x; y) = (0; 3).



**Câu 2 ( 2,0 điểm)**

Với x0 và x 1 , ta có :



Vậy với x 0 và x 1, ta có A =



b, (1) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x1; x2 khi



(\*) Khi đó theo định lý Vi-ét ta có :



Có



Vậy thay vào được m = 9 ( TMĐK (\*)) hoặc m = (TMĐK (\*))



**Câu 3** **(2,0 điểm)**

a,Đồ thị hàm số y = a x +b đi qua điểm A (-1 ;5) thay x = -1 ; y =5

ta được –a+b =5 (1)

Đồ thị hs y = a x +b song song với đường thẳng y = 3x +1 ta có a = 3 ; b 1



Kết hợp hai điều kiện được a = 3 ; b = 8

b, Gọi số xe lúc đầu là x xe ( ĐK : x N\*)



Số xe sau khi bổ sung là x+3 (xe)Lúc đầu mỗi xe chở số hàng là (tấn)



Lúc sau mỗi xe chở số hàng là (tấn)Theo đề bài ta có PT -=1



Giải Pt được x = 9 (TM) ; x = -12 (Loại)

**Câu 4 (3,0 điểm)**



Hình vẽ

a, ~(g.g)



b, Có AN ⊥ BN (Vì theo tính chất



góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

Có AD⊥ BD (Vì theo tính chất



góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

Vậy F là trực tâm ΔAEB suy ra BF ⊥ AE

mà BD ⊥ AE suy ra 3 điểm B, F, D thẳng hàng.

c,

~(g.g)



(1)



ΔCFK ~ Δ CAE(2)



Từ (1) và (2) suy ra BC = CK suy ra K cố định

Mà IA = IK suy ra I thuộc trung trực của A K là đường thẳng cố định.

Cách 2 : Gọi giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF với AB là K tứ giác AEFK là tứ giác nội tiếp ( Cùng bù với ) . (6)



Lại có ( Cùng phụ với ) (7)



Từ (6) và (7) ta có là tam giác cân tại F. Mà FC vuông góc với KB nên FC là đường cao đồng thời là trung trực của BK nên C là trung điểm của KB tức là BC = CK.



Có B, C cố định nên BC có độ dài không đổi  CK có độ dài không đổi, K thuộc đường kính AB cố định nên K là điểm cố định



Mà IA = IK nên I thuộc đường trung trực của đoạn AK . Mà AK cố định nên trung trực của AK là đường thẳng không đổi.

Vậy : Điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N di chuyển trên cung nhỏ MB

**Câu 5** (**1,0 điểm)**

+ Ta chứng minh BĐT :



+Ta có



Vậy hay (1)



Tương tự : (2)



(3)



Từ (1)(2)(3) Suy ra :



khi a= b= c=1



|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD & ĐT  HOÀ BÌNH  **Đề chính thức** | KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2013 – 2014  TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ  **ĐỀ THI MÔN TOÁN CHUYÊN**  **Ngày thi: 29 tháng 6 năm 2013**  *Thời gian làm bài:* ***150 phút*** *(không kể thời gian giao đề)*  **Đề thi gồm có 01 trang** |

**Bài 1** (*2 điểm*)

1. Cho x là số thực âm thỏa mãn x2 + = 23, tính giá trị của biểu thức

A = x3 +.

2) Phân tích thành nhân tử biểu thức sau: x4 – 2y4 – x2y2 + x2 + y2.

**Bài 2** *( 3 điểm)*

1. Cho tam giác ABC vuông tại A,  = 600. Trung tuyến CD = cm. Tính diện tích tam giác ABC.
2. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: y = (m + 1)x – m, m là tham số. Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P): y = x2 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho OA vuông góc với OB.

**Bài 3** (*2 điểm)*

1) Cho x, y là 2 số dương thỏa mãn x + y = 1, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

P = (1 - )(1 - ) .

2) Tìm nghiệm x, y nguyên dương thỏa mãn phương trình: 2x2 – 2xy = 5x – y – 19.

**Bài 4** *( 2 điểm)*

Cho đường tròn (O), bán kính R, A là 1 điểm cố định nằm ngoài đường tròn. Một đường tròn thay đổi đi qua 2 điểm O, A cắt đường tròn (O) tại hai điểm P, Q. Chứng minh rằng đường thẳng PQ luôn đi qua 1 điểm cố định. (trước khi chứng minh hãy nêu dự đoán điểm cố dịnh mà P, Q đi qua, giải thích cách nghĩ).

**Bài 5** **( 1 điểm)**

Có thể lát kín một cái sân hình vuông cạnh 3,5m bằng những viên gạch hình chữ nhật kích thước 25cm x 100cm mà không cắt gạch được hay không?

............................................. Hết ............................................

Lời giải tóm tắt

Bài 1

1. Ta có A = (x + )3 – 3(x +)

Từ giả thiết ta có: x2 ++2 = 25 ⬄ (x + )2 = 52 => x + = -5 vì x < 0

Do đó A = (-5)3 – 3.(-5) = - 110

1. x4 – 2y4 – x2y2 + x2 + y2 = (x4 – y4) – (y4 + x2y2) + (x2 + y2)

= (x2 + y2)(x2 - y2 – y2 + 1) = (x2 + y2)(x2 - 2y2 + 1)

Bài 2

1)



Đặt BC = 2x (x > 0) . Vì = 600

=>= 300 => AB = x => AD = x;

AC = x

Tam giác ADC vuông tại A =>

CD2 = AD2 + AC2 ( Đ/l Pi tago)

=> = 3x2 + x2 => x =

Vậy diện tích S của tam giác ABC là S = (cm2)

2) Phương trình hoành độ của hai đồ thị là x2 – (m + 1)x +m = 0 (\*)

Hai đồ thị cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B ⬄ PT (\*) có 2 nghiệm phân biệt ⬄> 0

⬄ (m + 1)2 – 4m > 0 ⬄ (m – 1)2 > 0 ⬄ m 1.

Xét PT hoành độ, có a + b + c = 1 – m – 1 + m = 0 => x1 = 1 ; x2 = m => y1 = 1 ; y2 = m2

=> A( 1;1); B(m ; m2)

Phương trình đường thẳng đi qua O và A là y = x

Phương trình đường thẳng đi qua O và B là y = mx

Đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng OB ⬄ m .1 = -1 ⬄ m = -1

Vậy với m = -1 thì đường thẳng và parabol cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho OA vuông góc với OB.

Bài 3.

1) ĐK: xy0 ; Từ giả thiết => 

Ta có P = =1 + .

Mặt khác ta có (x – y)2  0 => x2 + y2  2xy ⬄ (x + y)2  4xy ⬄ 1  4xy

=>  => P  1 + 8 = 9

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi x = y = . Thỏa ĐK

Vậy minP = 9 ⬄ x = y = .

2) Từ PT ta có y = (x vì nếu x= không nguyên)

=> với x nguyên thì y nguyên khi và chỉ khi nguyên ⬄ 17 2x – 1 ⬄ 2x -1 là ước của 17 . Mà 17 có các ước là 1; 17

Do x nguyên dương nên 2x – 1  1 => 2x – 1 = 1 hoặc 2x – 1 = 17 => x = 1 hoặc x = 9

=> y = 16 hoặc y = 8.

Vậy PT có các nghiệm nguyên là: (x; y) = ( 1; 16) ; (9; 8)

Bài 4.



\*) Dự đoán điểm cố định là giao điểm I của OA và PQ.

\*) Chứng minh: G/s (O’) đi qua O và A => O’ nằm trên đường trung trực của AO, gọi giao điểm của đường trung trực đó với AO là H, giao điểm của OA với PQ là I, giao của OO’ với PQ là K, OO’ cắt đường tròn (O’) ở M.

Ta có OO’ là đường trung trực của PQ => OO’  PQ

OKI đồng dạng với OHO’ (g.g)

(Do OO’ = OM và AO = 2.OH)

Ta có  = 900 (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) => OPM vuông tại P, lại có PQOO’ => OP2 = OK.OM (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

* + OI =  không đổi.

Do O cố định, OI không đổi nên I cố định

Vậy đường thẳng PQ đi qua 1 điểm cố định.

Bài 5. Không thể lát sân mà không phải cắt gạch vì nếu gọi số gạch lát theo chiều dài và chiều rộng của viên gạch là x, y thì hệ PT sau phải có nghiệm nguyên:

 nhưng hệ vô nghiệm nguyên.

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NAM**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC: 2013 – 2014**  **Môn: Toán (Chuyên Toán)**  *Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)* |

**Bài 1.** ***(2,0 điểm)***

Cho biểu thức M = 

1. Tìm điều kiện của *a* và *b* để M xác định và rút gọn M.
2. Tính giá trị của M khi *a* = , *b* = 

**Bài 2.** ***(2,0 điểm)***

Cho phương trình x3 – 5x2 + (2m + 5)x – 4m + 2 = 0, m là tham số.

1. Tìm điều kiện của m để phương trình có ba nghiệm phân biệt x1, x2, x3.
2. Tìm giá trị của m để x12 + x22 + x32 = 11.

**Bài 3.** ***(1,0 điểm)***

Cho số nguyên dương n và các số A =  (A gồm 2n chữ số 4); B =  (B gồm n chữ số 8). Chứng minh rằng A + 2B + 4 là số chính phương.

**Bài 4.** ***(4,0 điểm)***

Cho đường tròn (O), đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C và D. Từ điểm M tuỳ ý trên d kẻ các tiếp tuyếnMA và MB với (O) (A và B là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của CD.

1. Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp.
2. Các đường thẳng MO và AB cắt nhau tại H. Chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp COD.
3. Chứng minh rằng đương thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên đường thẳng d.
4. Chứng minh 

**Bài 5.** ***(1,0 điểm)***

Cho ba số thực a, b, c > 0 thoả mãn a + b + c = 2013.

Chứng minh .

Dấu đẳng thức sảy ra khi nào?

HẾT

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NAM** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC: 2013 – 2014**  **Môn: Toán (Chuyên Toán)** |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

*(Hướng dẫn này gồm 4 trang)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1**  **(2,0 đ)** | a) M = |  |
| ĐK xác định của M: | 0,25 |
| M = | 0,25 |
| = | 0, 5 |
| b) Ta có M =  với *a* = , *b* = | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Vậy | 0,25 |
| Từ đó M = | 0,25 |
| **Câu 2**  **(2,0 đ)** | a) x3 – 5x2 + (2m + 5)x – 4m + 2 = 0 (1) |  |
| Nếu trừ 0,25 điểm | 0,25 |
| Để (1) có ba nghiệm phân biệt thì pt (\*) có hai nghiệm phân biệt khác 2 | 0,25 |
| Điều kiện là | 0,5 |
| b) Ta có ba nghiệm phân biệt của phương trình (1) là x1 = 2; x2; x3 trong đó x2; x3 là hai nghiệm phân biệt của pt (\*) | 0,25 |
| Khi đó x12 + x22 + x32 = 11 | 0,25 |
| áp dụng định lý Vi-ét đối với pt (\*) ta có  (0,25 đ)  Vậy (\*\*)  (thoả mãn ĐK)  Vậy m = 1 là giá trị cần tìm. | 0,5 |
| **Câu 3**  **(1,0 đ)** | Ta có | 0,25 |
| = | 0,25 |
| = | 0,25 |
| Khi đó    =  Ta có điều phảI chứng minh. | 0,25 |
| **Câu 4**  **(4,0 đ)** |  |  |
| a) MA, MB là các iếp tuyến của (O) | 0,25 |
| I là trung điểm của CD | 0,25 |
| A, I, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO | 0,25 |
| Tứ giác MAIB nội tiếp đường tròn đường kính MO. |  |
| b) MA = MB (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  OA = OB  MO là đường trung trực của AB  MO  AB  MH.MO = MB2 (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1) | 0,25 |
| sđ    (2) | 0,25 |
| Từ (1) và (2)  MH.MO = MC.MD | 0,25 |
| tứ giác CHOD nội tiếp  H thuộc đường tròn ngoại tiếp COD. | 0,25 |
| c) Gọi Q là giao điểm của AB và OI  Hai tam giác vuông MIO và QHO có  chung | 0,25 |
| (R là bán kính (O) không đổi) | 0,25 |
| O, I cố định  độ dài OI không đổi  lại có Q thuộc tia OI cố định  Q là điểm cố định  đpcm. | 0, 5 |
| d)  ( cân tại O)  =  =  (3) | 0,25 |
| (4) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC)  Từ (3) và (4)  (5) | 0,25 |
| (chứng minh trên)  (6) | 0,25 |
| Từ (5) và (6) | 0,25 |
| **Câu 5**  **(1,0 đ)** | Ta có *2013a + bc=(a + b + c)a + bc =a2 + ab + ac + bc = a2 +bc + a(b + c)*  Theo BĐT Cô-Si cho hai số dương ta có *a2 + bc  2a.* Từ đó  *a2 + bc + a(b + c)  2a +a(b + c) = a(b + c +* 2*) = a(**)2* | 0,25 |
| Vậy  (1) | 0,25 |
| Chứng minh tương tự được  (2) và  (3)  Cộng từng vế của (1); (2); (3) ta được | 0,25 |
| Dờu “=” xảy ra | 0,25 |

\*\*

HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU 3,5 MÔN TOÁN CHUYÊN HÀ NAM

Câu 3: Từ giả thiết ta có 

Từ đó suy ra D=A+2B+4=+4

9D =

9D=

Suy ra đpcm.

Câu 5: Với gt đã cho ta có: 

(theo BĐT cosi 2a+b dấu = xảy ra khi a=b.

Từ đó suy ra VT=1 (ĐPCM)

Dấu đẳng thức xảy ra khi a=b=c= 2013:3=671.

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT NGHỆ AN**  **Đề chính thức** | **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9**  **NĂM HỌC 2009 – 2010**  **Môn thi: TOÁN LỚP 9 - BẢNG A**  Thời gian làm bài: 150 phút |

**Câu 1**. (4,5 điểm):

a) Cho hàm số 

Tính tại 

b) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: 

**Câu 2**. (4,5 điểm):

a) Giải phương trình: 

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3**. (3,0 điểm):

Cho x; y; z là các số thực dương thoả mãn: xyz = 1

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

**Câu 4.** (5,5 điểm):

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Từ một điểm C thay đổi trên tia đối của tia AB. Vẽ các tiếp tuyến CD; CE với đường tròn tâm O (D; E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Hai đường thẳng AD và AE cắt đường tròn tâm O' lần lượt tại M và N (M và N khác với điểm A). Đường thẳng DE cắt MN tại I. Chứng minh rằng:

a) **

b) Khi điểm C thay đổi thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 5.** (2,5 điểm):

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến AD. Điểm M di động trên đoạn AD. Gọi N và P lần lượt là hình chiếu của điểm M trên AB và AC. Vẽ  tại H. Xác định vị trí của điểm M để tam giác AHB có diện tích lớn nhất.

**- - - Hết - - -**

*Họ và tên thí sinh*:.................................................................................................... *Số báo danh*:....................

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT NGHỆ AN** | **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**  **NĂM HỌC 2009 – 2010** |

**HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Hướng dẫn và biểu điểm chấm gồm ***04*** trang )

**Môn: TOÁN - BẢNG A**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1,**  **(4,5đ)** | ***a)***  ***(2,0đ)*** |  | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| ***b)***  ***(2,5đ)*** | (1) |  |
|  | 0,25 |
| Đặt  (2) | 0,25 |
| (1) trở thành  (3)  Từ (2)   thay vào (3) ta được | 0,25 |
| (\*) | 0,25 |
| Để (\*) có nghiệm | 0,25  0,25 |
| Vì hoặc | 0,25 |
| Thay vào (\*)  Với | 0,25  0,25 |
| Với | 0,25  0,25 |
| **2,**  **(4,5đ)** | ***a)***  ***(2,5đ)*** | ĐK hoặc | 0,25 |
| Với thoã mãn phương trình | 0,25 |
| Với  Ta có | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,25 |
| Dấu "=" Xẩy ra | 0,25 |
| Vô lý | 0,25 |
| Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất | 0,25 |
| ***b)***  ***(2,0đ)*** | ĐK | 0,25 |
| Từ (1) | 0,25 |
| Thế vào (2) ta được: | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Thay vào hệ (I) ta được: | 0,25 |
| **3,**  **(3,0đ)** |  | Ta có | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Mà x; y > 0 =>x+y>0 | 0,25 |
| Ta có: x3 + y3 = (x + y)(x2 - xy + y2) | 0,25 |
| ⇒ x3 + y3 ≥ (x + y)xy | 0,25 |
| ⇒ x3 + y3 +1 = x3 + y3 +xyz ≥ (x + y)xy + xyz | 0,25 |
| ⇒ x3 + y3 + 1 ≥ xy(x + y + z) > 0 | 0,25 |
| Tương tự: y3 + z3 + 1 ≥ yz(x + y + z) > 0 | 0,25 |
| z3 + x3 + 1 ≥ zx(x + y + z) > 0 | 0,25 |
| *⇒* | 0,25 |
| *⇒* | 0,25 |
| *⇒* | 0,25 |
| Vậy giá trị lớn nhất của A là 1 ⇔ x = y = z = 1 | 0,25 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4,**  **(5,5đ)** |  |  |  |
| ***a)***  ***(3,0đ)*** | Ta có:  (cùng chắn cung BE của đường tròn tâm O) | 0,25 |
| (cùng chắn cung BN của đường tròn tâm O') | 0,25 |
| *⇒* | 0,25 |
| hay  *⇒* BDMI là tứ giác nội tiếp | 0,50 |
| *⇒*  (cùng chắn cung MI) | 0,25 |
| mà  (cùng chắn cung AE của đường tròn tâm O) | 0,25 |
| *⇒* | 0,25 |
| mặt khác  (chứng minh trên) | 0,25 |
| *⇒* ΔMBI ~ Δ ABE (g.g) | 0,25 |
| *⇒*⇔ MI.BE = BI.AE | 0,50 |
| ***b)***  ***(2,5đ)*** | Gọi Q là giao điểm của CO và DE *⇒* OC ⊥ DE tại Q  *⇒* Δ OCD vuông tại D có DQ là đường cao  *⇒* OQ.OC = OD2 = R2 (1) | 0,50 |
| Gọi K giao điểm của hai đường thẳng OO' và DE; H là giao điểm của AB và OO' *⇒* OO' ⊥ AB tại H. | 0,50 |
| Xét ΔKQO và ΔCHO có  chung  *⇒* ΔKQO ~ ΔCHO (g.g) | 0,50 |
| *⇒*  Từ (1) và (2) | 0,50 |
| Vì OH cố định và R không đổi  *⇒*  OK không đổi *⇒* K cố định | 0,50 |
| **5,**  **(2,5đ)** |  |  |  |
| ΔABC vuông cân tại A *⇒* AD là phân giác góc A và AD ⊥ BC  ⇒ D ∈ (O; AB/2) | 0,25 |
| Ta có ANMP là hình vuông (hình chữ nhật có AM là phân giác)  *⇒* tứ giác ANMP nội tiếp đường tròn đường kính NP  mà H thuộc đường tròn đường kính NP  *⇒*  (1) | 0,50 |
| Kẻ Bx ⊥ AB cắt đường thẳng PD tại E  *⇒* tứ giác BNHE nội tiếp đường tròn đường kính NE | 0,25 |
| Mặt khác ΔBED = ΔCDP (g.c.g) *⇒* BE = PC  mà PC = BN *⇒* BN = BE *⇒* ΔBNE vuông cân tại B  *⇒* mà  (cùng chắn cung BN)  *⇒*  (2) | 0,50 |
| Từ (1) và (2) suy ra *⇒* H ∈ (O; AB/2)  gọi H' là hình chiếu của H trên AB  lớn nhất ⇔ HH' lớn nhất | 0,50 |
| mà HH' ≤ OD = AB/2 (do H; D cùng thuộc đường tròn đường kính AB và OD ⊥ AB)  Dấu "=" xẩy ra ⇔ H ≡ D ⇔ M ≡ D | 0,50 |

Lưu ý: *- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa*

* *Điểm bài thi là tổng điểm không làm tròn.*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **PHÚ THỌ** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2009-2010** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **Môn Toán**  *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể giao đề* |

**Câu 1 (4đ)**

1. Chứng minh rằng  chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên n
2. Tìm số các số nguyên n sao cho  là số chính phương

**Câu 2. (5đ)**

1. Giải phương trình



1. Giải hệ phương trình



**Câu 3 (3đ)**

Cho ba số x, y, z thỏa mãn



Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 4. (6đ)**

Cho đường tròn (O;R) và dây cung AB cố định,  . Điểm P di động trên dây AB (P khác A và B). Gọi  là đường tròn đi qua P và tiếp xúc với đường tròn (O;R) tại A ,  là đường tròn đi qua P và tiếp xúc với đường tròn (O;R) tại B. hai đường tròn  và  cắt nhau tại điểm thứ hai là M.

1. Trong trường hợp P không trùng với trung điểm dây AB, chứng minh OM//CD và 4 điểm C, D, O, M cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh khi P di động trên dây AB thì điểm M di động trên đường tròn cố định và đưởng thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định N
3. Tìm vị trí của P để tích PM.PN lớn nhất ? diện tích tam giác AMB lớn nhất ?

**Câu 5.** Cho các số dương x, y,z thỏa mãn điều kiện  Chứng minh rằng:



**ĐÁP ÁN ĐỀ PHÚ THỌ 2009-2010**

**Câu 1**

1. Theo giả thiết n là số tự nhiên nên  là 3 số tự nhiên liên tiếp

Vì tích của 3 số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3 nên  chia hết cho 3

Mặt khác  nên  chia hết cho 3

Vậy A chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên n

1. Ta thấy B là số chính phương là số chính phương

Đặt 4B=  thì 

Vì  nên ta có các hệ



Giải hệ (1) (2) (3) (4) ta tìm được 

Vậy các số nguyên cần tìm là 

**Câu 2**

1. Ta có  nên tập xác định của phương trình là R

Phương trình đã cho tương đương với



Đặt  thì phương trình đã cho trở thành

 (thỏa mãn điều kiện)

Với  ta có 

Với  ta có 

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm 

b) hệ đã cho tương đương với



Từ hệ (\*) ta suy ra

 hoặc 

Giải hệ (I) ta tìm được 

Hệ II vô nghiệm

Vậy hệ có nghiệm 

**Câu 3**

Từ giả thuyết suy ra x, y, z khác 0 và





**Câu 4**



1. Nối CP, PD ta có  lần lượt cân tại C, O nên 

do đó CP // OD (1)

Tương tự  lần lượt cân tại D, O nên  nên OD//CP (2) . Từ (1) và (2) suy ra ODPC là hình bình hành

Gọi CD cắt MP tại H cắt OP tại K thì K là trung điểm của OP

Theo tính chất 2 của đường tròn cắt nhau ta có CD MP H là trung điểm MP

Vậy HK // OM do đó CD // OM

Ta phải xét 2 trường hợp AP < BP và AP > BP, đáp án chỉ yêu cầu xét 1 trường hợp giả sử AP < BP

Vì tứ giác CDOM là hình bình hành nên OC = DP, DP=DM=R2 nên tứ giác CDOM là hình thang cân do đó 4 điểm C, D, O, M cùng thuộc một đường tròn

1. Xét tam giác AOB có  nên tam giác OAB vuông cân tại O. Vì 4 điểm C, D, O, M cùn thuộc một đường tròn (kể cả  ) nên



Xét  và  có:  (cùng bằng  sđ  của (C ))

 (cùng bằng  của (D))

Nên  đồng dạng  (g.g)

Vì  đồng dạng với  suy ra  hay 

Do AB cố định nên điểm M thuộc đường tròn tâm I đường kính AB

Ta có  nên

 (Góc nội tiếp và góc ở tâm của (C))

 (góc nội tiếp và góc ở tâm của (D))

Do đó MP là phân giác 

Mà  nên M thuộc đường tròn (I) ngoại tiếp tam giác AOB

Giả sử MP cắt đường tròn (I) tại N thì N là trung điểm cung AB không chứa điểm O nên N cố định

1.  và  có  (đối đỉnh);  (góc nôi tiếp cùng chắn 1 cung) nên  đồng dạng  (g.g)

Do đó  (không đổi)

Vậy PM.PN lớn nhất bằng  khi PA=PB hay P là trung điểm dây AB

Vì tam giác AMB vuông tại M nên



Diện tích tam giác AMB lớn nhất bằng  khi PA=PB hay P là trung điểm dây AB

**Câu 5.**

Trước tiên ta chứng minh bất đẳng thức : Với mọi  và  ta có:



Dấu “=” xảy ra 

Thật vậy, với  và  ta có:



 (luôn đúng ). Dấu “=” xảy ra 

Áp dụng bất đẳng thức (\*\*) ta có:



Dấu “=” xảy ra 

Áp dụng bất đẳng thức (\*) ta có:

 Chú ý:  và



Chứng minh 

Do đó: Từ (1) và (3) ta suy ra



Dấu “=” xảy ra 

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT THẠCH HÀ**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN**  **NĂM HỌC 2018 – 2019**  **Môn thi: Toán 9**  *(Thời gian làm bài: 150 phút)* |



**Câu 1.** *(4,5 điểm)*

**1.** Tính giá trị biểu thức 

**2.** Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

 

**Câu 2**. *(3,0 điểm)*

**1**. Cho 3 số *a, b,c* khác 0,thỏa mãn *a* + *b*+ *c* = 0.Chứng minh hằng đẳng thức:



**2.** Tính giá trị của biểu thức: B =

**Câu 3.** *(4,5 điểm)*

**1.** Cho đa thức f(*x*), tìm dư của phép chia f(*x*) cho (*x*-1)(*x*+2). Biết rằng f(*x*) chia cho *x* - 1 d­ư 7 và f(*x*) chia cho *x* + 2 dư­ 1.

**2**. Giải phương trình: 

**3. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 5*x*2 + *y*2 = 17 – 2*xy***

**Câu 4.** *(3,0 điểm)*

Cho *a*, *b*, *c* là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

1. 
2.  là độ dài 3 cạnh của một tam giác.

**Câu 5.** *(5,0 điểm)*

**1**. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, trung tuyến AM, phân giác AI. Tính HI, IM; biết rằng AC= 4/3AB và diện tích tam giác ABC là 24 cm2

**2.** Qua điểm O nằm trong tam giác ABC ta vẽ 3 đường thẳng song song với 3 cạnh tam giác. Đường thẳng song song với cạnh AB cắt cạnh AC, BC lần lượt tại E và D; đường thẳng song song với cạnh BC cắt cạnh AB và AC lần lượt tại M và N; đường thẳng song song với cạnh AC cắt cạnh AB và BC lần lượt tại F và H. Biết diện tích các tam giác ODH, ONE, OMF lần lượt là *a*2, *b*2, *c*2.

**a**) Tính diện tích *S* của tam giác ABC theo *a*, *b*, *c*

**b**) Chứng minh *S*  3(*a*2 + *b*2 +*c*2)

*------------------Hết-----------------*

*Họ và tên học sinh:…………………………………………………SBD:…………*

*(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm, học sinh không được sử dụng máy tính bỏ túi )*

|  |
| --- |
| **SƠ LƯỢC GIẢI**  **Đề thi chọn HSG cấp huyện năm học 2018 – 2019**  **Môn: TOÁN 9** |

|  |
| --- |
| **Đáp án** |
| 1. Ta có |
|  |
| = 5 - 3 = 2 |
| Điều kiện xác định của M là |
|  |
| hoặc |
|  |
| Điều kiện xác định của N là  (\*) |
| (\*\*) |
| Từ (\*) và (\*\*) ta được là điều kiện xác định của M |
| 1. Ta có: |
|  |
| Vậy |
| Theo câu a) Ta có  (\*)  Áp dụng (\*) ta có:  (Vì ) |
| Tượng tự ; ;…. |
|  |
| Suy ra |
|  |
| *x* + 1 = 0 (1) hoặc *x*2 – 4*x* + 6 = 0 (2) |
| (1) |
| (2) . Do nên pt này vô nghiệm. |
| Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là |
| Vì  là đa thức bậc 2 nên f(*x*) :  có đa thức dư­ dạng a*x* + b |
| Đặt |
| Theo đề ra f(*x*) : (*x* - 1) d­ư 7   (1) |
| f(x) : (*x* + 2) d­ư 1   (2) |
| Từ (1) và (2)  a = 2 và b = 5. |
| Vậy f(*x*) :  được d­ư là 2*x* + 5 |
| **5*x*2 + *y*2 = 17 – 2*xy* 4*x*2 + (*x* + *y*)2 = 17** |
| **vì *x*2 là số chính phương nên *x*2 = 0; 1; 4** |
| **Nếu *x*2 = 0  (*x* + *y*)2 = 17 (loại)** |
| **Nếu *x*2 = 1  (*x* + *y*)2 = 13 (loại)** |
| **Nếu *x*2 = 4  *x* = 2 hoặc *x* = - 2**  ***x* = 2  (2 + *y*)2 = 1  *y* = - 3 hoặc *y* = - 1.**  ***x* = -2  (-2 + *y*)2 = 1  *y* = 3 hoặc *y* = 1.** |
| **Vậy phương trình có nghiệm : (*x*; *y*) = (2; -3), (2; -1), (-2; 3), (-2; 1)** |
| 1. Vì a, b, c là ba cạnh của một tam giác nên b + c > a |
| Tượng tự ta cũng có:  ; |
| Suy ra: |
| Ta có a + b > c |
|  |
| Chứng minh tương tự ta có ; |
| Vậy  là độ dài 3 cạnh của một tam giác *(Đpcm)* |
| 1. Do AC= ¾ AB (gt) và AB.AC = 2S = 48, suy ra AC = 6 (cm); AB = 8(cm).   Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông ABC ta tính được BC = 10 cm, suy ra AM = 5 (cm) (1)  Áp dụng tính chất giữa canh và đường cao trong tam giác vuông ABC ta tính được  (2)  Áp dụng tính chất đường phân giác cua tam giác ta có  cm (3)  Từ (1), (2) và (3), ta có I nằm giữa B và M; H nằm giữa B và I  Vậy: HI = BI - BH  cm  MI = BM - BI  cm |
| Ta có các tam giác ODH, EON, FMO đồng dạng với tam giác ABC  Đặt SABC = d2 .  Ta có: ; ; Tương tự  Suy ra:  Vậy |
| Áp dụng BĐT Cosy, ta có: |
| Dấu “=” xẩy ra khi *a* = *b* =*c*, hay O là trọng tâm của tam giác ABC |

***Lưu ý:*** *Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa****;***

*Điểm toàn bài quy tròn đến 0,5.*