|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT HẬU LỘC 4**  **Tổ - Toán**  **Số báo danh**  **……………………............**  …........................ | **KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**  **Năm học: 2018 - 2019**  **Môn thi: TOÁN - Lớp 11**  *Thời gian:* **180 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu |

**Câu I** *(3,0 điểm)*

Cho hàm số  ( với  là tham số)

**1.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số khi 

**2.** Tìm  để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn

.

**Câu II** *(5,0 điểm)*

**1.** Giải phương trình: 

**2.** Cho  với . Tính giá trị của biểu thức: 

**3.** Giải phương trình: .

**Câu III** *(4,0 điểm)*

**1.** Giải bất phương trình : 

**2.** Giải hệ phương trình:  .

**Câu IV** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho tam giác  có góc  và ( trong đó  và  là nửa chu vi của tam giác ). Tính các góc còn lại của tam giác .

**2.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng:

.

**Câu V** *(4,0 điểm)*

**1.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  , cho tam giác có là trung điểm đoạn , phương trình các đường cao  lần lượt là  và . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác .

**2.** Trong mặt phẳng với trục toạ độ **** cho hình chữ nhật **** có ,  . Gọi  là trung điểm của ;  là điểm đối xứng với  qua . Biết rằng  là trung điểm của , điểm  thuộc đường thẳng  . Tìm tọa độ đỉnh  .

**-------------------- Hết --------------------**

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.**

**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **NỘI DUNG** | **Điểm** |
| **I**  **3,0 điểm** | Cho hàm số  ( với  là tham số)  **1.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số khi | **2.0** |
|  | Với  ta được  ta có đỉnh | 0.50 |
| Ta có bảng biến thiên: | 0.50 |
| đồ thị là parabol có bề lõm hướng lên có trục đối xứng là đường thẳng  cắt trục hoành tại điểm  cắt trục tung tại điểm | 0.50 |
| Ta có đồ thị của hàm số:  1  -4  x  y  -1  3  O | 0.50 |
| **2.** Tìm  để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn:  . | **1.0** |
| Đk:  Xét phương trình hoành độ giao điểm  (\*)  để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ  phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt | 0.25 |
| Theo định lí viet ta có:  ta có | 0.25 |
|  | 0.25 |
| ( thỏa mãn đk). vậy giá trị của  cần tìm là | 0.25 |
| **II** | **1.** Giải phương trình:  (\*) | **2.0** |
| **5,0**  **điểm** | Điều kiện:  Trường hợp 1. Nếu  thì  sai nên  không là nghiệm | 0.50 |
| Trường hợp 2. Nếu  chia hai vế cho  thì:  (1). Đặt | 0.50 |
|  | 0.50 |
| Suy ra:  Kết hợpvới điều kiện ta được phương trình có 2 nghiệm | 0.50 |
| **2.** Cho  với . Tính giá trị của biểu thức: | **1.5** |
| Do  nên . Ta có: | 0.50 |
| , | 0.50 |
| Khi đó: | 0.25 |
|  | 0.25 |
| **3.** Giải phương trình: | **1.5** |
| Điều kiện: | 0.50 |
| hoặc | 0.50 |
| Với   hoặc | 0.25 |
| Với  So với điều kiện nghiệm của phương trình: | 0.25 |
| **III**  **4,0**  **điểm** | **1.** Giải bất phương trình : | **2.0** |
|  | đk:  bpt   **(\*)** | 0.50 |
| Nếu  ta có VT **(\*)** , VF**(\*)** nên **(\*)** vô nghiệm. | 0.50 |
| Nếu , cả hai vế của **(\*)** không âm nên ta có  Bpt **(\*)** | 0.50 |
| Kết hợp với đk ta được  hoặc  nên tập nghiệm của bất phương trình đã cho là . | 0.50 |
| **2.** Giải hệ phương trình:  . | **2.0** |
| Điều kiện : .  Nhận xét rằng với  không thỏa hệ nên . Khi đó  pt đầu | 0.50 |
| Từ điều kiện và nhận xét ở trên ta có : .  Do đó . | 0.50 |
| Thay vào phương trình thứ hai trong hệ ta được phương trình:  (\*)  ta có :  Đặt  suy ra:  khi đó pt(2) trở thành  hoặc | 0.50 |
| Với  suy ra:  Với  suy ra:  có  nên phương trình sẽ vô nghiệm khi  Kết hợp với điều kiện  hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là | 0.50 |
| **IV**  **4,0**  **điểm** | **1.** Cho tam giác  có góc  và ( trong đó  và  là nửa chu vi của tam giác ). Tính các góc còn lại của tam giác . | **2.0** |
|  | Ta có | 0.50 |
|  | 0.50 |
| vuông tại | 0.50 |
| mà. Vậy, . | 0.50 |
| **2.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng: | **2.0** |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy dạng  ta được    Áp dụng tương tự ta được bất đẳng thức | 0.50 |
| Ta cần phải chứng minh được  Thật vậy, ta có , mà cũng theo bất đẳng thức Cauchy ta được | 0.50 |
| Suy ra . Chứng minh tương tự ta được | 0.50 |
| Mặt khác theo một đánh giá quen thuộc ta có  Do đó ta được .  Vậy bất đẳng thức được chứng minh xong. Đẳng thức xẩy ra khi và chỉ khi . | 0.50 |
| **V**  **4,0**  **điểm** | **1.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  , cho tam giác  có  là trung điểm đoạn . Phương trình các đường cao  lần lượt là  và . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác . | **2.0** |
|  | |  |  | | --- | --- | | Đường thẳng AC đi qua M và vuông góc với BK nên có phương trình .  Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình |  | | 0.50 |
| Từ  là trung điểm AC suy ra . | 0.50 |
| Đường thẳng BC đi qua C và vuông góc với AH nên có phương trình . | 0.50 |
| Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình  Vậy tọa độ các đỉnh của tam giác ABC là | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với trục toạ độ  cho hình chữ nhật  có ,  . Gọi  là trung điểm của .  là điểm đối xứng với  qua . Biết rằng  là trung điểm của  , điểm  thuộc đường thẳng  . Tìm tọa độ đỉnh | **2.0** |
| |  |  | | --- | --- | | Ta chứng minh  Ta có  nên tam giác  vuông cân tại  , suy ra  .  Xét tam giac  và  có  và |  | | 0.50 |
| Do đó  , suy ra tứ giác  nội tiếp, do đó  hay  . | 0.50 |
| Đường thẳng  qua  và vuông góc với  nên có phương trình  .  Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ  .  Ta có  . Vì  nên | 0.50 |
| Gọi , vì  và  nên tọa độ điểm  là nghiệm của hệ:  .  Đối chiếu điều kiện  khác phía với  nên . | 0.50 |

**...........................Hết........................**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ HSG LỚP 11 MÔN: TOÁN**  *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề*  ———————————— |

**Câu 1 (*1,5 điểm*).**

Giải phương trình: .

**Câu 2 (*3,0 điểm*).**

1. Gọi *A* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *A*, tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

2. Chứng minh đẳng thức sau:

.

**Câu 3 (*2,5 điểm*).**

1. Chứng minh rằng phương trình  có ba nghiệm thực phân biệt. Hãy tìm 3 nghiệm đó.

2. Cho dãy số  được xác định bởi: , với mọi .

Chứng minh rằng dãy số  xác định như trên là một dãy số bị chặn.

**Câu 4 (*3,0 điểm*).**

1. Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh bằng , các cạnh bên bằng nhau và bằng  (). Hãy xác định điểm *O* sao cho *O* cách đều tất cả các đỉnh của hình chóp *S.ABCD* và tính độ dài *SO* theo .

2. Cho hình chóp *S.ABC* có đường thẳng *SA* vuông góc với mặt phẳng *(SBC)*. Gọi *H*  là hình chiếu vuông góc của *S* lên mặt phẳng *(ABC)*. Chứng minh rằng đường thẳng *SB* vuông góc với đường thẳng *SC*, biết rằng .

3. Cho tứ diện *ABCD* thỏa mãn điều kiện  và một điểm *X* thay đổi trong không gian. Tìm vị trí của điểm *X* sao cho tổng  đạt giá trị nhỏ nhất.

—Hết—

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh:……….………..…….…….….….; Số báo danh……………….

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**  **———————** | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 11 THPT KHÔNG CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2011-2012**  **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN**  ——————————— |

**I. LƯU Ý CHUNG:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.

- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

**II. ĐÁP ÁN:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Nội dung trình bày** | **Điểm** |
| **1** |  | **1,5 điểm** |  |
|  |  | Điều kiện:  (\*)  Phương trình đã cho tương đương với: | 0,25 |
|  | 0,5 |
| + Với | 0,25 |
| + Với | 0,25 |
| Đối chiếu điều kiện (\*), suy ra nghiệm của phương trình đã cho là: | 0,25 |
| **2** | **1** | **1,5 điểm** |  |
|  |  | Số các số tự nhiên có 5 chữ số là  Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là: | 0,5 |
| Ta có  chia hết cho 7 khi và chỉ khi  chia hết cho 7. Đặt  là số nguyên khi và chỉ khi | 0,5 |
| Khi đó ta được:  suy ra số cách chọn ra *t* sao cho số  chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là 1286.  Vậy xác suất cần tìm là: | 0,5 |
| **2** | **1,5 điểm** |  |
|  | Xét đẳng thức | 0,5 |
| +) Ta có  suy ra hệ số của số hạng chứa  là | 0,5 |
| +) Ta có  suy ra hệ số của số hạng chứa  là      Từ đó suy ra đẳng thức cần chứng minh. | 0,5 |
| **3** | **1** | **1,5 điểm** |  |
|  |  | Đặt ; tập xác định  suy ra hàm số liên tục trên . Ta có | 0,25 |
| suy ra | 0,5 |
| . Từ 3 bất đẳng thức này và tính liên tục của hàm số suy ra pt  có ba nghiệm phân biệt thuộc . | 0,25 |
| Đặt  thay vào pt ta được:  , kết hợp với  ta được . Do đó phương trình đã cho có 3 nghiệm:  . | 0,5 |
| **2** | **1,0 điểm** |  |
|  | Nhận xét. Với mỗi số nguyên dương n ta có:  Thật vậy, ta có  suy ra nhận xét được chứng minh.  Trở lại bài toán, từ công thức truy hồi ta được: | 0,5 |
| Ta có  với mọi n (theo nhận xét trên) (1) | 0,25 |
| Mặt khác  với mọi n (theo nhận xét trên) (2). Từ (1) và (2) suy ra dãy số đã cho bị chặn. | 0,25 |
| **4** | **1** | **1,0 điểm** |  |
|  |  | Gọi . Do  nên các tam giác *SAC, SBD* cân tại đỉnh *S* nên *SI* vuông góc với *AC*, *BD* suy ra *SI* vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*). Dễ thấy mọi điểm nằm trên đường thẳng *SI* cách đều các đỉnh *A, B, C, D*. | 0,25 |
| Trong tam giác *SIC*, dựng trung trực của cạnh *SC* cắt đường thẳng *SI* tại *O* suy ra . | 0,25 |
| Ta có .  Vậy . | 0,5 |
| **2** | **1,0 điểm** |  |
|  | Gọi *K* là giao điểm của đường thẳng *AH* và *BC*; trong mặt phẳng (*SBC*) gọi *D* là giao điểm của đường thẳng qua *S*, vuông góc với *SC*. Ta có *BC* vuông góc với *SH* và *SA* nên *BC* vuông góc với mặt phẳng (*SAH*) suy ra *BC* vuông góc với *SK*. | 0,25 |
|  | Trong tam giác vuông *SAK* ta có , kết hợp với giả thiết ta được  (1) | 0,5 |
|  | Trong tam giác vuông *SDC* ta có  (2)  Từ (1) và (2) ta được , từ đó suy ra  hay suy ra *SB* vuông góc với *SC*. | 0,25 |
| **3** | **1,0 điểm** |  |
|  | Gọi *G* là trọng tâm của tứ diện; *M, N, P, Q* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, CD, BC, AD*. Ta có tam giác *ACD* bằng tam giác *BCD* nên  suy ra , tương tự ta chứng minh được  và đường thẳng *PQ* vuông góc với cả hai đường thẳng *BC, AD*. Từ đó suy . | 0,25 |
| Ta có | 0,5 |
| . Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi *X* trùng với điểm *G*. Vậy  nhỏ nhất khi và chỉ khi *X* là trọng tâm của tứ diện *ABCD*. | 0,25 |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ HSG LỚP 11 MÔN: TOÁN**  *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề* |

**Câu 1.**

Giải phương trình .

**Câu 2.**

1. Xét khai triển: . Tính

.

1. Chọn ngẫu nhiên một số có 4 chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để số được chọn không nhỏ hơn 2013.

**Câu 3.**

1. Cho dãy số  được xác định như sau: Tính .
2. Cho phương trình:  ( là ẩn,  là tham số). Chứng minh với mọi giá trị thực của phương trình đã cho có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt.

**Câu 4.**

1. Cho hình lập phương *ABCD.A’B’C’D’*. Chứng minh mặt phẳng  song song với mặt phẳng  Tìm điểm *M* trên đoạn *BD* và điểm *N* trên đoạn *CD’* sao cho đường thẳng *MN* vuông góc với mặt phẳng *(A’BD).*
2. Cho hình lập phương *ABCD.A’B’C’D’* cạnh . Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng *AD, BB’, C’D’*. Xác định thiết diện cắt bởi mặt phẳng *(MNP)* với hình lập phương *ABCD.A’B’C’D’*, tính theo  diện tích thiết diện đó.

**Câu 5.**

Cho  là các hằng số thực và . Tìm tất cả các số sao cho  và  với mọi số thực  sao cho .

**-------------Hết----------**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**  *(Đáp án có 03 trang)* | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 11 THPT NĂM HỌC 2012-2013**  **ĐÁP ÁN MÔN: TOÁN**  **(Dành cho học sinh THPT không chuyên)** |

**I. LƯU Ý CHUNG:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.

- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

|  |  |
| --- | --- |
| **II. ĐÁP ÁN:** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung trình bày** | **Điểm** |
| **1(2đ)** | Ta có | **0,5** |
|  | **0,5** |
| +) | **0,25** |
| +) | **0,25** |
| Vậy phương trình đã cho có các họ nghiệm là | **0,5** |
| **2(2đ)** | **2.a (1,0 điểm)** |  |
| Ta có | **0,5** |
| Suy ra | **0,25** |
| . | **0,25** |
| **2.b (1,0 điểm)** |  |
| Ta có số cách chọn một số có bốn chữ số đôi một khác nhau  là biến cố chọn ra được một số có bốn chữ số đôi một khác nhau  và không nhỏ hơn 2013. Ta sẽ tính số các số có bốn chữ số đôi một khác nhau  và các số này chỉ có thể xảy ra với | **0,25** |
| , ,  và  có 7 cách chọn suy ra trong trường hợp này có  số thỏa mãn. | **0,5** |
| Từ hai trường hợp trên ta được . Do đó xác suất cần tìm là: | **0,25** |
| **3(2,0đ)** | **3.a (1,0 điểm)** |  |
| Ta có suy ra  lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 1 nên  (1) | **0,25** |
| Từ (1) ta được | **0,5** |
| . Vậy . | **0,25** |
| **3.b (1,0 điểm)** |  |
| Đặt  ta được  xác định và liên tục trên .  Ta có | **0,5** |
| Do đó ta được  nên phương trình  có nghiệm thuộc  suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt. | **0,5** |
| **4(3đ)** | **4.a (1,5 điểm)** |  |
| Ta có tứ giác *BCD’A’* là hình bình hành nên  (1) | **0,5** |
| Ta có tứ giác *BDD’B’* là hình bình hành nên  (2)  Từ (1) và (2) ta được . | **0,5** |
| Đặt . Khi đó | **0,25** |
| Do *MN* vuông góc *(A’BD)* nên . Từ đó ta được: | **0,25** |
| Do đó |
| **4.b (1,5 điểm)** |  |
| Gọi *S* là trung điểm của *AB*, khi đó  và  suy ra . Do  nên *(MNS)* cắt *(BCC’B’)* theo giao tuyến qua *N* song song với *BC’* cắt *B’C’* tại *Q*. | **0,5** |
| Do  nên *(MNS)* cắt *(A’B’C’D’)* theo giao tuyến qua *Q* song song với *B’D’* cắt *D’C’* tại *P’*, do *P’* là trung điểm của *C’D’* nên *P’* trùng với *P*. Do  nên *(MNS)* cắt *(CDD’C’)* theo giao tuyến qua *P* song song với *C’D* cắt *DD’* tại *R*. | **0,5** |
| Do đó thiết diện cắt bởi *(MNP)* và hình lập phương *ABCD.A’B’C’D’* theo một lục giác đều *MSNQPR* cạnh  và có tâm là *O* suy ra:  . Vậy | **0,5** |
| **5(1đ)** | Đặt , khi đó  và ta có hệ | **0,5** |
| Ta có .  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi | **0,25** |
| Ta có , xét  thì tồn tại  suy ra  với mọi . Vậy | **0,25** |

**------------------Hết------------------**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ THI HSG LỚP 11**  **MÔN: TOÁN**  **Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.**  **————————————** |

**Câu I: (2,0 điểm).**

1.Giải phương trình: 

2. Tìm các nghiệm trong khoảng  của phương trình:



**Câu II: (2,0 điểm).**

1. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau trong đó có 3 số chẵn và 3 số lẻ ?
2. Cho k là số tự nhiên thỏa mãn 

Chứng minh rằng:  .

**Câu III: (2,0 điểm).**

1. Cho Pn=

Gọi Un là số hạng tổng quát của Pn. Tìm 

2. Tìm giới hạn: 

**Câu IV: (1,0 điểm).**

Cho dãy số (un) xác định bởi : 

Tìm công thức tính un theo n.

**Câu V: ( 3,0 điểm).**

1**.** Cho tứ diện ABCD có AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c. M là điểm tùy ý trên cạnh AB, (P) là mặt phẳng qua M và song song với AC và BD cắt BC, CD, DA lần lượt tại N, P, Q. Tìm vị trí của M và điều kiện của a, b, c để thiết diện MNPQ là hình vuông, tính diện tích thiết diện trong trường hợp đó.

2. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Xác định điểm M bên trong tam giác sao

cho MA + MB + MC nhỏ nhất.

# HƯỚNG DẪN CHẤM

# MÔN : TOÁN 11 THPT

----------------------------------------------

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Câu | Nội dung | Điểm |
| I |  | 2.0 |
|  | 1. (1.0 đ). ĐK: Khi đó pt trở thành:  . (1) | 0.25 |
| ĐK:  dẫn tới | 0.25 |
| Khi đó: | 0.25 |
| KL nghiệm : | 0.25 |
|  | 2. (1.0 đ).ĐK:  (1) | 0,25 |
|  | Khi đó phương trình đã cho tương đương với pt: | 0.25 |
| Trong khoảng  ta nhận các giá trị :  ;  ; | 0.25 |
| Kết hợp với đk (1) ta nhận được hai giá trị thỏa mãn là:  ; | 0,25 |
| II |  | 3.0 |
|  | 1. (1.0 đ).  TH1: Trong 3 số chẵn đó có mặt số 0.  Số các số tìm được là  (số). | 0.5 |
| TH2: Trong 3 số chẵn đó không có mặt số 0.  Số các số tìm được là  (số). | 0.25 |
| Đ/ số  số. | 0.25 |
| 2. (1.0 đ) Dễ thấy ; và | 0.25  0.25 |
| Ta có hệ số của  trong P là .  Vì , mà số hạng chứa  trong M.N là : | 0.25 |
| nên | 0.25 |
|  | 3. (1 điểm)  Ta có: | 0.25 |
| Dự đoán: un = 10n + n (1) | 0.25 |
| Chứng minh:  Ta có: u1 = 11 = 101 + 1 , công thức (1) đúng với n=1  Giả sử công thức (1) đúng với n=k ta có : uk = 10k + k | 0.25 |
| Ta có: uk + 1 = 10(10k + k) + 1 - 9k = 10k+1 + (k + 1). Công thức(1) đúng với n=k+1  Vậy un = 10n + n, | 0.25 |
| III |  | 2.0 |
|  | 1. (1 đ)  Ta có: | 0.25 |
| Cho k=1,2,3,…,n ta được | 0.25 |
| ⇒ Un= | 0.25 |
| ⇒ = | 0.25 |
| 2.(1 điểm) |  |
| Ta có . | 0.25 |
| . | 0.5 |
| Vậy | 0.25 |
| IV |  | 3.0 |
|  | 1.(2 đ)  +) Chứng minh được MNPQ là hình bình hành. | 0.5 |
| +) MNPQ là hình vuông  M là trung điểm của AB và a = c. | 1.0 |
| +) Lúc đó SMNPQ = . | 0.5 |
| 2.(1 đ) Dùng phép quay quanh A với góc quay 600 biến M thành M’; C thành C’ | 0.25 |
| Ta có MA+MB+MC = BM+MM’+M’C’  MA+MB+MC bé nhất khi bốn điểm B,M,M’,C’ thẳng hàng. | 0.5 |
| Khi đó góc BMA=1200, góc AMC=1200  Ta được vị trí của M trong tam giác ABC. | 0.25 |

***Chú ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| SỞ GD – ĐT BẮC NINH  **TRƯỜNG THPT YÊN PHONG SỐ 2**  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_   |  | | --- | | ĐỀ CHÍNH THỨC |   (Đề gồm có 01 trang) | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**  **NĂM HỌC**  : 2018- 2019  **MÔN**:  **TOÁN - LỚP 11**  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Thời gian làm bài: 150 phút (*không kể thời gian giao đề*)  **Ngày thi: 26 /01/2019** |

**Câu 1 (5.0 điểm).**

1. Giải phương trình sau **.**
2. Có bao nhiêu số nguyên của tập hợp  mà chia hết cho 3 hoặc 5?

**Câu 2 (5.0 điểm).**

1. Cho khai triển  , trong đó  và các hệ số thỏa mãn hệ thức . Tìm hệ số lớn nhất ?

b.Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là ,  và  (với ). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là  và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là . Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

**Câu 3 (6.0 điểm).**

Cho hình chóp, có đáy  là hình thang cân  và,. Mặt bên  là tam giác đều. Gọi  là giao điểm của  và. Biết  vuông góc với.

a. Tính.

b. Mặt phẳng () qua điểm  thuộc đoạn  ( khác) và song song với hai đường thẳng  và. Xác định thiết diện của hình chóp  cắt bởi mặt phẳng (). Biết. Tìm x để diện tích thiết diện lớn nhất.

**Câu 4 (4.0 điểm).**

1. Cho dãy  được xác định như sau: .

Tìm  với .

1. Giải hệ phương trình sau:

.

........................................................HẾT...........................................................

Họ, tên thí sinh:..............................................SBD:........................................

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD – ĐT BẮC NINH  **TRƯỜNG THPT YÊN PHONG SỐ 2**  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (Hướng dẫn chấm gồm có 04 trang) | **HD CHẤM THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**  **NĂM HỌC**  : 2018- 2019  **MÔN**:  **TOÁN - LỚP 11**  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **Câu1**  **(5điểm)** | a.      Vậy phương trình có hai họ nghiệm: | **0,5 điểm**  **1,0 điểm**  **0,5 điểm**  **0,5 điểm** |
| 1. Đặt  ;  ;   Yêu cầu bài toán là tìm  Ta có    Mặt khác ta thấy  là tập các số nguyên trong S chia hết cho cả 3 và 5 nên nó phải chia hết cho BCNN của 3 và 5, mà  nên  .  Vậy ta có | **0,5 điểm**  **0,5 điểm**  **1,0 điểm**  **0,5 điểm** |
| **Câu 2**  **(5điểm)** | 1. Số hạng tổng quát trong khai triển  là , , . Vậy hệ số của số hạng chứa  là .   Khi đó, ta có  .  Dễ thấy  và  không phải hệ số lớn nhất. Giả sử   là hệ số lớn nhất trong các hệ số .  Khi đó ta có      Do  Vậy hệ số lớn nhất là . | **0,5 điểm**  **0,5 điểm**  **1,0 điểm**  **0,5 điểm** |
| 1. Gọi  là biến cố “người thứ  ghi bàn” với .   Ta có các  độc lập với nhau và .  Gọi A là biến cố: “ Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”  B: “ Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”  C: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”  Ta có:  Nên  Suy ra (1).  Tương tự: , suy ra:  hay là  (2)  Từ (1) và (2) ta có hệ: , giải hệ này kết hợp với  ta tìm được  và .  Ta có:  Nên . | **1,0 điểm**  **1,0 điểm**  **0,5 điểm** |
| **Câu 3**  **(6điểm)** | 1. Dễ thấy đáy  là nữa hình lục giác đều cạnh.   Kẻ ( thuộc). Suy ra  và  vuông góc.  Ta có: .  Xét tam giác  có  Xét tam giác vuông  có  ,   1. Qua  kẻ đường thẳng song song với  cắt lần lượt tại   Qua  kẻ các đường thẳng song song với  cắt  lần lượt tại . Thiết diện là ngũ giác.  Ta có:  cùng vuông góc với.  =  .  Ta có: .      Suy ra:    Diện tích  lớn nhất bằng  khi | **2 ,0 điểm**  **1,0 điểm**  **1,5 điểm**  **1,5 điểm** |
|  |  |
| **Câu 4**  **(4điểm)** | 1. Ta có:  nên .   Suy ra .  Mà: .  Mặt khác: .  Vậy | **1,0 điểm**  **1,0 điểm** |
| b. Điều kiện  Cộng và trừ từng vế tương ứng của hệ phương trình trên ta được    Thế y=8-x vào phương trình trên ta được      (1)  Trong hệ trục tọa độ xét ;  Khi đó ||.||=  .=  Pt (1) tương đương với ||.||=.(2)  Ta có ||.||.  Khi đó (2) xảy ra khi và chỉ khi hoặc hoặc (không xảy ra) hoặc cùng hướng  suy ra  x=4.  KL: Nghiệm của hệ là (4;4) | **1,0 điểm**  **1,0**  **Điểm** |

|  |  |
| --- | --- |
| **TRẠI HÈ HÙNG VƯƠNG LẦN THỨ XIII**  **TUYÊN QUANG 2017**  D:\2.Ho so chuyen mon\Hung Vuong & Duyen Hai\Trai he Hung Vuong 2016-Bac Giang XII\Chuẩn bị Trại hè HV XII 2016\Bắc Giang 2016\logo.jpg  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI OLYMPIC MÔN TOÁN**  **LỚP 11**  Ngày thi: 29 tháng 7 năm 2017  Thời gian làm bài:180 phút (không kể thời gian giao đề)  (*Đề thi có 01* *trang*) |

**Câu 1 (4,0 *điểm*)** Cho dãy số  xác định bởi:  và  với mọi số nguyên dương .

a) Chứng minh rằng: 

b) Tìm số thực  lớn nhất sao cho  với mọi số nguyên dương .

**Câu 2 (4,0 *điểm*)** Cho tam giác **** và ****,về phía ngoài tam giác  dựng các tam giác đều . Gọi  theo thứ tự lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng . Chứng minh rằng:

a) Các tam giác  là các tam giác đều.

b)  đồng quy.

**Câu 3 (4,0 *điểm*)** Tìm tất cả các hàm số  thoả mãn



với mọi số thực .

**Câu 4 (4,0 *điểm*)** Cho dãy số nguyên  xác định bởi: ,  và  với mọi số tự nhiên .

a) Tìm số dư của  khi chia cho 4.

b) Chứng minh rằng  với mọi số tự nhiên .

**Câu 5 (4,0 *điểm*)** Xét  là số nguyên dương thỏa mãn tính chất: Tồn tại  tập con  của tập  (không nhất thiết phân biệt) sao cho mỗi tập có đúng  phần tử và mỗi phần tử của tập  đều biểu diễn được dưới dạng  trong đó  với . Hãy xác định giá trị bé nhất của .

-----**HẾT**-----

*Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ................................................... Số báo danh: .............................

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI OLYMPIC TRẠI HÈ HÙNG VƯƠNG LẦN THỨ XIII**

**MÔN TOÁN 11**

*(Hướng dẫn này có 04 trang)*

**-----**

**Câu 1 (4,0 *điểm*)** Cho dãy số  xác định bởi:  và  với mọi số nguyên dương .

a) Chứng minh rằng: 

b) Tìm số thực lớn nhất sao cho  với mọi số nguyên dương .

**(Dựa trên đề đề xuất của THPT chuyên Lào Cai)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn chấm** | **Điểm**  **4,0** |
| a) Từ giả thiết suy ra  và  (1). | 1,0 |
| Do đó: | 1,0 |
| b) Ta chứng minh .  Trước hết ta chứng minh  (2) bằng quy nạp.  Với  thì hiển nhiên (2) đúng.  Giả sử (2) đúng với . Khi đó:  (a).  Mặt khác:  (b). | 1,0 |
| Từ (a), (b) và giả thiết quy nạp ta được  . Vậy (2) đúng với . Theo nguyên lí quy nạp thì (2) đúng.  Vậy | 0,5 |
| Từ  nên .  Suy ra . Do đó  Vậy  (đpcm). | 0,5 |
| ***Chú ý.*** *Nếu học sinh chỉ chứng minh được  mà chưa chứng minh được  thì cho* ***1 điểm.*** |  |

**Câu 2 (4,0 *điểm*)** Cho tam giác **** và ****,về phía ngoài tam giác  dựng các tam giác đều . Gọi  theo thứ tự lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng . Chứng minh rằng:

a) Các tam giác  là các tam giác đều.

b)  đồng quy.

**(Đề xuất của Tổ ra đề)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn chấm** | **Điểm**  **4,0** |
| a)Xét thế hình như hình vẽ (Học sinh chỉ dựa vào thế hình chứng minh thì vẫn cho điểm tối đa)  **Cách 1.** Xét phép quay véc tơ ngược chiều kim đồng hồ. Ta có    Suy ra tam giác  đều. Tương tự, tam giác  đều. | 2,0 |
| **Cách 2.** Chứng minh các tam giác  và  bằng nhau. Suy ra tam giác  đều. Tương tự, tam giác  đều. | 2,0 |
| b) Vì  nên các đường thẳng không song song.  Gọi Q là giao điểm của . Đặt  Ta có các điều kiện sau tương đương:  1)  đồng quy.  2)  thẳng hàng.  3) .  4) .  5) .  6) .  7)  (luôn đúng). | 2,0 |

C**âu 3 (4,0 *điểm*)** Tìm tất cả các hàm số  thoả mãn



với mọi số thực .

**(Đề xuất của Tổ ra đề)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn chấm** | **Điểm**  **4,0** |
| Theo giả thiết ta có  với mọi  Đổi vai trò  được  Do đó . | 1,5 |
| Cho  thì . Suy ra  với mọi . | 1,0 |
| Mặt khác  ta được . Vậy . | 0,5 |
| Cho  ta được  với mọi . Vậy . | 1,0 |

**Câu 4 (4,0 *điểm*)** Cho dãy số nguyên  xác định bởi: ,  và  với mọi số tự nhiên .

a) Tìm số dư của  khi chia cho 4.

b) Chứng minh rằng  với mọi số tự nhiên .

**(Đề đề xuất của Tổ ra đề)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn chấm** | **Điểm**  **4,0** |
| a) Ta có . Suy ra , do đó . | 1,0 |
| b) **Cách 1.**  Ta chỉ ra  và . Đầu tiên ta có    Khai triển Newton cho ta: | 1,0 |
| Ta có . Suy ra  .  Hay . | 1,5 |
| Áp dụng định lý Fermat nhỏ ta được:  và . Do công thức truy hồi, suy ra  với mọi số tự nhiên . | 0,5 |
| **Cách 2.** Học sinh có thể xét tìm dãy các số dư của  modulo 101. Danh sách các số dư của dãy khi chia cho 101 như dưới đây:  [0, 1, 3, 8, 21, 55, 43, 74, 78, 59, 99, 36, 9, 92, 65, 2, 42, 23, 27, 58, 46, 80, 93, 98, 100, 0, 1, 3, 8,….]. | 2,0 |
| Sau đó học sinh giải thích do tính truy hồi nên dãy các số dư tuần hoàn. Suy ra đpcm**.** | 1,0 |
| ***Chú ý.*** *Với cách 2, nếu học sinh chỉ tìm một vài số dư mà chưa ra đến số dư lặp (chu kỳ) thì* ***không cho điểm.*** |  |

**Câu 5 (4 điểm)** Xét là số nguyên dương thỏa mãn tính chất: Tồn tại  tập con  của tập  (không nhất thiết phân biệt) sao cho mỗi tập có đúng  phần tử và mỗi phần tử của  đều biểu diễn được dưới dạng  trong đó  với . Hãy xác định giá trị bé nhất của .

**(Đề đề xuất của Tổ ra đề)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn chấm** | **Điểm**  **4,0** |
| Ta kí hiệu  là tập tất cả các số có dạng  trong đó  với mọi . Ta có . Thành thử  hay . | 1,5 |
| Ta chỉ ra 10 chính là giá trị bé nhất có thể của .  Với mọi số nguyên không âm  ta có thể viết  ,  trong đó  là số tự nhiên và  và . | 1,5 |
| Với mỗi số  thì  vì nếu  thì , mâu thuẫn.  Với mỗi  ta đặt  Khi đó với mọi , thì , trong đó  và . | 1,0 |

**-----Hết-----**

***Ghi chú:*** *Học sinh có thể làm theo nhiều cách khác nhau. Nếu giải đúng thì cho điểm tối đa.*

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  **TRƯỜNG THPT THUẬN THÀNH 2**  ĐỀ CHÍNH THỨC | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**  NĂM HỌC 2018 – 2019  ***Môn thi*: Toán – Lớp 11**  ***Thời gian làm bài*:****150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* |

**Câu I (4,0 điểm).**

**1.**Giải phương trình 

**2.**Cho các số  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm .

**Câu II (5,0 điểm).**

**1.** Tính tổng 

**2.**Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau. Tính xác suất để chọn được một số có 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ.

**Câu III (5,0 điểm).**

1. Tìm 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu IV(2,0 điểm).**

Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A(3; 4), B(1; 2), đỉnh C thuộc đường thẳng  , trọng tâm G. Biết diện tích tam giác GAB bằng 3 đơn vị diện tích, hãy tìm tọa độ đỉnh C.

**Câu V (4,0 điểm).**

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, đáy lớn  đáy bé  ,  . Mặt bên SAD là tam giác đều. M là một điểm di động trên AB, Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với SA, BC.

1. Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi  . Thiết diện là hình gì?
2. Tính diện tích thiết diện theo a, b và  Tìm x theo b để diện tích thiết diện lớn nhất

-----------------Hết-----------------

*Họ và tên thí sinh :....................................................... Số báo danh .............................*

*Họ và tên, chữ ký: Giám thị 1:........................................................................................*

*Họ và tên, chữ ký: Giám thị 2:........................................................................................*

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  **TRƯỜNG THPT THUẬN THÀNH 2**  ĐỀ CHÍNH THỨC | **ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**  NĂM HỌC 2018 – 2019  ***Môn thi*: Toán – Lớp 11** |

**Huớng dẫn chấm**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu I.** |  |  |
| **1** |  |  |
| PT | **0.5** |
|  | **0.5** |
|  | **1.0** |
| **2** | * theo thứ tự lập thành CSC nên ta có: | **0.5** |
| * theo thứ tụ lập thành CSN nên ta có: | **0.5** |
| * Thay (1) vào (2) ta đc: | **1.0** |
| **Câu II** |  |  |
| **1** |  |  |
| Số hạng tổng quát: | **1.0** |
|  | **1.0** |
|  | **0.5** |
| **2.** | Số phần tử của không gian mẫu: | **0.5** |
|  | \*Số các số tự nhiên có 6 chữ số có3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ là  TH1: (số tạo thành không chứa số 0)   * Lấy ra 3 số chẵn có: * Lấy ra 3 số lẻ có: * Số các hoán vị của 6 số trên: 6!   Suy ra số các số tạo thành: | **0.5** |
| TH2: ( số tạo thành có số 0)   * Lấy ra hai số chẵn khác 0: * Lấy ra 3 số lẻ: * Số các hoán vị không có số ) đứng đầu:   Số các số tạo thành: | **0.5** |
| Gọi biến cố A: “số đuợc chọn có 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ”  Suy ra :  Xác suất xảy ra biến cố A: | **1** |
| **Câu III** |  |  |
| **1** |  | **2.0** |
| **2** |  |  |
| Điều kiện: |  |
|  | **0.5** |
|  |
|  | **0.5** |
|  | Vì: | **0.5** |
| Thay  vào 2 ta đuợc: | **0.5** |
|  | **0.5**  **0.5** |
| **Câu IV** | Ta có:  Phuơng trình đuờng thẳng AB: | **0.5** |
| Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra: | **0.5** |
| Khoảng cách từ G đến AB: | **0.5** |
| Vì diện tích GAB bằng 3 đơn vị nên ta có: | **0.5** |
| **Câu V** | + Từ M kẻ đuờng thẳng song song với BC và SA lần luợt cắt DC tại N, SB tại Q.  + Từ Q kẻ đuờng thẳng song song với BC cắt SC tại P.  Thiết diện hình thang cân MNPQ | **0.5**  **0.5** |
| + Tính diện tích MNPQ  Ta tính đuợc  từ đó tính đuợc | **1.5** |
| Suy ra diện tích MNPQ là: x | **0.5** |
| Dấu “=”xẩy ra khi  . | **1** |

|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT HẬU LỘC 4**  **TỔ: Toán**  **ĐỀ KIỂM TRA LẦN 1**  **Số báo danh**  **……………………............**  …........................ | **KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG ĐỘI TUYỂN**  **Năm học: 2018 - 2019**  **Môn thi: TOÁN - Lớp 11 THPT**  *Thời gian:* **180 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu |

**Câu I** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho hàm số  (\*) và đường thẳng .

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (\*). Tìm  để  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn 

**2.** Giải bất phương trình .

**Câu II** *(4,0 điểm)*

**1.** Giải phương trình 

**2.** Giải hệ phương trình  .

**Câu III** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng



**2.** Cho dãy số (un) được xác định bởi . Tính giới hạn .

**Câu IV** *(4,0 điểm)*

**1.** Tìm  để hệ phương trình sau có nghiệm  .

**2**. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho hình chữ nhật ABCD, có đỉnh , đỉnh C nằm trên đường thẳng . Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho , biết  là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật ABCD.

**Câu V** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho dãy số  xác định .Tính .

**2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  nội tiếp đường tròn  , đường thẳng AC đi qua điểm . Gọi M, N là chân các đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là  và điểm A có hoành độ âm.

**...........................Hết........................**

**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **NỘI DUNG** | **Điểm** |
| **I**  **4,0 điểm** | **1.** Cho hàm số  (\*) và đường thẳng .  Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (\*). Tìm  để  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn | **2.0** |
|  | + Lập bảng biến thiên và vẽ (P):  ta có đỉnh  Ta có bảng biến thiên:    -1 | 0.50 |
| đồ thị là parabol có bề lõm hướng lên có trục đối xứng là đường thẳng  cắt trục hoành tại điểm  cắt trục tung tại điểm  Ta có đồ thị của hàm số:  -1  -4  x  y  -3  1  O | 0.50 |
| Đk:  Xét phương trình hoành độ giao điểm  (1)  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  khi đó theo định lí viet ta có | 0.50 |
| Ta có    kết hợp với điều kiện ta được | 0.50 |
| **2.** Giải bất phương trình | **2.0** |
| Điều kiện:  Suy ra: | 0.50 |
|  | 0.50 |
| hoặc | 0.50 |
| **Kết luận**: Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là | 0.50 |
| **II**  **4,0 điểm** | **1.** Giải phương trình | **2.0** |
|  | Điều kiện : | 0.50 |
| Pt | 0.50 |
| hoặc  (loại). | 0.50 |
| Với  Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là: ;  với . | 0.50 |
| **2.**Giải hệ phương trình  . | **2.0** |
| Điều kiện : .  Từ phương trình thứ nhất trong hệ ta có : | 0.50 |
| . | 0.50 |
| Thay  vào phương trình thứ hai trong hệ ta có phương trình : | 0.50 |
| Vì , . Đối chiều điều kiện ta có nghiệm của hệ : . | 0.50 |
| **III**  **4,0 điểm** | **1.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng | **2.0** |
|  | Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có  Tương tự ta được | 0.50 |
| Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được    Cũng theo bất đẳng thức Cauchy ta lại có | 0.50 |
| Áp dụng tương tự ta được  Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được  Do đó ta suy ra | 0.50 |
| Ta cần chứng minh được  Đánh giá cuối cùng là một đánh giá đúng theo bất đẳng thức Cauchy và giả thiết  Bài toán được giải quyết xong. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi . | 0.50 |
| **2.** Cho dãy số (un) được xác định bởi .  Tính giới hạn . | **2.0** |
| Ta có | 0.50 |
| Đặt  (*vn*) là cấp số nhân có công bội  và số hạng đầu | 0.50 |
| Khi đó | 0.50 |
| . | 0.50 |
| **IV**  **4,0 điểm** | **1.** Tìm  để hệ phương trình sau có nghiệm | **2.0** |
|  | |  |  | | --- | --- | | Đk: |  |   Ta có pt(1) | 0.50 |
| Đặt  (đk  ). Ta có hệ phương trình  (\*)  Hệ phương trình đã cho có nghiệm  hệ (\*) có nghiệm  Nếu  hệ (\*) vô nghiệm  hệ phương trình đã cho vô nghiệm | 0.50 |
| Nếu . Chọn hệ tọa độ  ta có  Pt(1) cho ta  đường tròn  tâm  ( vì )  Pt(2) cho ta đường tròn tâm  ( vì )  Hệ phương trình có nghiệm  cắt | 0.50 |
| Vậy hệ đã cho có nghiệm | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho hình chữ nhật ABCD, có đỉnh , đỉnh C nằm trên đường thẳng . Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho , biết  là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật ABCD. | **2.0** |
| Tứ giác ADBN nội tiếp  và  (do ABCD là hình chữ nhật). Suy ra  hay tứ giác ANCD nội tiếp được một đường tròn, mà | 0.50 |
| Giả sử , từ  Tứ giác ABEC là hình bình hành, suy ra  Đường thẳng NE qua N và song song với AC nên có phương trình | 0.50 |
| Giả sử , ta có | 0.50 |
| Từ đó dễ dàng suy ra  Vậy , , . | 0.50 |
| **V**  **4,0 điểm** | **1.** Cho dãy số  xác định .  Tính . | **2.0** |
|  | Theo giả thiết ta có:  mà  suy ra.  do đó dãy là dãy tăng.  Giả sử dãy  bị chặn trên suy ra  với  khi đó. | 0.50 |
| .  Vô lý do . Suy ra dãy không bị chặn trên do đó. | 0.50 |
| Ta có: | 0.50 |
| Đặt : | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  nội tiếp đường tròn  , đường thẳng AC đi qua điểm . Gọi M, N là chân các đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là  và điểm A có hoành độ âm. | **2.0** |
| |  |  | | --- | --- | | Gọi I, J lần lượt là giao điểm của BM, CN với đường tròn  Do tứ giác  nội tiếp nên , lại có  (cùng chắn cung IC) do đó  Lại có |  | | 0.50 |
| Từ đó ta có:  +) Do đi qua  và vuông góc với  nên Phương trình đường thẳng  +) Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ | 0.50 |
| +) Do đi qua và , nên phương trình đường thẳng  Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ  +) Do M là giao điểm của  và nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ | 0.50 |
| +) Đường thẳng BM đi qua và vuông góc với nên phương trình đường thẳng  Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ  Vậy  hoặc | 0.50 |

**...........................Hết........................**

|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT HẬU LỘC 4**  **TỔ: Toán**  **ĐỀ KIỂM TRA LẦN 1**  **Số báo danh**  **……………………............**  …........................ | **KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG ĐỘI TUYỂN**  **Năm học: 2018 - 2019**  **Môn thi: TOÁN - Lớp 11 THPT**  *Thời gian:* **180 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu |

**Câu I** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho hàm số  (\*) và đường thẳng .

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (\*). Tìm  để  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn 

**2.** Giải bất phương trình .

**Câu II** *(4,0 điểm)*

**1.** Giải phương trình 

**2.** Giải hệ phương trình  .

**Câu III** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng



**2.** Cho dãy số (un) được xác định bởi . Tính giới hạn .

**Câu IV** *(4,0 điểm)*

**1.** Tìm  để hệ phương trình sau có nghiệm  .

**2**. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho hình chữ nhật ABCD, có đỉnh , đỉnh C nằm trên đường thẳng . Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho , biết  là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật ABCD.

**Câu V** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho dãy số  xác định .Tính .

**2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  nội tiếp đường tròn  , đường thẳng AC đi qua điểm . Gọi M, N là chân các đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là  và điểm A có hoành độ âm.

**...........................Hết........................**

**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **NỘI DUNG** | **Điểm** |
| **I**  **4,0 điểm** | **1.** Cho hàm số  (\*) và đường thẳng .  Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (\*). Tìm  để  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn | **2.0** |
|  | + Lập bảng biến thiên và vẽ (P):  ta có đỉnh  Ta có bảng biến thiên:    -1 | 0.50 |
| đồ thị là parabol có bề lõm hướng lên có trục đối xứng là đường thẳng  cắt trục hoành tại điểm  cắt trục tung tại điểm  Ta có đồ thị của hàm số:  -1  -4  x  y  -3  1  O | 0.50 |
| Đk:  Xét phương trình hoành độ giao điểm  (1)  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  khi đó theo định lí viet ta có | 0.50 |
| Ta có    kết hợp với điều kiện ta được | 0.50 |
| **2.** Giải bất phương trình | **2.0** |
| Điều kiện:  Suy ra: | 0.50 |
|  | 0.50 |
| hoặc | 0.50 |
| **Kết luận**: Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là | 0.50 |
| **II**  **4,0 điểm** | **1.** Giải phương trình | **2.0** |
|  | Điều kiện : | 0.50 |
| Pt | 0.50 |
| hoặc  (loại). | 0.50 |
| Với  Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là: ;  với . | 0.50 |
| **2.**Giải hệ phương trình  . | **2.0** |
| Điều kiện : .  Từ phương trình thứ nhất trong hệ ta có : | 0.50 |
| . | 0.50 |
| Thay  vào phương trình thứ hai trong hệ ta có phương trình : | 0.50 |
| Vì , . Đối chiều điều kiện ta có nghiệm của hệ : . | 0.50 |
| **III**  **4,0 điểm** | **1.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng | **2.0** |
|  | Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có  Tương tự ta được | 0.50 |
| Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được    Cũng theo bất đẳng thức Cauchy ta lại có | 0.50 |
| Áp dụng tương tự ta được  Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được  Do đó ta suy ra | 0.50 |
| Ta cần chứng minh được  Đánh giá cuối cùng là một đánh giá đúng theo bất đẳng thức Cauchy và giả thiết  Bài toán được giải quyết xong. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi . | 0.50 |
| **2.** Cho dãy số (un) được xác định bởi .  Tính giới hạn . | **2.0** |
| Ta có | 0.50 |
| Đặt  (*vn*) là cấp số nhân có công bội  và số hạng đầu | 0.50 |
| Khi đó | 0.50 |
| . | 0.50 |
| **IV**  **4,0 điểm** | **1.** Tìm  để hệ phương trình sau có nghiệm | **2.0** |
|  | |  |  | | --- | --- | | Đk: |  |   Ta có pt(1) | 0.50 |
| Đặt  (đk  ). Ta có hệ phương trình  (\*)  Hệ phương trình đã cho có nghiệm  hệ (\*) có nghiệm  Nếu  hệ (\*) vô nghiệm  hệ phương trình đã cho vô nghiệm | 0.50 |
| Nếu . Chọn hệ tọa độ  ta có  Pt(1) cho ta  đường tròn  tâm  ( vì )  Pt(2) cho ta đường tròn tâm  ( vì )  Hệ phương trình có nghiệm  cắt | 0.50 |
| Vậy hệ đã cho có nghiệm | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho hình chữ nhật ABCD, có đỉnh , đỉnh C nằm trên đường thẳng . Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho , biết  là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật ABCD. | **2.0** |
| Tứ giác ADBN nội tiếp  và  (do ABCD là hình chữ nhật). Suy ra  hay tứ giác ANCD nội tiếp được một đường tròn, mà | 0.50 |
| Giả sử , từ  Tứ giác ABEC là hình bình hành, suy ra  Đường thẳng NE qua N và song song với AC nên có phương trình | 0.50 |
| Giả sử , ta có | 0.50 |
| Từ đó dễ dàng suy ra  Vậy , , . | 0.50 |
| **V**  **4,0 điểm** | **1.** Cho dãy số  xác định .  Tính . | **2.0** |
|  | Theo giả thiết ta có:  mà  suy ra.  do đó dãy là dãy tăng.  Giả sử dãy  bị chặn trên suy ra  với  khi đó. | 0.50 |
| .  Vô lý do . Suy ra dãy không bị chặn trên do đó. | 0.50 |
| Ta có: | 0.50 |
| Đặt : | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  nội tiếp đường tròn  , đường thẳng AC đi qua điểm . Gọi M, N là chân các đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là  và điểm A có hoành độ âm. | **2.0** |
| |  |  | | --- | --- | | Gọi I, J lần lượt là giao điểm của BM, CN với đường tròn  Do tứ giác  nội tiếp nên , lại có  (cùng chắn cung IC) do đó  Lại có |  | | 0.50 |
| Từ đó ta có:  +) Do đi qua  và vuông góc với  nên Phương trình đường thẳng  +) Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ | 0.50 |
| +) Do đi qua và , nên phương trình đường thẳng  Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ  +) Do M là giao điểm của  và nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ | 0.50 |
| +) Đường thẳng BM đi qua và vuông góc với nên phương trình đường thẳng  Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ  Vậy  hoặc | 0.50 |

**...........................Hết........................**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Së GD & §T thanh hãa  **Tr­êng thpt HËu léc 4**  Đề chính thức   |  | | --- | | **Số báo danh** | | KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI  **Năm học 2014- 2015**  **Môn thi: Toán – Lớp 11**    Thời gian: **150** phút (*không kể thời gian giao đề*)  (Đề thi có 01 trang, gồm 07 câu). |

**Câu 1** (4,5 điểm). Giải phương trình :

a. 

b.  .

**Câu 2** (2,0 điểm). Tìm hệ số của  trong khai triển nhị thức Niu-Tơn của:

 , biết 

**Câu 3** (2,0 điểm). Trong một hộp bi có 3 viên bi đỏ, 4 viên bi vàng, 5 viên bi xanh ; lấy ngẫu nhiên 4 viên bi trong hộp. Tính xác suất để trong 4 viên bi được lấy số bi đỏ lớn hơn số bi xanh.

**Câu 4** (2,0 điểm). Tìm m để phương trình:  có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

**Câu 5** (2,0 điểm). Tìm giới hạn sau: 

**Câu 6** (6,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cân với AD // BC,

AB = BC = a, AD = 2a; tam giác SAD vuông cân tại S và SB = .

1. Gọi M là trung điểm của SA, chứng minh rằng BM // (SCD)
2. Tính góc giữa hai đường thẳng BM và CD
3. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD, H là giao điểm của BG và mp(SAC),

tính tỉ số 

**Câu 7** (1,5 điểm). Cho các số thực dương  thỏa mãn  .

Chứng minh rằng:  .

**............................................ HẾT ........................................**

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm***.**

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM**

**Môn Toán – Lớp 11**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | | **Điểm** |
| **1** | Giải phương trình : | | **4,5** |
| **1.a)** | a. | | ***2,5*** |
|  | Ph­¬ng tr×nh | | 0,5 |
|  | | 1,0 |
|  | | 1,0 |
| **1.b)** | b. | | ***2,0*** |
|  | Phương trình  *.* | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
| Với  Với  Vì  pt vô nghiệm | | 0,5 |
| **2** | Tìm hệ số của  trong khai triển nhị thức Niu-Tơn của:  , biết | | ***2,0*** |
|  | Đk  , ta có :  , kết hợp với đk ta được: n = 9 | | 1,0 |
| Ta có khai triển: = | | 0,5 |
| ứng với , ta có 18 - 3k = 12   hệ số của  là :  144 | | 0,5 |
| **3** | Trong một hộp bi có 3 viên bi đỏ, 4 viên bi vàng, 5 viên bi xanh ; lấy ngẫu nhiên  4 viên bi trong hộp. Tính xác suất để trong 4 viên bi được lấy số bi đỏ lớn hơn số  bi xanh. | | ***2,0*** |
| Tổng số viên bi trong hộp là: 3 + 4 +5 = 12 viên bi  Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi trong hộp ta có số cách lấy là:  cách lấy | | 0,5 |
| Ta tìm số cách lấy 4 viên bi mà số bi đỏ lớn hơn số bi xanh, xảy ra các trường hợp sau:  TH1. Chọn 1 bi đỏ , 3 bi vàng  có  cách chọn  TH2. Chọn 2 bi đỏ, 2 bi vàng  có  cách chọn  TH3. Chọn 2 bi đỏ, 1 bi xanh, 1 bi vàng  có  cách chọn | | 0,5 |
| TH4. Chọn 3 bi đỏ, 1 bi vàng  có  cách chọn  TH5. Chọn 3 bi đỏ, 1 bi xanh  có  cách chọn | | 0,5 |
| Vậy xác suất để trong 4 viên bi được lấy số bi đỏ lớn hơn số bi xanh là:  P = (++++):= | | 0,5 |
| **4** | Tìm m để phương trình:  có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng. | | ***2,0*** |
|  | Ta có pt  Pt đã cho có 3 nghiệm phân biệt  có 2 nghiệm phân biệt  ; khi đó: | | 0,5 |
| pt có 3 nghiệm phân biệt  lập thành cấp số cộng | | 0,5 |
| Nếu | | 0,5 |
| Nếu , kết hợp với (1) ta được , loại vì  phân biệt  Đối chiếu với đk ta được m = 2. | | 0,5 |
| **5** | Tìm giới hạn sau: | | ***2,0*** |
|  | Ta có: | | 0,5 |
|  | | 1,0 |
| = | | 0,5 |
| **6** | Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cân với AD // BC,  AB = BC = a, AD = 2a; tam giác SAD vuông cân tại S và SB = . | | ***6,0*** |
|  | a. Gọi M là trung điểm của SA, chứng minh rằng BM // (SCD) | | **2,5** |
| Gọi N là trung điểm của AD, ta có BC = DN = a và BC // DN  BCDN là hình bình hành  BN // CD. |  | 1,0 |
| Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA và AD nên MN // SD | | 1,0 |
| mà | | 0,5 |
| b. Tính góc giữa hai đường thẳng BM và CD | | **2,0** |
| Do BN // CD  (BM; CD) = (BN; BM)  Vì tam giác SAD vuông cân tại S có cạnh huyền AD = 2a nên  có  vuông tại A  và BN = CD = a; MN = | | 1,0 |
| Áp dụng định lí côsin trong tam giác BMN ta được :  ,  vậy (BM; CD) = | | 1,0 |
| c. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD, H là giao điểm của BG và mp(SAC),  tính tỉ số | | **1,5** |
| Gọi P là trung điểm của CD, . Gọi J là giao điểm của BN và AC, vì BCNA là hình bình hành nên J là trung điểm của BN, mà IJ // NP nên I là trung điểm của BP | | 0,5 |
| Trong tam giác SBP vẽ GK // SI , ta có:  (do G là trọng tâm của tam giác SCD) | | 1,0 |
| **7** | Cho các số thực dương  thỏa mãn  .  Chứng minh rằng: | | ***1,5*** |
|  | Ta có:    hoặc  (loại vì x, y > 0) | | 0,5 |
| Với , ta có | | 0,5 |
| Vậy ; tương tự ta cũng được:  ;  Cộng theo vế 3 bất đẳng thức trên ta được :  đpcm  ***Ghi chú:*** *HS có thể chứng minh bằng cách đặt x = tanA, y = tanB, z = tanC với A, B, C là độ dài 3 cạnh của một tam giác nhọn. Khi đó bđt trở thành:* | | 0,5 |

--------------HẾT--------------

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** |  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH VÒNG 2** |
| **LONG AN** |  | **NĂM HỌC: 2018-2019** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** |  | Môn thi: **TOÁN** |
|  | Ngày thi: **21/9/2018 (Buổi thi thứ hai)** |
| *(Đề thi có 01 trang, gồm 03 câu)* |  | Thời gian: **180 phút** **(không kể thời gian phát đề)** |
|  |  |  |

**Câu 5** **(6,0 điểm):**

Cho hàm số  thỏa , .

a) Chứng minh rằng: “Nếu tồn tại  sao cho  thì  là đơn ánh”.

b) Tìm tất cả các hàm số .

**Câu 6 (7,0 điểm):**

Cho dãy số  được xác định như sau: 

Chứng minh rằng dãy số đã cho có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

**Câu 7 (7,0 điểm):**

Có bao nhiêu số tự nhiên có  chữ số, trong mỗi số đó các chữ số đều lớn hơn 1 và không có hai chữ số khác nhau cùng nhỏ hơn 7 đứng liền nhau?

**---------- HẾT ----------**

*(Thí sinh không được sử dụng tài liệu – Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)*

***Họ và tên thí sinh:*** *……………………………………………* ***Số báo danh:*** *…………………………………*

***Cán bộ coi thi 1*** *(ký, ghi rõ họ và tên)* ***Cán bộ coi thi 2*** *(ký, ghi rõ họ và tên)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** |  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH VÒNG 2** |
| **LONG AN** |  | **NĂM HỌC: 2018-2019** |
|  |  | Môn thi: **TOÁN** |
|  | Ngày thi: **21/9/2018 (Buổi thi thứ hai)** |
|  |  | Thời gian: **180 phút** **(không kể thời gian phát đề)** |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

*Cách giải khác nếu đúng thì giám khảo vẫn cho đủ số điểm.*

|  |  |
| --- | --- |
| **NỘI DUNG** | **ĐIỂM** |
| **Câu 5 (6*,0 điểm*):**  Cho hàm số  thỏa , với mọi .  a) Chứng minh rằng: “Nếu tồn tại  sao cho  thì  là đơn ánh”.  b) Tìm tất cả các hàm số . | |
| Lấy  sao cho .  Thế  bởi  và thế  lần lượt bởi  ta được: | 1,0 |
| Từ (1), (2), (3) ta được:  (vì ).  Vậy  là một đơn ánh. | 1,0 |
| TH1: Nếu  với mọi . Thử lại ta thấy thỏa mãn. | 1,0 |
| TH2: Nếu tồn tại  sao cho .  Thế  vào đề bài ta được: .  Vì  là đơn ánh nên ta được: . | 1,0 |
| Mặt khác, thế  vào đề bài ta được:  . | 1,0 |
| Vì  nên  hay .  Vậy  hoặc . | 1,0 |
| **Câu 6 (7,0 điểm):**  Cho dãy số  được xác định như sau:  Chứng minh rằng dãy số đã cho có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó. | |
| Ta có: | 0,5 |
| Xét hiệu: | 1,0 |
| Ta đi chứng minh: (\*)  Khi , dễ thấy mệnh đề (\*) đúng. | 0,5 |
| Giả sử: | 0,5 |
|  | 1,0 |
|  | 1,0 |
|  | 1,0 |
| Vậy  Mà  bị chặn dưới nên dãy số đã cho có giới hạn hữu hạn. | 0,5 |
| Gọi .  Ta có: | 1,0 |
| **Câu 7** ***(7,0 điểm)*** Có bao nhiêu số tự nhiên có  chữ số, trong mỗi số đó các chữ số đều lớn hơn 1 và không có hai chữ số khác nhau cùng nhỏ hơn 7 đứng liền nhau? | |
| Xét trường hợp tổng quát với số tự nhiên có  chữ số, với  là số nguyên dương.  Gọi  lần lượt là tập các số tự nhiên có  chữ số thỏa yêu cầu đề bài mà chữ số tận cùng nhỏ hơn 7 và chữ số tận cùng lớn hơn 6. | 0,5 |
| Lấy một phần tử  thuộc , có một cách thêm vào chữ số cuối cho  (thêm vào bên phải chữ số cuối cùng của ) để được một phần tử của  và có 3 cách thêm vào chữ số cuối cho  để được một phần tử của . | 0,5 |
| Lấy một phần tử  thuộc , có 5 cách thêm vào chữ số cuối cho  để được một phần tử của  và có 3 cách thêm vào chữ số cuối cho  để được một phần tử của . | 0,5 |
| Ta có:. | 1,0 |
| Khi đó: . | 1,0 |
| với | 1,0 |
| Kí hiệu , ta được: , trong đó . | 1,0 |
| Sử dụng sai phân tuyến tính, ta được: . | 1,0 |
| Áp dụng cho , ta có  số cần tìm. | 0,5 |

**…….…HẾT…….…**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** |  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH VÒNG 2** |
| **LONG AN** |  | **NĂM HỌC: 2018-2019** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** |  | Môn thi: **TOÁN** |
|  | Ngày thi: **20/9/2018 (Buổi thi thứ nhất)** |
| *(Đề thi có 01 trang, gồm 04 câu)* |  | Thời gian: **180 phút** **(không kể thời gian phát đề)** |
|  |  |  |

**Câu 1** **(5,0 điểm):**

Giải hệ phương trình sau trên tập số thực: 

**Câu 2 (5,0 điểm):**

Cho hàm số  ( là tham số thực) có đồ thị . Tìm tất cả các giá trị của  sao cho trên đồ thị  tồn tại duy nhất một điểm mà tiếp tuyến của  tại điểm đó vuông góc với đường thẳng .

**Câu 3 (5,0 điểm):**

Cho tam giác  có ba góc nhọn, không cân và nội tiếp đường tròn . Gọi  là chân đường cao kẻ từ  và  là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác . Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai  ( khác ). Gọi  là đường kính của . Đường thẳng  cắt các đường thẳng  theo thứ tự tại  và . Chứng minh .

**Câu 4 (5,0 điểm):**

Cho  là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ . Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là bội của 4.

**---------- HẾT ----------**

*(Thí sinh không được sử dụng tài liệu – Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)*

***Họ và tên thí sinh:*** *……………………………………………* ***Số báo danh:*** *…………………………………*

***Cán bộ coi thi 1*** *(ký, ghi rõ họ và tên)* ***Cán bộ coi thi 2*** *(ký, ghi rõ họ và tên)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** |  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH VÒNG 2** |
| **LONG AN** |  | **NĂM HỌC: 2018-2019** |
|  |  | Môn thi: **TOÁN** |
|  | Ngày thi: **20/9/2018 (Buổi thi thứ nhất)** |
|  |  | Thời gian: **180 phút** **(không kể thời gian phát đề)** |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

*Cách giải khác nếu đúng thì giám khảo vẫn cho đủ số điểm.*

|  |  |
| --- | --- |
| **NỘI DUNG** | **ĐIỂM** |
| **Câu 1 ( 5,0 điểm):**  Giải hệ phương trình sau trên tập số thực: | |
| Điều kiện  . Đặt | 0,5 |
| Ta có: | 1,0 |
| Thay  vào , ta có: | 1,0 |
| Thay  vào , ta có: | 1,0 |
|  | 1,0 |
| . So điều kiện, hệ có nghiệm | 0,5 |
| **Câu 2 (5,0 điểm):**  Cho hàm số  ( là tham số thực) có đồ thị . Tìm tất cả các giá trị của  sao cho trên đồ thị  tồn tại duy nhất một điểm mà tiếp tuyến của  tại điểm đó vuông góc với đường thẳng . | |
| Tiếp tuyến có hệ số góc bằng | 0,5 |
| Gọi  là hoành độ tiếp điểm thì  là nghiệm của phương trình | 1,0 |
| Để thỏa yêu cầu bài toán thì  có nghiệm duy nhất.  Vì  không là nghiệm của  nên | 1,0 |
| Xét hàm số: | 0,5 |
| Bảng biến thiên   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  | 0 | |  | 1 |  |  | |  |  |  |  |  |  | 0 |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  | | 1,0 |
| Từ bảng biến thiên,  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi .  Vậy  thỏa yêu cầu bài toán. | 1,0 |
| **Câu 3 (5,0 điểm):**  Cho tam giác  có ba góc nhọn, không cân và nội tiếp đường tròn . Gọi  là chân đường cao kẻ từ  và  là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác . Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai  ( khác ). Gọi  là đường kính của . Đường thẳng  cắt các đường thẳng  theo thứ tự tại  và . Chứng minh . | |
|  |  |
| Ta có  mà *AI* là phân giác góc *A* nên . Suy ra tam giác *ANA*' cân tại *A*. | 1,0 |
| Gọi *L* là giao điểm của *MA* và *BC*.  Ta có . Suy ra, tứ giác *ALA'K* nội tiếp.  Do đó . (1) | 1,0 |
| Vì  hay  nên hai tam giác  và  đồng dạng.  Suy ra . (2) | 1,0 |
| Do là các tia phân giác trong của tam giác *ABC* nên ta có:  và .  Do đó,  nên tam giác  cân tại . Suy ra,. (3) | 1,0 |
| Từ (1), (2), (3) suy ra . | 1,0 |
| **Câu 4 (5,0 điểm):**  Cho  là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ . Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là bội của 4. | |
| Ta có: . | 0,5 |
| Gọi  là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số mà tổng các chữ số của nó chia hết cho 4. .  Xét . Nếu  thì mỗi giá trị của  sẽ có hai giá trị của  sao cho  (đó là ). Nếu  thì mỗi giá trị của  sẽ có ba giá trị của  sao cho  (đó là ). | 1,0 |
| Gọi , .  Khi đó, ta có: . | 1,0 |
| Xét tập hợp  với . Nếu  thì mỗi giá trị của  sẽ có hai giá trị của  sao cho . Nếu  thì mỗi giá trị của  sẽ có ba giá trị của  sao cho . | 1,0 |
| Gọi , .  Khi đó, ta có: , với .  Suy ra: . | 1,0 |
| Gọi biến cố : “Số được chọn có tổng các chữ số là bội của 4”. Khi đó, xác suất của biến cố  là: . | 0,5 |

**…….…HẾT…….…**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD & ĐT NGHỆ AN**  **Trường THPT Anh Sơn I** | **ĐỀ THI KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH KHỐI 11 – NĂM HỌC 2017-2018**  **Môn Toán – Thời gian làm bài : 150 phút** |

|  |
| --- |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** |

**Câu 1**.( **6 điểm**). Giải các phương trình sau:

a) 

b) 

**Câu 2.( 5 điểm).** a,Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số khác nhau trong đó có ba chữ số chẵn và ba chữ số lẻ. Trong các số trên có bao nhiêu số mà các chữ số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

b) Xác định số hạng chứa x28 khi khai triển  thành đa thức.

Biết 

**Câu 3.** *(***5 điểm**). Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, tất cả các cạnh bên đều bằng *a*. Gọi điểm *M* thuộc cạnh *SD* sao cho *SD = 3SM*, điểm *G* là trọng tâm tam giác *BCD*.

a) Chứng minh rằng *MG* song song với mp*(SBC)*

b) Gọi () là mặt phẳng chứa *MG* và song với *CD*. Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp với mp()

c) Xác định điểm *P* thuộc *MA* và điểm *Q* thuộc *BD* sao cho *PQ* song song với *SC*. Tính *PQ* theo *a*.

**Câu 4 (*2,0 điểm*).** Trong mặt phẳng O*xy*, cho tam giác *ABC;* đường thẳng AD là phân giác trong góc *Â*. Trên đoạn AD lấy hai điểm M, N ( M, N khác A và D ) sao cho ****. Đường thẳng CN cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABN tại điểm F; biết phương trình FA là  và . Xác định tọa độ điểm A biết đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC đi qua điểm .

**Câu 5 (*2,0 điểm*).** Cho  là các số thực dương thoả mãn: . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

--------------------------------------------------------------------------------------

***Lưu ý: thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay***

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN LỚP 11**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG NĂM HỌC 2017 - 2018**

**(*Đáp án gồm 4 trang*)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1** |  | **6.0** |
| **a)** |  | **3.0** |
| Ta có | 1.0 |
|  | 0.5 |
| \* | 0.5 |
| \*  Vậy PT đã cho có nghiệm | 1.0 |
| **b)** |  | **3.0** |
| ĐK  Ta có : | 1.0 |
|  | 1.0 |
|  | 1.0 |
| **Câu 2** |  | **5.0** |
| a) | \* Có 5 số lẻ và 4 số chẵn từ chín số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9  Suy ra có  cách chọn 3 số lẻ từ năm số 1, 3, 5, 7, 9  và có  cách chọn 3 số chẵn từ bốn số 2, 4, 6, 8 | 0.5 |
| Cứ ba chữ số lẻ ghép với ba chữ số chẵn ta được một tập gồm 6 phần tử. Theo quy tắc nhân có  cách chọn các tập hợp mà mỗi tập có 3 số chẵn và 3 số lẻ từ các số trên | 0.5 |
| Ứng với mỗi tập có 6! cách sắp xếp thứ tự các phần tử và mỗi cách sắp xếp thứ tự đó ta được một số thỏa mãn bài toán | 0.5 |
| Do đó theo quy tắc nhân có .6! = 28800 số có 6 chữ số khác nhau gồm 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ từ các số trên. | 0.5 |
| \* Có  tập hợp gồm ba chữ số lẻ và ba chữ số chẵn. Ứng với mỗi tập có duy nhất một cách sắp xếp các phần tử theo thứ tự tăng dần | 0.5 |
| Do đó mỗi tập hợp tương ứng với một số. Vậy có  = 40 số thỏa mãn | 0.5 |
| b) | Xét khai triển | 0.5 |
| Trừ hai đẳng thức theo vế ta có | 0.5 |
| Ta có | 0.5 |
| Suy ra số hạng chứa x28 trong khai triển  là: | 0.5 |
| **Câu 3** |  | **5.0** |
| a) |  | 0.5 |
| Gọi I là trung điểm của BC  Ta có  . Mà  nên MG //(SBC) | 0.5 |
| b) | Qua G kẻ đường thẳng song song với CD cắt AD và BC lần lượt tại E và F. Qua M kẻ đường thẳng song song với CD cắt SC tại H  Thiết diện của hình chóp với mp() là tứ giác EFHM | 0.5 |
| Ta có HM//EF vì cùng song song với CD  nên tam giác DME bằng tam giác CHF suy ra ME = HF do đó EFHM là hình thang cân | 0.5 |
| Ta có:  . Gọi h là độ dài đường cao của hình thang ta có | 0.5 |
|  | 0.5 |
| Diện tích thiết diện là |
| c) |  | 0.5 |
| Qua M dựng đường thẳng song song với SC cắt CD tại N. Nối A với N cắt BD tại Q. Trong mp (AMN) từ Q dựng đường thẳng song song với MN cắt AM tại P.  Ta có PQ//MN, MN//SC nên PQ//MN  Suy ra hai điểm P, Q thỏa mãn điều kiện bài toán. | 0.5 |
| Ta có ,    Suy ra | 1.0 |
| **Câu 4** |  | **2.0** |
|  |  | 0.5 |
| Gọi E là giao điểm thứ hai của BM và đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC. Ta chứng minh E thuộc AF.  Thật vậy tứ giác AFBN nội tiếp nên  Tương tự **,** theo giả thiết **,** suy ra:  Do đó tứ giác BCEF nội tiếp. Suy ra **.**  Suy ra A, E, F thẳng hàng. | 0.5 |
| Đường thẳng BM đi qua B và M nên có phương trình: .  , suy ra tọa độ của E là nghiệm của hpt: |
| Đường tròn (T) ngoại tiếp tam giác AMC có phương trình dạng:    Vì M, Q, E thuộc (T) nên ta có hpt:  Suy ra (T) có pt: . | 0.5 |
| *A là giao điểm của AE và (T) nên tọa độ điểm A là nghiệm của hpt*:  . Vậy | 0.5 |
| **Câu 5** |  | **2.0** |
|  | Cho  là các số thực dương thoả mãn: . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  Ta cã | 0.5 |
|  | 0.5 |
|  | 0.5 |
| DÊu ®¼ng thøc x¶y ra khi :  VËy | 0.5 |

*Chú ý : Nếu học sinh giải cách khác vẫn đạt điểm tối đa theo các phần trên*

…… Hết ……

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THANH HÓA**  **ĐỀ THI THỬ SỐ 1**  **Số báo danh**  **……………………............**  …........................ | **KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **Năm học: 2018 - 2019**  **Môn thi: TOÁN - Lớp 11 THPT**  *Thời gian:* **180 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu |

**Câu I** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho hàm số (\*).Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (\*) khi **** Tìm *m* để đường thẳng **** cắt đồ thị các hàm số **(\*)** tại hai điểm phân biệt cùng nằm bên phải trục tung.

**2.** Giải bất phương trình  .

**Câu II** *(4,0 điểm)*

**1.** Giải phương trình 

**2.** Giải hệ phương trình 

**Câu III** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho  là các số thực dương thoả mãn . Chứng minh bất đẳng thức

.

**2.** Cho. Xét dãy số  . Tính .

**Câu IV** *(4,0 điểm)*

**1.** Từ tập  có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số chia hết cho .

**2**. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  cho tứ giác  nội tiếp đường tròn có tâm  Tiếp tuyến của đường tròn  tại  cắt các tiếp tuyến tại  lần lượt tại  Phương trình đường thẳng Tìm tọa độ giao điểm  của các tiếp tuyến với đường tròn tại và tại 

**Câu V** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho hình chóp  có , ,  là điểm bất kì trong không gian. Gọi  là tổng khoảng cách từ  đến tất cả các đường thẳng , , , , , . Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**2.** Cho hình chóp tam giác đều  cạnh đáy , đường cao . Gọi  là điểm thuộc đường cao  của tam giác  . Xét mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với . Đặt  . Tìm  để thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  có diện tích lớn nhất.

**…………………..Hết………………….**

**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **NỘI DUNG** | **Điểm** |
| **I** | **1.** Cho hàm số (\*)  Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (\*) khi  Tìm *m* để đường thẳng cắt đồ thị các hàm số **(\*)** tại hai điểm phân biệt cùng nằm bên phải trục tung. | **2.0** |
| **4,0 điểm** | Lập bảng biến thiên | 0.50 |
| Vẽ đồ thị | 0.50 |
| Yêu cầu bài toán Phương trình sau có hai nghiệm dương phân biệt | 0.50 |
| Kết hợp nghiệm, kết luận | 0.50 |
| **2.** Giải bất phương trình  . | **2.0** |
| Điều kiện:  Ta có: | 0.50 |
|  | 0.50 |
|  | 0.50 |
| luôn đúng  **Kết luận**: Tập nghiệm cần tìm của bất phương trình là | 0.50 |
| **II** | **1.** Giải phương trình | **2.0** |
| **4,0**  **điểm** | Điều kiện:  (\*).  Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương với: | 0.50 |
|  | 0.50 |
| Với | 0.50 |
| Với  Kết hợp với điều kiện (\*) ta được nghiệm của phương trình đã cho là:  và | 0.50 |
| **2.** Giải hệ phương trình | **2.0** |
| Điều kiện  Từ : sử dụng bất đẳng thức AM-GM ta có  và  , cộng hai kết quả trên ta được | 0.50 |
| , tương tự ta cũng có ,  suy ra  Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi | 0.50 |
| Thế vào phương trình  ta được pt:  Giải pt | 0.50 |
| .  (Loại)  Khi . Thử lại  thỏa mãn hệ phương trình  Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất . | 0.50 |
| **III** | **1.** Cho  là các số thực dương thoả mãn . Chứng minh bất đẳng thức  . | **2.0** |
| **4,0**  **điểm** |  | 0.50 |
| Tương tự có ; .  Do đó, cộng theo vế các bất đẳng thức trên và sử dụng bất đẳng thức Schur cùng giả thiết  ta được | 0.50 |
| Hay  Mặt khác | 0.50 |
| Từ  và  suy ra  Do vậy  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . | 0.50 |
| **2.** Cho. Xét dãy số  . Tính . | **2.0** |
| Ta có: . | 0.50 |
|  | 0.50 |
|  | 0.50 |
| . | 0.50 |
| **IV** | **1.** Từ tập  có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số chia hết cho . | **2.0** |
| **4,0**  **điểm** | Gọi số phải tìm có dạng , , . Kết hợp với đề bài ta có: ; ; .  **Ta xét trường hợp 1**: , với ,  với  Đặt , với , khi đó ta có:  .  Số nghiệm nguyên dương bất kỳ của  là  .  Nếu , ta có , nên không trùng với các trường hợp . Phương trình này có  nghiệm.  Nếu , ta có  nên không trùng với các trường họp nào ở trên, phương trình này có  nghiệm nên với  vị trí  có nghiệm.  Vậy trong trường hợp này có  số thỏa mãn. | 0.50 |
| **Ta xét trường hợp 2**: , với ,  với  Đặt , với , khi đó ta có:  .  Số nghiệm nguyên dương bất kỳ của  là  .  Nếu , ta có , nên không trùng với các trường hợp . Phương trình này có  nghiệm.  Nếu ,  ta có  nên không trùng với các trường họp nào ở trên, phương trình này có  nghiệm nên với  vị trí  có nghiệm.  Vậy trong trường hợp này có  số thỏa mãn. | 0.50 |
| **Ta xét trường hợp 3**: , với ,  với  Đặt , với , khi đó ta có:  .  Từ  và   nên tập nghiệm của không vượt khỏi miền xác định của . Phương trình này có  nghiệm. | 0.50 |
| Vậy trong trường hợp này có  số thỏa mãn.  Như vậy tất cả có  số | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  cho tứ giác  nội tiếp đường tròn có tâm  Tiếp tuyến của đường tròn  tại  cắt các tiếp tuyến tại  lần lượt tại  Phương trình đường thẳng Tìm tọa độ giao điểm  của các tiếp tuyến với đường tròn tại và tại | **2.0** |
| Do  nên  nằm trên cung nhỏ  Vì  là hình vuông,  là phân giác góc  là phân giác góc  nên | 0.50 |
| Gọi  Khi đó,      không thỏa mãn.  thỏa mãn. | 0.50 |
| Gọi  là vtpt của  Khi đó, phương trình  Vì  là tiếp tuyến của  nên    Nếu  chọn Phương trình  Nếu  chọn Phương trình | 0.50 |
| Với phương trình  thì PT . ta tìm được tọa độ điểm  gọi tọa độ điểm ta có    thỏa mãn do .  không thỏa mãn do .  Với phương trình  thì PT. ta tìm được tọa độ điểm  loại do  Vậy .  ***Chú ý:*** *Nếu học sinh thừa nghiệm hình thì trừ 0,25 điểm* | 0.50 |
| **V** | Cho hình chóp  có , ,  là điểm bất kì trong không gian. Gọi  là tổng khoảng cách từ  đến tất cả các đường thẳng , , , , , . Tìm giá trị nhỏ nhất của | **2.0** |
| **4,0**  **điểm** | Ta có khối chóp  là khối chóp tam giác đều.  Gọi  là trọng tâm tam giác . Khi đó  là chiều cao của khối chóp .  Gọi ,,lần lượt là trung điểm của ,, và ,, lần lượt là hình chiếu của ,, trên ,,.  Khi đó ,,tương ứng là các đường vuông góc chung của các cặp cạnh  và ,  và ,  và .  Ta có . Do đó  nên *.* | 0.50 |
| Suy ra  (cùng song song với ). Do đó bốn điểm ,,, đồng phẳng.  Tương tự ta có bộ bốn điểm ,,, và ,,, đồng phẳng.  Ba mặt phẳng ,, đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến , , . Suy ra ,, đồng quy tại điểm  thuộc . | 0.50 |
| Xét điểm bất kì trong không gian.  Ta có .  Do đó  nhỏ nhất bằng  khi . | 0.50 |
| Ta có , , ,  .Suy ra .  Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là . | 0.50 |
| **2.** Cho hình chóp tam giác đều  cạnh đáy , đường cao . Gọi  là điểm thuộc đường cao  của tam giác  . Xét mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với . Đặt  . Tìm  để thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  có diện tích lớn nhất. | **2.0** |
| Theo giả thiết *M* thuộc *OA’*. Ta có *SO ⊥ (ABC)*⇒ *SO ⊥ AA’*, tam giác *ABC* đều nên *BC* *⊥ AA’*. Vậy *(P)* qua *M* song song với *SO* và *BC.*  Xét *(P*) và *(ABC)* có *M* chung. Do *(P) // BC* nên kẻ qua *M* đường thẳng song song  với *BC* cắt *AB, AC* tại *E, F*. | 0.50 |
| Tương tự kẻ qua *M* đường thẳng song song với *SO* cắt *SA’* tại *N*, qua *N* kẻ đường thẳng song song với *BC* cắt *SB*, *SC* tại *H, Q*. Ta có thiết diện là tứ giác *EFGH.*  Ta có *EF // BC // GH, M, N* là trung điểm *EF, GH* nên *EFGH* là hình thang cân đáy *HG, EF*. Khi đó: . Ta có nên *EF* = | 0.50 |
| . | 0.50 |
| đạt giá trị lớn nhất bằng  khi và chỉ khi .  Vậy giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện bằng  khi . | 0.50 |

**...........................Hết........................**

|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT HẬU LỘC 4**  **TỔ: Toán**  **ĐỀ KIỂM TRA LẦN 1**  **Số báo danh**  **……………………............**  …........................ | **KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG ĐỘI TUYỂN**  **Năm học: 2018 - 2019**  **Môn thi: TOÁN - Lớp 11 THPT**  *Thời gian:* **180 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu |

**Câu I** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho hàm số  (\*) và đường thẳng .

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (\*). Tìm  để  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn 

**2.** Giải bất phương trình .

**Câu II** *(4,0 điểm)*

**1.** Giải phương trình 

**2.** Giải hệ phương trình  .

**Câu III** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng



**2.** Cho dãy số (un) được xác định bởi . Tính giới hạn .

**Câu IV** *(4,0 điểm)*

**1.** Tìm  để hệ phương trình sau có nghiệm  .

**2**. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho hình chữ nhật ABCD, có đỉnh , đỉnh C nằm trên đường thẳng . Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho , biết  là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật ABCD.

**Câu V** *(4,0 điểm)*

**1.** Cho dãy số  xác định .Tính .

**2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  nội tiếp đường tròn  , đường thẳng AC đi qua điểm . Gọi M, N là chân các đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là  và điểm A có hoành độ âm.

**...........................Hết........................**

**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **NỘI DUNG** | **Điểm** |
| **I**  **4,0 điểm** | **1.** Cho hàm số  (\*) và đường thẳng .  Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (\*). Tìm  để  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn | **2.0** |
|  | + Lập bảng biến thiên và vẽ (P):  ta có đỉnh  Ta có bảng biến thiên:    -1 | 0.50 |
| đồ thị là parabol có bề lõm hướng lên có trục đối xứng là đường thẳng  cắt trục hoành tại điểm  cắt trục tung tại điểm  Ta có đồ thị của hàm số:  -1  -4  x  y  -3  1  O | 0.50 |
| Đk:  Xét phương trình hoành độ giao điểm  (1)  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  khi đó theo định lí viet ta có | 0.50 |
| Ta có    kết hợp với điều kiện ta được | 0.50 |
| **2.** Giải bất phương trình | **2.0** |
| Điều kiện:  Suy ra: | 0.50 |
|  | 0.50 |
| hoặc | 0.50 |
| **Kết luận**: Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là | 0.50 |
| **II**  **4,0 điểm** | **1.** Giải phương trình | **2.0** |
|  | Điều kiện : | 0.50 |
| Pt | 0.50 |
| hoặc  (loại). | 0.50 |
| Với  Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là: ;  với . | 0.50 |
| **2.**Giải hệ phương trình  . | **2.0** |
| Điều kiện : .  Từ phương trình thứ nhất trong hệ ta có : | 0.50 |
| . | 0.50 |
| Thay  vào phương trình thứ hai trong hệ ta có phương trình : | 0.50 |
| Vì , . Đối chiều điều kiện ta có nghiệm của hệ : . | 0.50 |
| **III**  **4,0 điểm** | **1.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng | **2.0** |
|  | Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có  Tương tự ta được | 0.50 |
| Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được    Cũng theo bất đẳng thức Cauchy ta lại có | 0.50 |
| Áp dụng tương tự ta được  Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được  Do đó ta suy ra | 0.50 |
| Ta cần chứng minh được  Đánh giá cuối cùng là một đánh giá đúng theo bất đẳng thức Cauchy và giả thiết  Bài toán được giải quyết xong. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi . | 0.50 |
| **2.** Cho dãy số (un) được xác định bởi .  Tính giới hạn . | **2.0** |
| Ta có | 0.50 |
| Đặt  (*vn*) là cấp số nhân có công bội  và số hạng đầu | 0.50 |
| Khi đó | 0.50 |
| . | 0.50 |
| **IV**  **4,0 điểm** | **1.** Tìm  để hệ phương trình sau có nghiệm | **2.0** |
|  | |  |  | | --- | --- | | Đk: |  |   Ta có pt(1) | 0.50 |
| Đặt  (đk  ). Ta có hệ phương trình  (\*)  Hệ phương trình đã cho có nghiệm  hệ (\*) có nghiệm  Nếu  hệ (\*) vô nghiệm  hệ phương trình đã cho vô nghiệm | 0.50 |
| Nếu . Chọn hệ tọa độ  ta có  Pt(1) cho ta  đường tròn  tâm  ( vì )  Pt(2) cho ta đường tròn tâm  ( vì )  Hệ phương trình có nghiệm  cắt | 0.50 |
| Vậy hệ đã cho có nghiệm | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho hình chữ nhật ABCD, có đỉnh , đỉnh C nằm trên đường thẳng . Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho , biết  là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật ABCD. | **2.0** |
| Tứ giác ADBN nội tiếp  và  (do ABCD là hình chữ nhật). Suy ra  hay tứ giác ANCD nội tiếp được một đường tròn, mà | 0.50 |
| Giả sử , từ  Tứ giác ABEC là hình bình hành, suy ra  Đường thẳng NE qua N và song song với AC nên có phương trình | 0.50 |
| Giả sử , ta có | 0.50 |
| Từ đó dễ dàng suy ra  Vậy , , . | 0.50 |
| **V**  **4,0 điểm** | **1.** Cho dãy số  xác định .  Tính . | **2.0** |
|  | Theo giả thiết ta có:  mà  suy ra.  do đó dãy là dãy tăng.  Giả sử dãy  bị chặn trên suy ra  với  khi đó. | 0.50 |
| .  Vô lý do . Suy ra dãy không bị chặn trên do đó. | 0.50 |
| Ta có: | 0.50 |
| Đặt : | 0.50 |
| **2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  nội tiếp đường tròn  , đường thẳng AC đi qua điểm . Gọi M, N là chân các đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là  và điểm A có hoành độ âm. | **2.0** |
| |  |  | | --- | --- | | Gọi I, J lần lượt là giao điểm của BM, CN với đường tròn  Do tứ giác  nội tiếp nên , lại có  (cùng chắn cung IC) do đó  Lại có |  | | 0.50 |
| Từ đó ta có:  +) Do đi qua  và vuông góc với  nên Phương trình đường thẳng  +) Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ | 0.50 |
| +) Do đi qua và , nên phương trình đường thẳng  Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ  +) Do M là giao điểm của  và nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ | 0.50 |
| +) Đường thẳng BM đi qua và vuông góc với nên phương trình đường thẳng  Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ  Vậy  hoặc | 0.50 |

**...........................Hết........................**