**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG**

## A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

**1. Định nghĩa**

d ⊥ (P) ⇔ d ⊥ a, ∀a ⊂ (P)

**2. Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng**



**3. Tính chất**

• **Mặt phẳng trung trực** của một đoạn thẳng là mặt phẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của nó.

*Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.*

•  • 

•  • 

•  • 

**4. Định lí ba đường vuông góc**

Cho , a′ là hình chiếu của a trên (P). Khi đó b ⊥ a ⇔ b ⊥ a′

**5. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng**

• Nếu d ⊥ (P) thì  = 900.

• Nếu  thì  =  với d′ là hình chiếu của d trên (P).

**Chú ý:** 00 ≤  ≤ 900.

## B – BÀI TẬP

**Câu 1:** Cho hai đường thẳng phân biệt  và mặt phẳng, trong đó. Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.** Nếu  thì . **B.** Nếu  thì.

**C.** Nếu  thì. **D.** Nếu  thì .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

**Câu 2:** Trong không gian cho đường thẳng  và điểm . Qua  có mấy đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

**A. .** **B. .** **C.** . **D.** Vô số.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Qua điểm  có thể dựng vô số đường thẳng vuông góc với , các đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng vuông góc với .

**Câu 3:** Mệnh đề nào sau đây có thể **sai**?

**A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

**B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.

**D.** Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song chỉ đúng khi ba đường thẳng đó đồng phẳng.

**Câu 4:** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Nếu đường thẳng  thì  vuông góc với hai đường thẳng trong .

**B.** Nếu đường thẳng  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  thì .

**C.** Nếu đường thẳng  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  thì  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong .

**D.** Nếu  và đường thẳng  thì .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Đường thẳng  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  thì  chỉ đúng khi hai đường thẳng đó cắt nhau.

**Câu 5:** Trong không gian tập hợp các điểm  cách đều hai điểm cố định  và  là

**A.** Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng **.** **B.** Đường trung trực của đoạn thẳng .

**C.** Mặt phẳng vuông góc với  tại . **D.** Đường thẳng qua  và vuông góc với .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

Theo định nghĩa mặt phẳng trung trực.

**Câu 6:** Trong không gian cho đường thẳng  và điểm. Qua  có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với  cho trước?

**A.** Vô số. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

**Câu 7:** Qua điểm  cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  cho trước?

**A.**  **B.** Vô số **C. **  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

Theo tiên đề qua điểm cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ

Chọn đáp án **A.**

**Câu 8:** Trong không gian cho đường thẳng  không nằm trong mp , đường thẳng  được gọi là vuông góc với mp  nếu:

**A.** vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mp 

**B.** vuông góc với đường thẳng  mà  song song với mp 

**C.** vuông góc với đường thẳng  nằm trong mp 

**D.** vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp 

***Hướng dẫn giải:***

Đường thẳng  được gọi là vuông góc với mặt phẳng  nếu  vuông góc với mọi đường thẳng trong mặt phẳng .(*ĐN đường thẳng vuông góc với mặt phẳng*). Vậy đáp án **D** đúng.

**Câu 9:** Cho là các đường thẳng trong không gian. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

**A.** Nếu  và  thì 

**B.** Nếu  vuông góc với mặt phẳng  và  thì 

**C.** Nếu  và  thì 

**D.** Nếu , và  cắt  thì  vuông góc với mặt phẳng 

***Hướng dẫn giải:***

Nếu  thì  và  có thể trùng nhau nên đáp án **A** sai.

**Câu 10:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.** Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**B.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**C.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**D.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

***Hướng dẫn giải:***

Qua một điểm cho trước có thể kẻ được vô số mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng cho trước.

Vậy chọn đáp án .

**Câu 11:** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.** Nếu  và  thì  **B.** Nếu  và  thì.

**C.** Nếu  và thì . **D.** Nếu  và  thì .

**Câu 12:** Cho hai đường thẳng  và . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** Nếu  và  thì . **B.** Nếu  và  thì .

**C.** Nếu  và  thì . **D.** Nếu  và  thì .

***Hướng dẫn giải:***

Câu A sai vì  có thể vuông góc với .

Câu B đúng bởi  sao cho , . Khi đó .

Câu C sai vì  có thể nằm trong .

Câu D sai vì  có thể nằm trong .

Vậy chọn **B.**

**Câu 13:** Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

**A.** Hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ một mp chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.

**B.** Qua một điểm  cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng Δ cho trước.

**C.** Qua một điểm  cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**D.** Qua một điểm  cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**Câu 14:** Tập hợp các điểm cách đều các đỉnh của một tam giác là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa tam giác đó và đi qua:

**A.** Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó. **B.** Trọng tâm tam giác đó.

**C.** Tâm đường tròn nội tiếp tam giác đó. **D.** Trực tâm tam giác đó.

**Câu 15:** mệnh đề **đúng** trong các mặt phẳng sau:

**A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

**B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

**C.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

**D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

***Hướng dẫn giải:*:**

Đáp án **A** sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

Đáp án **B** sai vì hai mặt phẳng đó có thể cắt nhau.

Đáp án **C** sai vì hai đường thẳng đó có thể trùng nhau.

Chọn đáp án **D.**

**Câu 16:** Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

**A.** Cho hai đường thẳng vuông góc với nhau, mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mp thì song song với nhau.

**C.** Cho hai mp song song, đường thẳng nào vuông góc với mặt mp này thì cũng vuông góc với mp kia.

**D.** Cho hai đường thẳng song song, mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

***Hướng dẫn giải:***

Vì qua một đường thẳng dựng được vô số mặt phẳng

**Câu 17:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Nếu đường thẳng  song song với mặt phẳng  và đường thẳng  vuông góc với  thì  vuông góc với mặt phẳng 

**B.** Nếu đường thẳng  song song với đường thẳng  và  song song với mặt phẳng  thì  song song hoặc nằm trên mặt phẳng 

**C.** Nếu đường thẳng  song song với mặt phẳng  và đường thẳng  vuông góc với mặt phẳng  thì vuông góc với 

**D.** Một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó.

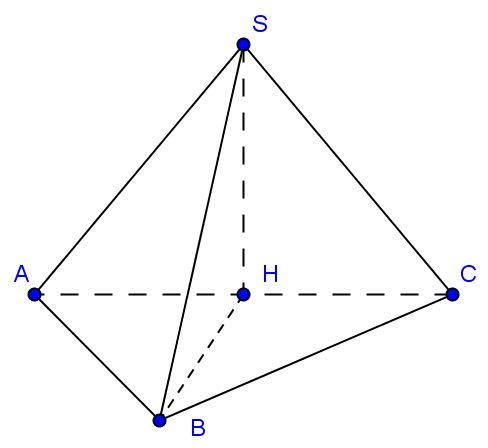
***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Giả sử xét hình lập phương  như hình vẽ có  nhưng  Chọn đáp án **A.** |  |

**Câu 18:** Cho hình chóp  có  và tam giác  vuông tại . Vẽ , . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A. ** trùng với trọng tâm tam giác . **B. ** trùng với trực tâm tam giác **.**

**C. ** trùng với trung điểm của . **D. ** trùng với trung điểm của .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Do  nên . Suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp .

Mà  vuông tại  nên  là trung điểm của .

**Câu 19:** Cho hình chóp  thỏa mãn. Tam giác  vuông tại. Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

**A.** **.** **B.** **.**

**C.** **.** **D.** **.**

***Hướng dẫn giải:*.**



**Chọn A.**

**Câu 20:** Cho hình chóp  có các cạnh bên bằng nhau **.** Gọi  là hình chiếu của  lên mặt đáy . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** .

**B.** Tứ giác  là hình bình hành.

**C.** Tứ giác  nội tiếp được trong đường tròn.

**D.** Các cạnh , , ,  hợp với đáy  những góc bằng nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Vì hình chóp có các cạnh bên bằng nhau

 và  là hình chiếu của  lên mặt đáy 

Nên  tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác

Suy ra . Nên đáp án **B** sai.

**Câu 21:** Cho hình chóp  có  và tam giác  không vuông, gọi  lần lượt là trực tâm các tam giác và . Các đường thẳng  thỏa mãn:

**A.** Đồng quy. **B.** Đôi một song song.

**C.** Đôi một chéo nhau. **D.** Đáp án khác.

***Hướng dẫn giải:***

Gọi ** là đường cao của tam giác   mà

 nên 

**Câu 22:** Cho hình chóp  có các mặt bên tạo với đáy một góc bằng nhau. Hình chiếu  của  trên là:

**A.** Tâm đường tròn nội tiếp tam giác  **B.** Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**C.** Trọng tâm tam giác  **D.** Giao điểm hai đường thẳng  và 

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  lần lượt là hình chiếu của  lên các cạnh

Theo định lý ba đường vuông góc ta có  lần lượt là hình chiếu của  lên các cạnh



  là tâm dường tròn nội tiếp của 

**Câu 23:** Cho hình chóp đều, chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.** Chân đường cao của hình chóp đều trùng với tâm của đa giác đáy đó.

**B.** Tất cả những cạnh của hình chóp đều bằng nhau.

**C.** Đáy của hình chóp đều là miền đa giác đều.

**D.** Các mặt bên của hình chóp đều là những tam giác cân.

***Hướng dẫn giải:***

Hình chóp đều có thể có cạnh bên và cạnh đáy KHÔNG bằng nhau nên đáp án **B** sai.

**Câu 24:** Tính chất nào sau đây không phải là tính chất của hình lăng trụ đứng?

**A.** Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là những hình bình hành.

**B.** Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là những hình chữ nhật.

**C.** Các cạnh bên của hình lăng trụ đứng bằng nhau và song song với nhau.

**D.** Hai đáy của hình lăng trụ đứng có các cạnh đôi một song song và bằng nhau.

***Hướng dẫn giải:***

Chọn **A.**

## DẠNG 1: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG VÀ ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC ĐƯỜNG THẲNG

**Phương pháp:**

**\* Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng**

Muốn chứng minh đương thẳng  ta có thể dùng môt trong hai cách sau.

***Cách 1.*** Chứng minh  vuông góc với hai đường thẳng  cắt nhau trong .



***Cách 2****.* Chứng minh  vuông góc với đường thẳng  mà vuông góc với .



***Cách 3****.*Chứng minh d vuông góc với (Q) và (Q) // (P).

**\* Chứng minh hai đường thẳng vuông góc**

Để chứng minh d ⊥ a, ta có thể chứng minh bởi một trong các cách sau:

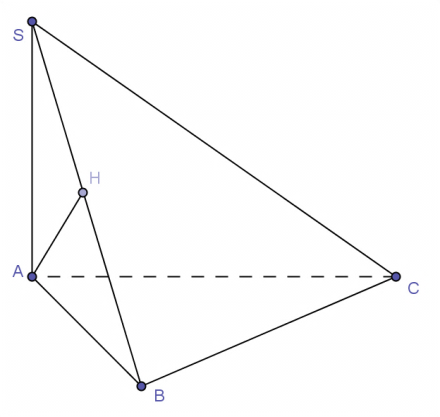
• Chứng minh d vuông góc với (P) và (P) chứa a.

• Sử dụng định lí ba đường vuông góc.

• Sử dụng các cách chứng minh đã biết ở phần trước.

**Câu :** Cho hình chóp  có  và  vuông ở ,  là đường cao của . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Do  nên **câu** A đúng.

Do  nên **câu** B và D đúng.

Vậy câu C sai.

**Câu 1:** Cho tứ diện  có là tam giác vuông tại  và 

a) Khẳng định nào sau đây là đúng nhất. Chứng minh .

**A.  B. **

**C. ** **D. **

b) Gọi  là đường cao của tam giác , thì khẳng định nào sau đây đúng nhất. Chứng minh .

**A.  B. **

**C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

a) Ta có  nên .

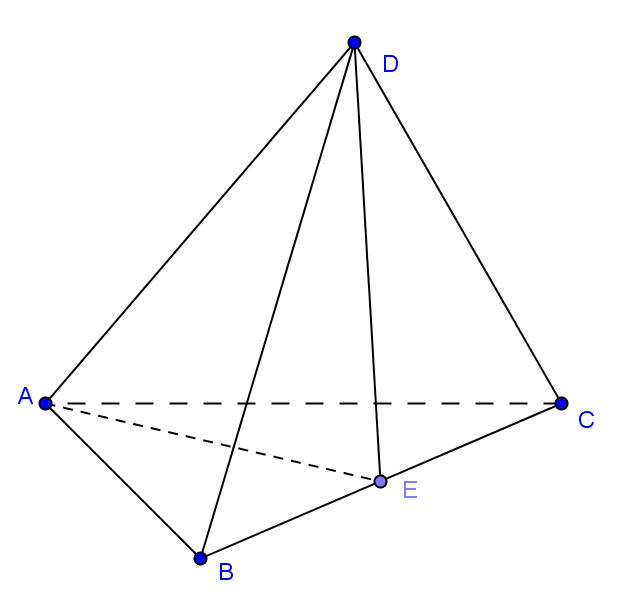
Do đó Chọn A

b) Ta có 

Vậy .Chọn B

**Câu 2:** Cho tứ diện  có  và **.** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Gọi  là trung điểm của . Khi đó ta có .

**Câu 3:** Cho hình chóp  có  và  Số các mặt của tứ diện  là tam giác vuông là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Có  là tam giác vuông tại 

Ta có  là các tam giác vuông tại 

Mặt khác  là tam giác vuông tại 

Vậy bốn mặt của tứ diện đều là tam giác vuông. Nên đáp án **D** đúng.

**Câu 4:** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi tâm . Biết  và **.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

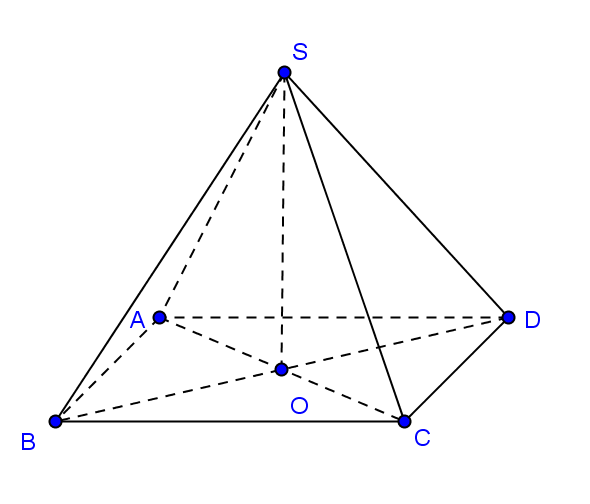
**Chọn B.**

Tam giác  cân tại  có  là trung tuyến  cũng là đường cao .

Tam giác  cân tại  có  là trung tuyến  cũng là đường cao .

Từ đó suy ra .

Do  là hình thoi nên  không vuông góc với . Do đó  không vuông góc với .



**Câu 5:** Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, Gọi  lần lượt là các đường cao của tam giác  và tam giác  Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

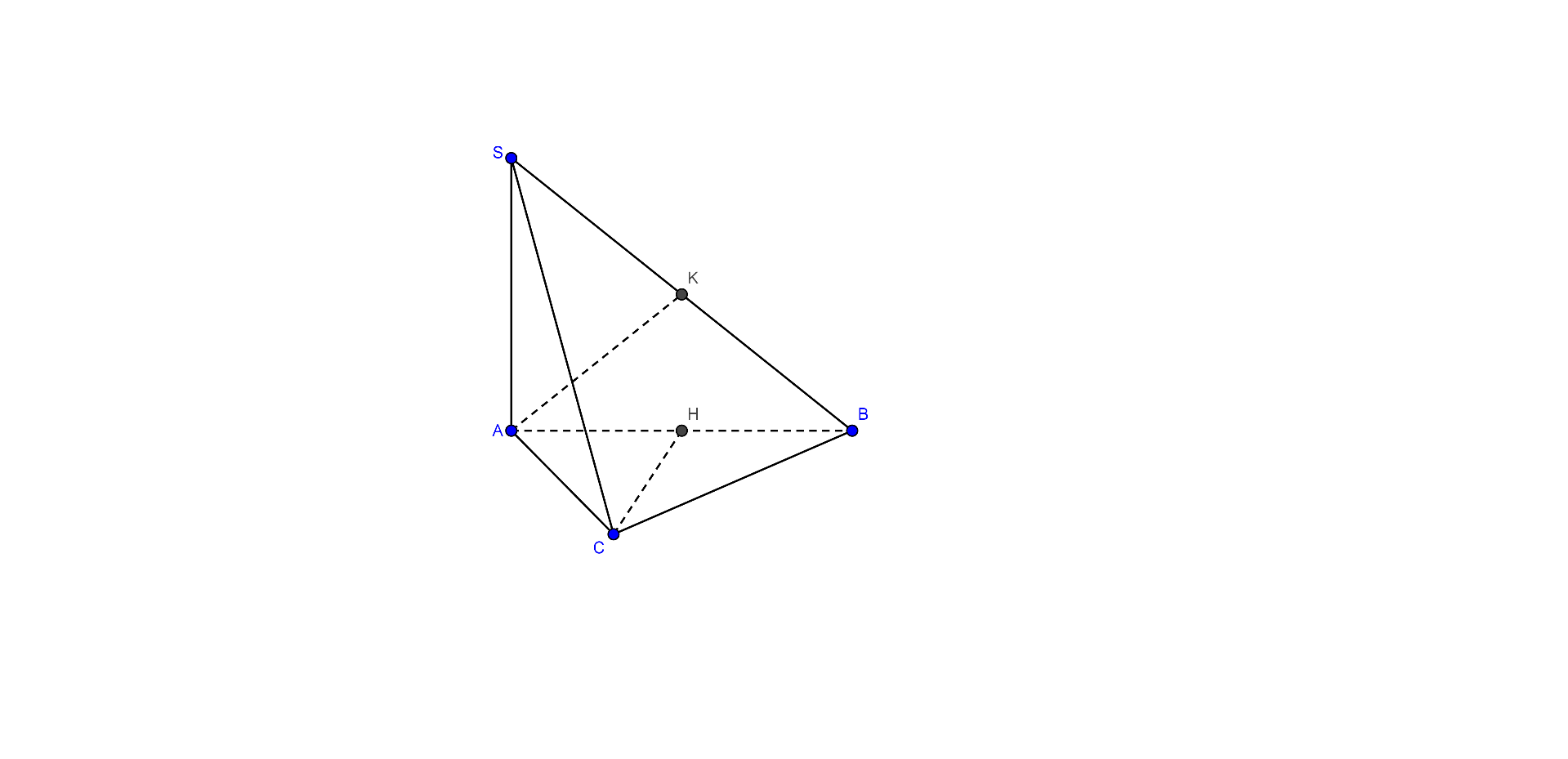
Ta có: 

Vậy: 

Tương tự : 

Từ vậy đáp án **D** đúng.

**Câu 6:** Cho hình chóp  có cạnh  và đáy  là tam giác cân ở . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và **.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

****

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Do  cân tại  nên . Suy ra . Vậy các câu A, B, C đúng nên D sai.

**Câu 7:** Cho tứ diện . Vẽ . Biết  là trực tâm tam giác . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A. .** **B. .** **C. .** **D.** .

***Hướng dẫn giải:*:**

  Chọn đáp án **D.**

**Câu 8:** Cho hình chóp  có cạnh  và đáy  là tam giác cân ở . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và . Khẳng định nào sau đây có thể **sai** ?

**A. .** **B. **. **C. **. **D. **.

***Hướng dẫn giải:*:**

Ta có .

Từ đó suy ra  nên **A, B, C** đúng.

Đáp án **D** sai trong trường hợp  và  không bằng nhau Chọn đáp án **D.**

**Câu 9:** Cho tứ diện  thoả mãn  Gọi  là hình chiếu của  lên mp  Đối với  ta có điểm  là:

**A.** Trực tâm. **B.** Tâm đường tròn nội tiếp.

**C.** Trọng tâm. **D.** Tâm đường tròn ngoại tiếp.

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Xét ba tam giác vuông  có    chính là tâm đường tròn ngoại tiếp  Chọn đáp án **D.** |  |

**Câu 10:** Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  là hình chiếu của  trên . Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau:

**A. ** là trực tâm .

**B.**  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**C.** .

**D. ** là đường cao của .

***Hướng dẫn giải:*:**

Ta có  và  .

Tương tự, ta có , suy ra đáp án **A, D** đúng.

Ta có , với , suy ra đáp án **C** đúng.

 Chọn đáp án **B.**

**Câu 11:** Cho tứ diện  có  và . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên . Các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A. ** là trực tâm tam giác . **B. .**

**C. .** **D.** Các khẳng định trên đều sai.

***Hướng dẫn giải:*:**

Ta có . Tương tự 

Suy ra  là trực tâm . Suy ra đáp án **A, B** đúng.

Ta có , suy ra **C** đúng.

 Chọn đáp án **D.**

**Câu 12:** Cho tứ diện  có  và  Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Gọi  là trung điểm của .    Chọn đáp án **B.** |  |

**Câu 13:** Cho hình chóp  có  Gọi  lần lượt là trực tâm các tam giác  và. Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

**A. **  **B. **  **C. **  **D. ** đồng quy.

***Hướng dẫn giải:***

Ta có

Ta có 

Mặt khác có  hay , tương tự nên 

Gọi  là giao điểm của  và . Do  hay đường thẳng

 trùng với đường thẳng . Hay **** đồng quy.

Do đó ** sai**

Chọn đáp án **C.**

**Câu 14:** Cho hai hình chữ nhật  và  nằm trong hai mặt phẳng khác nhau sao cho hai đường thẳng  và  vuông góc với nhau. Gọi  và  lần lượt là đường cao của hai tam giác  và . Chứng minh rằng :

a) Khẳng định nào sau đây là đúng về 2 tam giác và  ?

**A. ** và  là các tam giác vuông **B. ** và  là các tam giác tù

**C. ** và  là các tam giác nhọn **D. ** và  là các tam giác cân

b) Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.  B. **  **C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

a) Ta có 

..

Vậy 

,hay  vuông tại .

Tương tự 

vuông tại .

b) Ta có , mặt khác .

Tương tự .

**Câu 15:** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi tâm . Biết .

a)Khẳng định nào sau đây là **sai**?.

**A.  B. **

**C.  D.** Cả A, B, C đều sai

b) Khẳng định nào sau đây là **sai**?.

**A.  B.  C.  D.** Cả A, B, C đều sai

***Hướng dẫn giải:.***

a) Ta có  là trung điểm của  và

.

Tương tự .

Vậy .Chọn D

b) Ta có  ( do  là hình thoi).

Lại có ( do )

Suy ra .Chọn D

**Câu 16:** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi tâm  Các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A. **  **B. **  **C. **  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

Ta có ****

Do tứ giác  là hình thoi nên mà  nên



 không vuông góc 

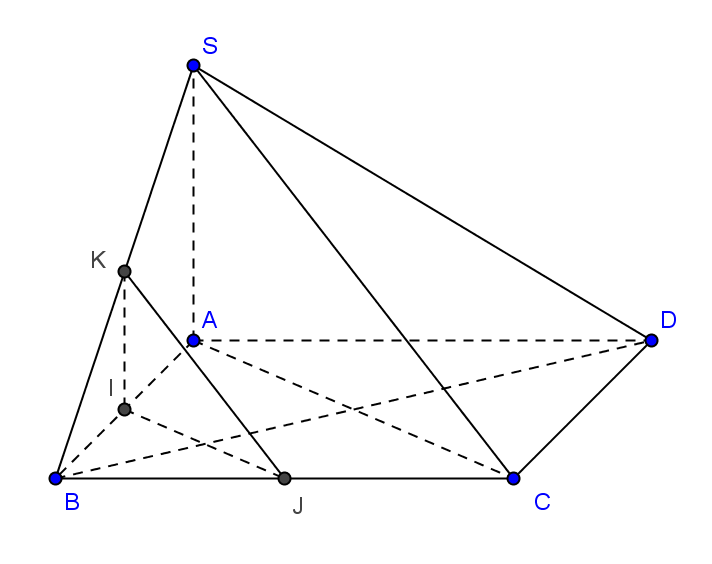
Chọn đáp án **D.**

**Câu 17:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông và . Gọi , ,  lần lượt là trung điểm của ,  và **.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** . **B.** .

**C.** Góc giữa  và  có số đo . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Do  và  nên . Vậy A đúng.

Do  và  nên  nên D đúng.

Do  và  nên  nên B đúng.

Vậy C sai.

**Câu 18:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông, Gọi  là trung điểm của  và . Gọi  là trung điểm của cạnh .

a) Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.  B.  C.  D.** Cả A, B, C đều sai

b) Khẳng định nào sau đây là sai?.

**A.  B. **

**C.  D.** Cả A, B, C đều sai

***Hướng dẫn giải:.***

a) Ta có 

lại có 

.

b) Dễ thấy 

mà 

 hay , mặt khác ta có .

**Câu 19:** Cho tứ diện  có ba cạnh  đôi một vuông gó**C.** Gọi  là hình chiếu của  lên  Khẳng định nào sau đây **sai?**

**A. ** **B.** 

**C.**  là trực tâm  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| đáp án **A** **đúng.**  Tương tự chứng minh được  Hạ  Ta có: |  |

 Đáp án **B đúng.**

Ta có:  Tương tự 

Từ  và  là trực tâm Đáp án **C** **đúng.**

Chọn đáp án **D.**

**Câu 20:** Cho hình chóp  có . Gọi  lần lượt là trực tâm các tam giác  và . Khẳng định nào sau đây là đúng

a)  và  đồng qui.

**A.** AH và BC chéo nhau **B.** AH và SK chéo nhau

**C. ** và  đồng qui. **D. ** và  không đồng qui.

b) Khẳng định nào sau đây là sai?.

**A.  B.**  **C.  D.** Cả A, B, C đều sai

c) .Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.  B.  C.  D.** Cả A, B, C đều sai

***Hướng dẫn giải:.***

a) Gọi , để chứng minh  và  đồng qui.

Ta cần chứng minh  là đường cao của tam giác , nhưng điều này đúng do  và .

b) Ta có 

thêm nữa ta có 

Vậy .

b) Theo các chứng minh trên ta có

 và  do đó .

**Câu 21:** Cho hình tứ diện  có , ,  đôi một vuông góc nhau. Hãy chỉ ra điểm  cách đều bốn điểm , , , .

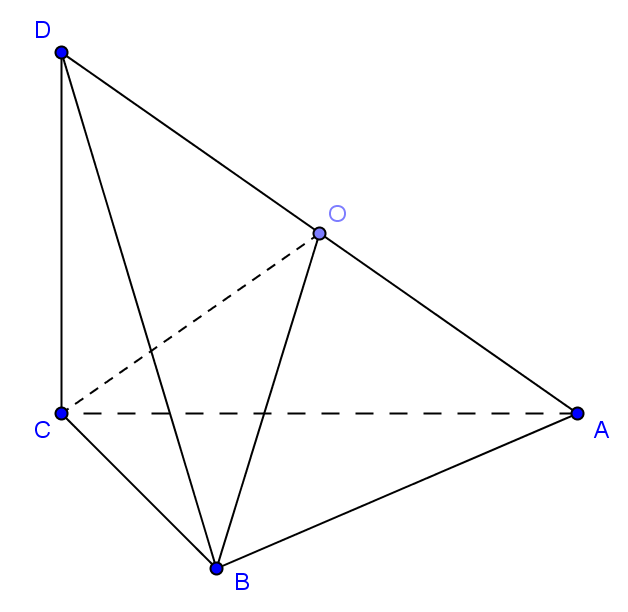
**A. ** là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**B. ** là trọng tâm tam giác .

**C. ** là trung điểm cạnh .

**D. ** là trung điểm cạnh .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Gọi  là trung điểm của .

Từ giả thiết ta có . Vậy  vuông tại .

Do đó  (1)

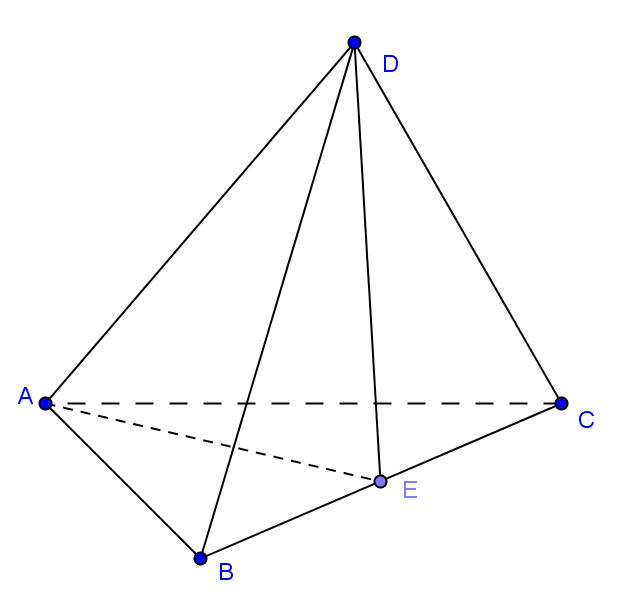
Mặt khác  vuông tại .

Do đó  (2)

Từ (1) và (2) ta có .

**Câu 22:** Cho tứ diện  có  và **.** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

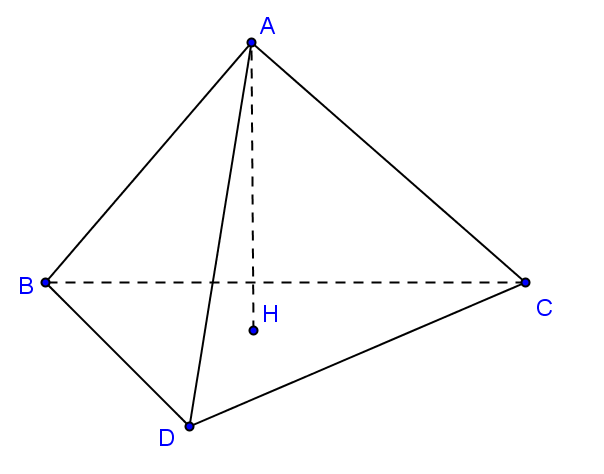
***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Gọi  là trung điểm của . Khi đó ta có .

**Câu 23:** Cho tứ diện **.** Vẽ . Biết  là trực tâm tam giác **.** Khẳng định nào sau đây **không** **sai**?

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Do .

Mặt khác,  là trực tâm  nên .

Suy ra  nên .

**Câu 24:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , mặt bên  là tam giác đều và . Gọi  lần lượt là trung điểm của các cạnh  và .

a) Khẳng định nào sau đây là sai?.

**A.  B.  C.** A, B đều đúng **D.** A, B là sai

b) Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.  B. **

**C.  D.** Cả A, B, C đều sai

***Hướng dẫn giải:.***

a) Vì  là trung điểm của  và tam giác  đều nên 

Lại có 

Do đó 

 vuông tại 

Vậy .

b) Ta có và 

.

Tương tự  ( như bài 32) và **.**

**Câu 25:** Cho hình lập phương . Đường thẳng  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có:











Từ 

Vậy chọn đáp án .

**Câu 26:** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi,  là giao điểm của 2 đường chéo và . Các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có:  là tam giác cân

Mặt khác:  là trung điểm của  (tính chất hình thoi)

Khi đó ta có: 



Vậy chọn đáp án .

**Câu 27:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông, . Mặt phẳng qua  và vuông góc với  cắt  theo thứ tự tại . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***



Ta có:



Gọi 

 là mặt phẳng  và vuông góc với 

Qua  kẻ 

Khi đó: 

Ta có: , mà  không vuông góc với .

Vậy chọn đáp án .

**Câu 28:** Cho hình chóp  trong đó  là hình chữ nhật, . Trong các tam giác sau tam giác nào không phải là tam giác vuông.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có :



Giả sử  (vô lý)

Hay  không thể là tam giác vuông

Vậy chọn đáp án .

**Câu 29:** Cho hình chóp  có  Gọi là hình chiếu vuông góc của  lên  Chọn khẳng địnhđúng trong các khẳng định sau

**A. ** là trung điểm . **B. ** là trọng tâm tam giác .

**C. ** là trung điểm . **D. ** là trung điểm .

***Hướng dẫn giải:***

 Gọi 

Ta có : đều 

vuông cân tại  



 vuông tại 

Gọi  là trung điểm của  thì  là tâm đường tròn

ngoại tiếp tam giác  Gọi  là trục của tam giác  thi  đi qua  và 

Mặt khác : nên . Vậy  nên  là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng 

Vì  lần lượt là trực tâm của tam giác  và ** nênlần lượt thuộc  và 

Vậy  đồng quy tại

**Câu 30:** Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  là hình chiếu của  trên mặt phẳng . Xét các mệnh đề sau :

I. Vì  nên .

II. Do nên 

III. Có  và nên 

IV. Từ  và  

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có:

. Vậy  đúng.

. Vậy  đúng.

. Vậy  đúng.

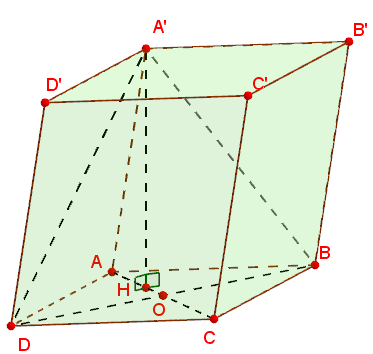
. Vậy  đúng.

Vậy chọn đáp án .

**Câu 31:** Cho hình hộp  Có đáy là hình thoi  và  Gọi  Hình chiếu của  trên  là :

**A.** trung điểm của  **B.** trọng tâm 

**C.** giao của hai đoạn  và  **D.** trọng tâm

***Hướng dẫn giải:***

Vì hình chiếu của  trên  trùng với  là tâm đường tròn ngoại tiếp 

Mà tứ giác  là hình thoi và nên  là tam giác đều 

Từ &  là trọng tâm 

Chọn đáp án **B.**

**DẠNG 2: TÍNH GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG**

**Phương pháp:**

Để xác định góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng ta thực hiện theo các bước sau:



* Tìm giao điểm 
* Dựng hình chiếu  của một điểm  xuống 
* Góc  chính là góc giữa đường thẳng  và .

**Lưu ý:**

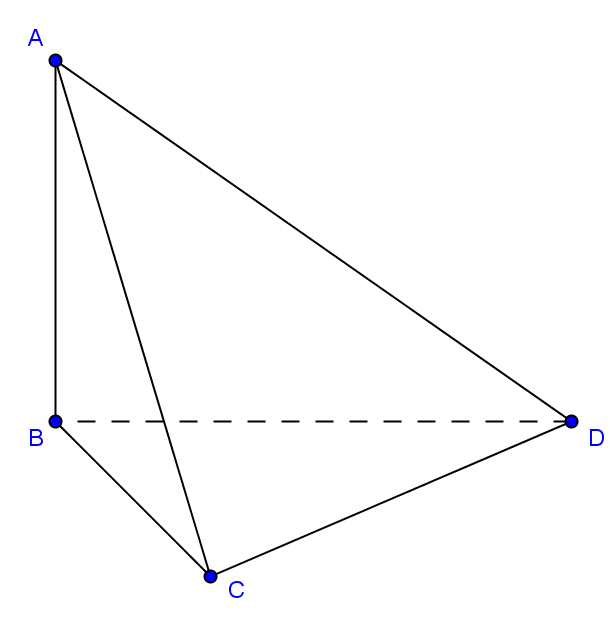
* Để dựng hình chiếu  của điểm  trên  ta chọn một đường thẳng  khi đó .
* Để tính góc  ta sử dung hệ thức lượng trong tam giác vuông . Ngoài ra nếu không xác định góc  thì ta có thể tính góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  theo công thức  trong đó  là VTCP của  còn  là vec tơ có giá vuông góc với .

**Câu 1:** Cho tứ diện  có cạnh , ,  bằng nhau và vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Góc giữa  và  là góc . **B.** Góc giữa  và  là góc .

**C.** Góc giữa  và  là góc . **D.** Góc giữa  và  là góc .

***Hướng dẫn giải:***

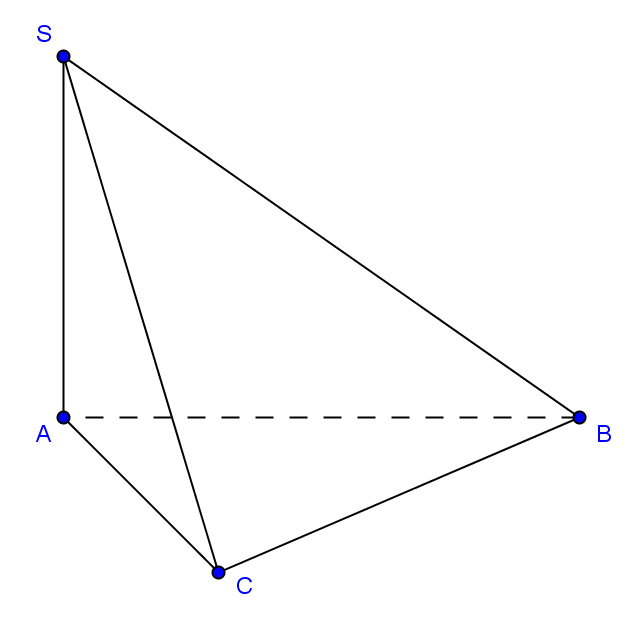
**Chọn A.**

Từ giả thiết ta có .

Do đó .

**Câu 2:** Cho tam giác  vuông cân tại  và **.** Trên đường thẳng qua  vuông góc với  lấy điểm  sao cho . Tính số đo góc giữa đường thẳng  và .

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

.

**Câu 3:** Cho tứ diện  có cạnh  vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng ?

**A.** Góc giữa  và  là góc . **B.** Góc giữa  và  là góc .

**C.** Góc giữa  và  là góc. **D.** Góc giữa  và  là góc .

***Hướng dẫn giải:***

Do  vuông góc với nhau từng đôi một nên , suy ra  là hình chiếu của  lên .

**Chọn B.**

**Câu 4:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cạnh huyền **.** Hình chiếu vuông góc của  lên  trùng với trung điểm**.** Biết **.** Tính số đo của góc giữa  và .

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Gọi  là trung điểm của  suy ra

.

Ta có: .



.

**Câu 5:** Cho hình chóp , đáy  là hình vuông cạnh bằng  và . Biết . Tính góc giữa  và .

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

Ta có: 



 là hình vuông cạnh   .

**Câu 6:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh . Hình chiếu vuông góc của  lên  trùng với trung điểm  của cạnh . Biết tam giác  là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa và 

**A. **  **B. **  **C. **  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

Do là hình chiếu của  lên mặt phẳng  nên 

Vậy  là hình chiếu của  lên mp 



Ta có: 

Mà: . Vậy tam giác  vuông cân tại  

**Câu 7:** Cho hình thoi  có tâm , **.** Lấy điểm  không thuộc  sao cho . Biết . Tính số đo của góc giữa  và .

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Ta có: 

.

Mặt khác 

Suy ra số đo của góc giữa  và  bằng .

**Câu 8:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh **.** Hình chiếu vuông góc của  lên  trùng với trung điểm  của cạnh **.** Biết tam giác  là tam giác đều.Tính số đo của góc giữa  và .

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Ta có:

.

 và  là hai tam giác đều cạnh  

 vuông cân tại  .

**Câu 9:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  Gọi  là góc giữa  và mp  Chọn khẳng địnhđúng trong các khẳng định sau ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Vì  nên  là hình chiếu vuông góc của  lên 

 Góc giữa giữa  và mp bằng góc 

Xét tam giác  vuông tại  có:

**Câu 10:** Cho hình chóp  đáy  là hình vuông cạnh bằng  và  Biết . Tính góc giữa  và 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Tứ giác  là hình vuông cạnh  nên  là hình chiếu vuông góc của  lên  là góc giữa  và  Tam giác  vuông tại  nên  Chọn đáp án **A.** |  |

**Câu 11:** Cho hình lập phương. Gọi  là góc giữa  và mp  Chọn khẳng địnhđúng trong các khẳng định sau?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Gọi  mà  là hình chiếu vuông góc của  lên là góc giữa  và  Mà  Chọn đáp án **D.** |  |

**Câu 12:** Cho hình chóp  có  và tam giác  không vuông, gọi  lần lượt là trực tâm các  và . Số đo góc tạo bởi  và  là?

**A. .** **B.** . **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:*:**

Gọi . Ta có  và .

Ta lại có .

Mà , suy ra 

 Chọn đáp án **B.**

**Câu 13:** Cho hình chóp  thỏa mãn . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.**  là trực tâm tam giác .

**B.**  là trọng tâm tam giác .

**C.**  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**D.**  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác .

***Hướng dẫn giải:***

Do hình chóp  có và  nên  là trục của hình chóp . . Nên  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Vậy chọn **C.**

**Câu 14:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cạnh huyền . Hình chiếu vuông góc của  lên  trùng với trung điểm . Biết . Tính số đo của góc giữa  và .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***



Có  nên  là hình chiếu của  lên 

.

Áp dụng định lý Pytago



Xét tam giác  có

 .

Vậy chọn **C.**

**Câu 15:** Cho hình chóp  có  và  vuông ở .  là đường cao của . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Do  nên . Nên Phương án A đúng.

Có . Phương án D đúng.

Suy ra , . Phương án B, D đúng.

Phương án C sai. Thật vậy với ****, ta có  (vô lý).

Vậy chọn **C.**

**Câu 16:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

**A.** Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

**B.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng  bằng góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  khi  và  song song (hoặc  trùng với ).

**C.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng  bằng góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  thì mặt phẳng  song song với mặt phẳng .

**D.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng  bằng góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  thì  song song với .

***Hướng dẫn giải:***

Chọn **B.**

**Câu 17:** Cho góc tam diện  với    Trên các tia  lần lượt lấy các điểm  sao cho . Tam giác  có đặc điểm nào trong các số các đặc điểm sau :

**A.** Vuông cân. **B.** Đều.

**C.** Cân nhưng không vuông. **D.** Vuông nhưng không cân.

***Hướng dẫn giải:***

Xét  có .

 đều 

 có .

Từ đó  vuông tại 

Vậy chọn **D.**

**Câu 18:** Cho hình chóp  có  và đáy  là hình chữ nhật. Gọi  là tâm của  và  là trung điểm của . Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A.** 

**B. **

**C. ** là mặt phẳng trung trực của đoạn 

**D.** Tam giác  vuông ở 

***Hướng dẫn giải:***

Có  là đường trung bình tam giác  nên  nên . Phương án A đúng.

Có . Phương án B đúng

Và  nên phương án D đúng.

Phương án C sai. Thật vậy nếu  là mặt phẳng trung trực của  (vô lý).

Vậy chọn **C.**

**Câu 19:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

**A.** Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

**C.** Với mỗi điểm  và mỗi điểm  thì ta có đường thẳng  vuông góc với giao tuyến  của  và 

**D.** Nếu hai mặt phẳng  và  đều vuông góc với mặt phẳng  thì giao tuyến  của  và  nếu có sẽ vuông góc với 

***Hướng dẫn giải:***

Phương án A sai vì nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này vuông góc với giao tuyến sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Phương án B sai vì còn trường hợp hai mặt phẳng cắt nhau.

Phương án C sai.

Vậy chọn **D.**

**Câu 20:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , , . Gọi  là góc giữa  và . Chọn khẳng địnhđúng trong các khẳng định sau?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Do  nên  là hình chiếu của  lên 



Xét tam giác  có



Vậy chọn **B.**

**Câu 21:** Cho hình chóp , với đáy  là hình bình hành tâm  đôi một vuông góc . là mặt phẳng qua trung điểm của  và vuông góc với . Thiết diện của  và hình chóp có diện tích bằng?

**A.** 20. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 36.

***Hướng dẫn giải:***

Thiết diện là hình thang vuông đi qua trung điểm các cạnh , nên diện tích thiết diện là 

**Câu 22:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh  và . Gọi  là trọng tâm . Độ dài  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

***Hướng dẫn giải:***

Theo bài ra hình chóp là hình chóp tam giác đều. Gọi  là trung điểm của , ta có .

Mặt khác ta có:  

**Câu 23:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh  và . Gọi G là trọng tâm . Xét mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với . Tìm hệ thức liên hệ giữa  và  để cắt  tại điểm nằm giữa  và .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

***Hướng dẫn giải:***

Để nằm giữa  và thì 

**Chọn đáp án C**

**Câu 24:** Cho tứ diện có  đôi một vuông góc. Điểm cách đều là:

**A.** Trung điểm . **B.** Trung điểm . **C.** Trung điểm . **D.** Trung điểm .

***Hướng dẫn giải:***

Sử dụng tính chất trung điểm của tam giác vuông

**Câu 25:** Cho hình chóp có đáy  là hình thoi tâm . Biết . Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

**A. .** **B. **. **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

Do hình chóp có đáy  là hình thoi tâm , nên 

**Câu 26:** Cho hình chóp có đáy là hình vuông. Mặt bên  là tam giác đều có đường cao  vuông góc với . Gọi  là góc giữa và . Chọn khẳng địnhđúng trong các khẳng định sau?

**A. .** **B. . C. **. **D. **.

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là trung điểm , suy ra . Ta có: . Suy ra 

**Câu 27:** Cho tứ diện  đều. Gọi  là góc giữa  và . Chọn khẳng địnhđúng trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*:**

Gọi  là hình chiếu của  lên ,  là độ dài cạnh của tứ diện .

Ta có , .   Chọn đáp án **A.**

**Câu 28:** Cho tam giác  vuông cân tại  và. Trên đường thẳng qua  vuông góc với  lấy điểm  sao cho . Tính số đo góc giữa đường thẳng  và 

**A. **  **B. **  **C. **  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

**Câu 29:** Cho hình lập phương . Gọi  là góc giữa  và mp. Chọn khẳng địnhđúng trong các khẳng định sau?

**A. **  **B.**  **C.**  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

Ta có ****

**Câu 30:** Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh . Đường thẳng  vuông góc với mặt phẳng đáy, . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  là , khi đó  nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có:

 là hình chiếu của  trên  



  là hình chiếu của  trên  

Từ 

Xét tam giác  vuông tại  ta có: 

Xét tam giác  vuông tại  ta có: 

Vậy chọn đáp án .

**Câu 31:** Cho hình thoi  có tâm , . Lấy điểm  không thuộc  sao cho . Biết . Tính số đo của góc giữa  và .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Câu 32:** Cho hình chóp  có  và tam giác  không vuông. Gọi  lần lượt là trực tâm  và . Số đo góc tạo bởi  và  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có:



Mà 

Vậy chọn đáp án .

**DẠNG 3: THIẾT DIỆN VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN.**

**Phương pháp:**

Để xác định thiết diện của mặt phẳng  đi qua điểm  và vuông góc với đường thẳng  với một hình chóp ta thực hiện theo một trong hai cách sau:



***Cách 1****.* Tìm tất cả các đường thẳng vuông góc với , khi đó  sẽ song song hoặc chứa các đường thẳng này và ta chuyển về dạng thiết diện song song như đã biết ở ( dạng 2, §2 chương II).

***Cách 2.*** Ta dựng mặt phẳng  như sau:

Dựng hai đường thẳng cắt nhau cùng vuông góc với  trong đó có một đường thẳng đi qua , khi đó  chính là mặt phẳng .

**Câu 130:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều, . Gọi  là mặt phẳng qua  và vuông góc với. Thiết diện của  và hình chóp  là:

**A.** Hình thang vuông. **B.** Tam giác đều. **C.** Tam giác cân. **D.** Tam giác vuông.

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là trung điểm của , kẻ .

Ta có .

Do đó  hay thiết diện là tam giác .

Mà  nên  hay thiết diện là tam giác vuông.

**Chọn D.**

**Câu 1:** Cho tứ diện đều  cạnh, gọi  là mặt phẳng qua  và vuông góc với  Thiết diện của  và hình chóp có diện tích bằng

**A.** . **B. .** **C.**  **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

Thiết diện là tam giác , với  là trung điểm của . Gọi  là trung điểm của .

 Ta có ; .

Diện tích thiết diện là:

.

**Câu 2:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông tại , cạnh bên  Mặt phẳng  đi qua trung điểm  của  và vuông góc với  cắt  lần lượt tại  Tứ giác  là hình gì ?

**A.** Hình thang vuông. **B.** Hình thang cân. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

***Hướng dẫn giải:***

Ta có: 

Vậy 

Mà 

Từ 

Tương tự ta có 

Mà 

Vậy thiết diện là hình thang  vuông tại 

**Câu 3:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều,  là trung điểm của đường cao  của tam giác  vuông góc với đáy. Gọi  là điểm tùy ý trên  (không trùng với  và ). mặt phẳng  qua  và vuông góc với. Thiết diện của  và hình chóp  là hình gì?

**A.** Hình thang cân **B.** Hình thang vuông **C.** Hình bình hành **D.** Tam giác vuông

***Hướng dẫn giải:***

Mặt phẳng  vuông góc với  nên  song song với 

Suy ra  cắt  theo giao tuyến là đường thẳng

qua  và song song với  cắt  tại K

Từ giả thiết suy ra  song song , do đó  sẽ cắt

 lần lượt là các đường thẳng qua  và 

song song với  cắt  lần lượt tại

. Do đó thiết diện là tứ giác 

Ta có  và cùng song song  suy ra  là

trung điểm của  và  là trung điểm của, lại có các

tam giác  đều và tam giác  cân tại  suy ra  vuông góc với  và  dó đó  là hình thang cân.

Chọn đáp án **A.**

**Câu 4:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh  và  (). Gọi  là trọng tâm. Xét mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với  tại điểm  nằm giữa  và. Diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Kẻ . Thiết diện là tam giác .

 Ta có 

Gọi  là trung điểm của . Dễ thất tam giác  cân tại , suy ra .

.

Do đó:

.

**Chọn A.**

**Câu 5:** Tam giác  có, đường cao . Trên đường thẳng vuông góc với  tại, lấy điểm  sao cho . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và. Diện tích tam giác  bằng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***



Do



Mà . Do  là trung điểm  

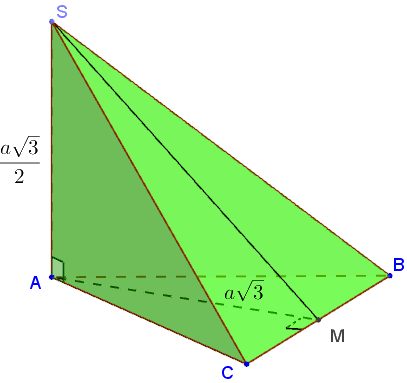
**Câu 6:** Cho hình chóp  có đáylà tam giác đều cạnh  Gọi  là mặt phẳng đi qua  và vuông góc với  Thiết diện của hình chóp  được cắt bởi có diện tích bằng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là trung điểm của  thì 



Hiển nhiên 

Mà 

Từ và  suy ra 

Khi đó thiết diện của hình chóp được cắt bởi  chính là 

 vuông tại  nên  

Chọn đáp án **C.**

**Câu 7:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh , ,. Gọi  là mặt phẳng đi qua  và vuông góc với. Thiết diện của  và hình chóp  có diện tích bằng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Kẻ 

Thiết diện của mặt phẳng  và hình chóp là tam giác  có diện tích : 

**Câu 8:** Cho tứ diện  có hai mặt  và  là hai tam giác đều cạnh   là điểm trên  sao cho   là mặt phẳng qua và vuông góc với  Thiết diện của  và tứ diện  có diện tích bằng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Gọi  là trung điểm của .    Theo bài ra .  Kẻ  Thiết diện của  và tứ diện  là |  |

 là hai tam giác đều cạnh  là tam giác đều cạnh  là tam giác đều cạnh 

Chọn đáp án **C.** 

**Câu 9:** Cho tứ diện đều  cạnh ,  là đường cao của tam giác. Mặt phẳng  qua  vuông góc với  cắt mp theo đoạn giao tuyến có độ dài bằng ?

**A. **  **B. **  **C.**  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

Ta có : 

Tương tự : 

Suy ra : 

Kẻ  đi qua trọng tâm  của  và song song với    chính là mặt phẳng  

***Có thể nói nhanh theo tính chất tứ diện đều:***

Gọi  là trọng tâm  thì  là tâm  và 

Trong  kẻ qua  đường thẳng song song với  cắt  lần lượt tại 

Ta có . Vậy 

.

**Câu 10:** Cho hình chóp , với đáy  là hình thang vuông tại , đáy lớn , ,  vuông góc với mặt phẳng , . Gọi  là trung điểm.  là mặt phẳng qua  và vuông góc với. Thiết diện của  và hình chóp có diện tích bằng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Do 

Gọi  là trung điểm của 

Gọi  là trung điểm của 

Gọi  là trung điểm của , mà 



Vậy thiết diện của  và hình chóp là hình thang  vuông tại 

Ta có:

 là đường trung bình của tam giác  

 là đường trung bình của tam giác  

 là đường trung bình của hình thang  

Khi đó 

Vậy chọn đáp án .

**Câu 11:** Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc. Kẻ .

a) Khẳng định nào đúng nhất? là trực tâm của .

**A. ** là trực tâm của . **B. ** là tâm đường tròn nội tiếp của .

**C. ** là trọng tâm của . **D. ** là tâm đường tròn ngoại tiếp của .

b)  là tam giác gì?

**A. ** là tam giác nhọn. **B. ** là tam giác tù

**C. ** là tam giác vuông **D. ** là tam giác cân

c) Khẳng định nào sau đây là đúng nhất? 

**A.  B. **

**C.  D. **

d) Tìm tập hợp các điểm trong không gian sao cho .

**A. ** thuộc mặt phẳng đi qua  và vuông góc với , trong đó  là điểm cách đều 4 điểm  và  là trọng tâm của tam giác 

**B. ** thuộc mặt phẳng đi qua  và song song với ,trong đó  là điểm cách đều 4 điểm  và. là trọng tâm của tam giác 

**C.**  thuộc mặt phẳng đi qua O và vuông góc với , trong đó  là trọng tâm của tam giác 

**D. ** thuộc mặt phẳng đi qua O và song song với , trong đó là trọng tâm của tam giác 

***Hướng dẫn giải:.***

a) Ta có 

Lại có 

Vậy 

.

Tương tự .

Từ  suy ra  là trực tâm của tam giác .

b) Đặt 

Ta có 

Tương tự 

Áp dụng định lí côsin cho tam giác  ta có



 suy ra  nhọn.

Tương tự các góc  nhọn.

c) Ta có 

d) Gọi  là điểm cách đều 4 điểm  và  là trọng tâm của tam giác thì ta có : 



 ( do )

Vậy  thuộc mặt phẳng đi qua  và vuông góc với .

**Câu 12:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  và . Gọi  lần lượt là trung điểm các cạnh  và . Tính .

**A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

Ta có Tương tự  suy ra

 nên  thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Mặt khác 

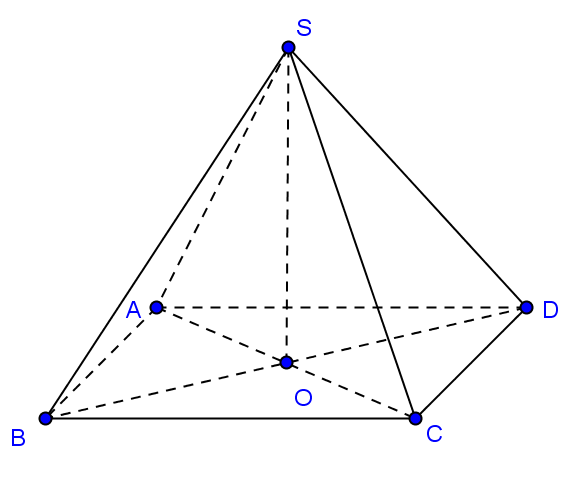
 vuông tại , lại có  là trung điểm của  nên  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác , do đó .

Ta có 

.

**Câu 13:** Cho hình vuông  có tâm  và cạnh bằng **.** Trên đường thẳng qua  vuông góc với  lấy điểm . Biết góc giữa  và  có số đo bằng . Tính độ dài .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Do .

Do đó  vuông cân tại  nên .

**Câu 14:** Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc. Gọi  lần lượt là góc giữa các đường thẳng  với mặt phẳng .

Tìm Giá trị nhỏ nhất của .

**A.  B.** 8 **C.** 1 **D. **

***Hướng dẫn giải:.***

Gọi  là hình chiếu của  trên 

Khi đó  là trực tâm của tam giác .

Và 

Đặt 

Gọi thì  là đường cao của tam giác  nên 

Vậy 

Tương tự  và 

Nhân theo vế các BĐT  ta được  ( đpcm)

**Câu 15:** Trong mặt phẳng  cho đường tròn đường kính cố định  và  là điểm di động trên đường tròn này. Trên đường thẳng  vuông góc với  tại  lấy một điểm .

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** các mặt của tứ diện  là tam giác vuông

**B.** các mặt của tứ diện  là tam giác vuông cân

**C.** tam giác  vuông tại A.

**D.** tam giác  vuông cân tại .

b) Gọi  lần lượt là hình chiếu của  trên  và . Khẳng định nào sau đây là sai?

**A. **. **B.  C.** A, B đều đúng **D.** A, B đều sai

c) Tìm tập hợp điểm  khi  di động.

**A. ** thuộc đường tròn đường kính .

**B. ** thuộc đường tròn đường kính AC.

**C. ** thuộc đường tròn đường kính BM.

**D. ** thuộc đường tròn đường kính AB.

d) Tìm vị trí của  để đoạn  lớn nhất.

**A.  B. **

**C.  D. **

e) Tìm vị trí của  để diện tích tam giác  lớn nhất.

**A. ** là các giao điểm của đường tròn đường kính  với đường tròn tâm  bán kính 

**B. ** là các giao điểm của đường tròn đường kính  với đường tròn tâm  bán kính

**C. ** là các giao điểm của đường tròn đường kính  với đường tròn tâm  bán kính 

**D. ** là các giao điểm của đường tròn đường kính  với đường tròn tâm  bán kính 

***Hướng dẫn giải:.***

a) Ta có  suy ra các tam giác  và  vuông tại .

Tiếp theo ta có 

 hay tam giác  vuông tại .

b) Ta có 

**.**

Vậy .

c) Dễ thấy  cố định và  nên điểm  thuộc đường tròn đường kính .Từ đó ta có tập hợp các điểm  là đường tròn đường kính .

d)  mà  không đỏi nên  lớn nhất khi  lớn nhất .

e) Ta có  không đổi nên

, lúc này  vuông cân tại  nên .

Ta có 

nên 



Vậy   là các giao điểm của đường tròn đường kính  với đường tròn tâm  bán kính 

**Câu 16:** Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật với , mặt bên  là tam giác vuông tại , mặt bên  vuông tại  và .

a) Tính .

**A.  B.  C.  D. **

b) Đường thẳng qua  vuông góc với  cắt  lần lượt tại . Gọi  là hình chiếu của  trên .Gọi là các giao điểm  của  với .

Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

**A.  B.  C.  D.** Cả A, B, C đều đúng

***Hướng dẫn giải:.***

a)  vuông tại  mà 

.

Tương tự ta có  nên .

Ta có



.

Vậy .

b) Do 

Lại có 

Dế thấy 

Từ  suy ra .

Lập luận tương tự ta có .

**Câu 17:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cân tại ,  và . Gọi  là điểm trên cạnh  và , mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với 

Giả sử thiết diện của hình chóp  với  là tứ giác .

a) Hỏi tứ giác  là hình gì

**A.** Hình chữ nhật **B.** hình vuông **C.** hình thang **D.** hình bình hành

b) Tìm  để diện tích thiết diện  lớn nhất.

**A.**  **B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

. Ta có 

Do đó Tương tự 



.

Thiết diện là tứ giác .

b) Ta có  và  nên  là hình bình hành.

Mặt khác . Vậy  là hình chữ nhật.

b) Ta có , 

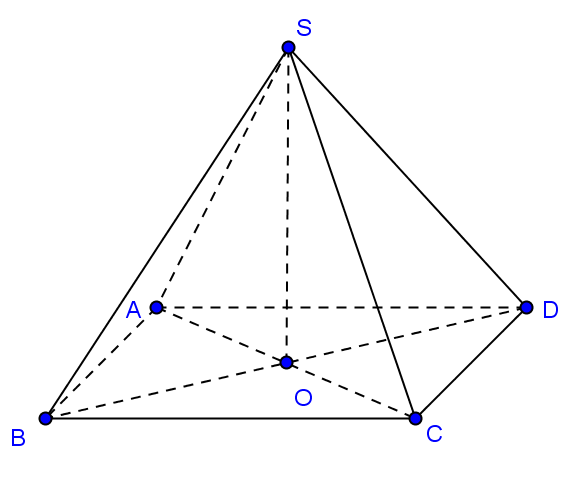


 khi .

**Câu 18:** Cho hình vuông  có tâm  và cạnh bằng **.** Trên đường thẳng qua  vuông góc với  lấy điểm . Biết góc giữa  và  có số đo bằng . Tính độ dài .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Do .

Do đó  vuông cân tại  nên .

**Câu 19:** Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc và . Độ dài :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải::***

Ta có: 

Mặt khác: 



Vậy chọn đáp án .

**Câu 20:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  và . Giả sử tồn tại tiết diện của hình chóp với mặt phẳng  đi qua  vuông góc với . Tính diện tích thiết diện.

**A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

Gọi  là hình chiếu của  trên  thì .Trong  gọi .

Ta có 

, mặt khác  nên .

Vậy 



Thiết diện là tứ giác .

b) Do 

Ta có  cân tại., mà  nên  là trung điểm của .



Vậy .

**Câu 21:** Cho hình chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng , đường cao . Gọi  là điểm thuộc đường cao  của tam giác . Xét mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với . Đặt . Giả sử tồn tại thiết diện của hình chóp khi cắt bởi .

Giả sử tính được diện tích thiết diện theo và . Xác định vị trí của  để diện tích thiết diện lớn nhất.

**A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

Vì  là hình chóp đều nên

(  là tâm tam giác ).Do đó  mà .

Tương tự ta cũng có 

***Trường hợp 1***.  thì thiết diện là điểm .

***Trường hợp 2***.  thì  thuộc đoạn .

Ta có :



Tương tự .

Thiết diện là tam giác .

***Trường hợp 3.***  khi đó  thuộc đoạn 

Tương tự như trường hợp trên ta có:



.

.

Thiết diện là tứ giác .

***Trường hợp 4.***  thì thiết diện là đoạn .

b) Xét các trường hợp:

, 

, thì .

Ta có 

Tương tự .

Vậy .

, dễ thây  là hình thang nên 

, 



Vậy .

Xét các trường hợp ta thấy  lớn nhất trong trường hợp  và  khi .

**Câu 22:** Cho tam giác tại  có cạnh huyền nằm trên mặt phẳng  và các cạnh góc vuông tạo với  các góc . Giả sử  là độ lớn góc giữa đường cao với .Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

**A.  B. **

**C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

Kẻ  thì  là góc giữa  và  và dễ thấy



Đặt , ta có 



.

Xét tam giác  có 



.

Ta có .

**Câu 23:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , tâm .

, đường thẳng  tạo với hai mặt phẳng  và  các góc bằng nhau. Gọi  là hình chiếu của  trên .

a)Tính  khi 

**A.  B.  C.  D. **

b) Tính góc giữa đường thẳng  với .

**A.  B. **

**C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

a) Dễ thấy  nên .

Gọi  là trung điểm của  thì ta có 

Kẻ  thì  nên .

Kẻ  cắt  tại , khi đó ta có  nên  do đó .

Từ  ta có .

Khi  thì trong tam giác vuông  có .

**.**

b) .

**Câu 24:** Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, , . Góc giữa đường thẳng  với các mặt phẳng  và  lần lượt là  và .

a) Tính 

**A.  B. **

**C.  D. **

b) Tính 

**A.  B. **

**C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

a) Do 



Tương tự 

.



b) 

.

**Câu 25:** Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc. Gọi  là trực tâm của tứ diện. Gọi  là ba góc tương ứng của tam giác .

Đặt . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

**A.  B. **

**C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

**( HS** tự giải)

**Câu 26:** Cho tứ diện  có . Hình chiếu của  trên mặt phẳng  là trực tâm tam giác .

a) Tính.

**A.  B.  C.  D. **

b)Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.

**A.  B. **

**C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

a) Vì 



Tương tự ta có , vì vậy

****

.

Từ  suy ra  ha .

b) Từ câu a) ta thấy tứ diện  có các cạnh  đôi một vuông góc.

Theo BĐT Cauchy-Schwraz ta có

****

Mà  nên **.**

Đẳng thức xảy ra khi  đều, kết hợp với chân đường cao của  trùng với tâm đáy ta được là hình chóp đều đỉnh .

**Câu 27:** Cho tứ diện  có các cạnh  đôi một vuông góc. là một điểm bất kì thuộc miền trong tam giác .

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**A.  B.  C.  D. **

b) Gọi  là trực tâm tam giác  và  lần lượt là góc gữa đường thẳng  với các đường thẳng . Tìm giá trị lớn nhất của 

**A.  B.  C.  D. **

c) Tìm GTNN của 

**A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:.***

a) Gọi , kẻ  thì ta có 

kẻ . Khi đó







Suy ra .

Tương tự gọi  là các điểm tương tự như  thì ta có





Từ  ta có 

Gọi  là trực tâm của tam giác  thì ta đã biết kết quả quen thuộc

 nên 

Mặt khác 

Tương tự  nên 

Do đó  do .

Vậy  khi .

**Cách 2.** Đặt . Do  đồng phẳng nên tồn tại  sao cho .

Ta có , bình phương vô hướng ta được .

Tương tự 

Vì vậy 

 ( Theo Cauchy-Schwarz)

Vậy .

b) Dễ thấy .

Ta có 

.

Lại có 

Áp dụng CT (\*) cho  nhận các giá trị  và kết hợp với thu được

.

Đặt  thì bài toán trỏ thành

Cho  thỏa . Chứng minh .

Ta có 

.

Tương tự ta có :

 và 

Nhân theo từng vế các BĐT  ta được .

c) Tương tự như câu b) ta có .