**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC**

## A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

**1. Góc giữa hai mặt phẳng**

• 

• Giả sử (P) ∩ (Q) = c. Từ I ∈ c, dựng  ⇒ 

**Chú ý:** 

**2. Diện tích hình chiếu của một đa giác**

Gọi S là diện tích của đa giác (H) trong (P), S′ là diện tích của hình chiếu (H′) của (H) trên (Q), ϕ = . Khi đó: S′ = S.cosϕ

**3. Hai mặt phẳng vuông góc**

• (P) ⊥ (Q) ⇔ 

• **Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau:** 

**4. Tính chất**

•  • 

• 

## B – BÀI TẬP

**Câu 1:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**B.** Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**C.** Các mặt phẳng cùng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước thì luôn đi qua một đường thẳng cố định.

**D.** Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C**

**Câu 2:** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

**A.** Cho hai đường thẳng  và  vuông góc với nhau, mặt phẳng nào vuông góc với đường này thì song song với đường kia.

**B.** Cho đường thẳng , mọi mặt phẳng  chứa  thì .

**C.** Cho hai đường thẳng chéo nhau  và , luôn luôn có mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường thẳng kia.

**D.** Cho hai đường thẳng  và  vuông góc với nhau, nếu mặt phẳng  chứa  và mặt phẳng  chứa  thì .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B**

**Câu 3:** Cho hình chóp tứ giác  có đáy là hình vuông và có một cạnh bên vuông góc với đáy. Xét bốn mặt phẳng chứa bốn mặt bên và mặt phẳng chứa mặt đáy. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

**A.** Có ba cặp mặt phẳng vuông góc với nhau. **B.** Có hai cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

**C.** Có năm cặp mặt phẳng vuông góc với nhau. **D.** Có bốn cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

***Hướng dẫn giải:***

Chọn C

**Câu 4:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì cắt nhau.

**D.** Một mặt phẳng  và một đường thẳng  không thuộc  cùng vuông góc với đường thẳng  thì .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D**

**Câu 5:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Nếu hình hộp có bốn mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

**B.** Nếu hình hộp có ba mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

**C.** Nếu hình hộp có hai mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

**D.** Nếu hình hộp có năm mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

***Hướng dẫn giải:***

Chọn D

**Câu 6:** Trong các mệnh đề sau đây, hãy tìm mệnh đề đúng.

**A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

**B.** Nếu hai mặt vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**C.** Hai mặt phẳng  và  vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến . Với mỗi điểm  thuộc và mỗi điểm  thuộc  thì ta có đường thẳng  vuông góc với .

**D.** Nếu hai mặt phẳng  và  đều vuông góc với mặt phẳng thì giao tuyến  của  và nếu có sẽ vuông góc với .

***Hướng dẫn giải:***

Theo Định lí . Chọn D

**Câu 7:** Cho hai mặt phẳng  và  vuông góc với nhau và gọi .

I. Nếu  và  thì . II. Nếu  thì .

III. Nếu b ⊥ d thì b ⊂ (α) hoặc b ⊂ (β). IV. Nếu (γ) ⊥ d thì (γ) ⊥ (α) và (γ) ⊥ (β).

Các mệnh đề đúng là :

**A.** I, II và III. **B.** III và IV. **C.** II và III. **D.** I, II và IV.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

**Câu 8:** Cho hai mặt phẳng  và cắt nhau và một điểm  không thuộc  và . Qua  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với  và ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

**Câu 9:** Cho hai mặt phẳng  và ,  là một đường thẳng nằm trên. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

**A.** Nếu  với  thì . **B.** Nếu  thì 

**C.** Nếu  cắt  thì  cắt. **D.** Nếu  thì .

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  nếu  thì . Chọn **B.**

**Câu 10:** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây:

**A.** Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**B.** Cho hai đường thẳng chéo nhau  và  đồng thời . Luôn có mặt phẳng  chứa  và .

**C.** Cho hai đường thẳng  và  vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng  chứa  và mặt phẳng  chứa  thì .

**D.** Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

**Câu 11:** Cho hai mặt phẳng  và  song song với nhau và một điểm  không thuộc  và . Qua  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với  và ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Vô số.

***Hướng dẫn giải:***

Qua  dựng đường thẳng  vuông cóc với  và . Khi đó có vô số mặt phẳng xoay quanh  thỏa yêu cầu bài toán.

**Chọn D.**

**Câu 12:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**B.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**C.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**D.** Cả ba mệnh đề trên đều sai.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

**Câu 13:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

**A.** Một mặt phẳng  và một đường thẳng  không thuộc  cùng vuông góc với đường thẳng thì (α) song song với 

**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**C.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì cắt nhau.

**D.** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Đáp án  đúng. | Đáp án  sai. |
| Đáp án  sai. | Đáp án  sai. |

**Chọn A.**

**Câu 14:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**B.** Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**D.** Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Đáp án  đúng | Qua một đường thẳng có **vô số** mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng  đúng |
| Đáp án  đúng. | Qua một điểm có **vô số** mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước. Đáp án  sai. |

**Câu 15:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Cho đường thẳng  vuông góc với đường thẳng  và  nằm trong mặt phẳng  Mọi mặt phẳng  chứa  và vuông góc với  thì  vuông góc với 

**B.** Nếu đường thẳng  vuông góc với đường thẳng  và mặt phẳng chứa  mặt phẳng  chứa  thì  vuông góc với 

**C.** Cho đường thẳng  vuông góc với mặt phẳng  mọi mặt phẳng  chứa  thì  vuông góc với 

**D.** Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

***Hướng dẫn giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Đáp án  đúng. | Đáp án  sai. |
| Đáp án  đúng. | Đáp án  đúng. |

**Câu 16:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

**B.** Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**C.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau cho trước.

**D.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

***Hướng dẫn giải:***

Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước, đường thẳng đó là giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau đã cho. Chọn **C.**

**Câu 17:** Cho  là các đường thẳng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Cho. Mọi mặt phẳng chứa  đều vuông góc với .

**B.** Nếu và mặt phẳng chứa  ; mặt phẳng chứa b thì .

**C.** Cho  nằm trong mặt phẳng . Mọi mặt phẳng  chứa  và vuông góc với  thì .

**D.** Cho , mọi mặt phẳng  chứa trong đó  và  thì đều vuông góc với mặt phẳng .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C**

**Câu 18:** Cho hai đường thẳng chéo nhau  và  đồng thời . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** mặt phẳng chứa  và đường vuông góc chung của  và  thì .

**B.** mặt phẳng  chứa  và chứa đường thẳng  thì .

**C.** mặt phẳng  chứa ,  chứa  thì .

**D.** mặt phẳng chứa b thì mặt phẳng .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

Giả sử  là đoạn vuông góc chung của  và  thì  mà  

**Câu 19:** Cho các mệnh đề sau với  và  là hai mặt phẳng vuông góc với nhau với giao tuyến  và  là các đường thẳng. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Nếu  thì  hoặc . **B.** Nếu  thì .

**C.** Nếu  và  thì . **D.** Nếu  thì  hoặc .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C**

Do , ,  nên 

**Câu 20:** Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** Cho hai đường thẳng song song  và  và đường thẳng  sao cho . Mọi mặt phẳng  chứa  thì đều vuông góc với mặt phẳng .

**B.** Cho , mọi mặt phẳng  chứa  thì .

**C.** Cho , mọi mặt phẳng chứa  đều vuông góc với .

**D.** Cho , nếu  và  thì .

***Hướng dẫn giải:***

Câu A sai vì  có thể trùng nhau.

Câu C sai vì khi  cắt nhau, mặt phẳng  không vuông góc với .

Câu D sai vì khi  chéo nhau và vuông góc với nhau, ta gọi  là mặt phẳng chứa , song song với và  là mặt phẳng chứa  và song song với  thì 

**Chọn B.**

**Câu 21:** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

**A.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**D.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

***Hướng dẫn giải:***

Mệnh đề A sai vì có thể xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc với nhau nhưng đường thẳng thuộc mặt phẳng này song song với mặt phẳng kia.

Mệnh đề B sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng song song.

Mệnh đề C sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc.

Chọn đáp án D

**Câu 22:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai đường thẳng không cắt nhau, không song song thì chéo nhau.

**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

**D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

***Hướng dẫn giải:***

Mệnh đề sai vì còn trường hợp chéo nhau hoặc trùng nhau.

Mênh đề C sai vì còn trường hợp hai đường thẳng chéo nhau.

Mênh đề D sai vì còn trường hợp hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

**Chọn B.**

**Câu 23:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**B.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**C.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**D.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

***Hướng dẫn giải:***



\* Có vô số đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước, chúng nằm trong mặt phẳng đi qua điểm đó và vuông góc với một đường thẳng cho trước ⇒ “Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước”: SAI

\* Có vô số mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước, trong trường hợp: đường thẳng cho trước vuông góc với mặt phẳng cho trước ⇒:Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước”: SAI

\* Có vố số mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước ⇒”Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước”: SAI

**Chọn D**

**Câu 24:** Cho hình chóp  có đường cao . Xét các mệnh đề sau:

(I) .

(II)  trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

(III) Tam giác  là tam giác đều.

(IV)  là trực tâm tam giác .

Các yếu tố nào chưa đủ để kết luận  là hình chóp đều?

**A.** (III) và (IV). **B.** (II) và (III). **C.** (I) và (II). **D.** (IV) và (I).

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C**

**Câu 25:** Cho hình chóp  có đáy là tam giác đều. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.**  là hình chóp đều nếu các mặt bên của nó là tam giác cân đỉnh 

**B.**  là hình chóp đều nếu góc giữa các mặt phẳng chứa các mặt bên và mặt phẳng đáy bằng nhau.

**C.**  là hình chóp đều nếu các mặt bên của nó là tam giác cân.

**D.**  là hình chóp đều nếu các mặt bên có diện tích bằng nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

**Câu 26:** Trong lăng trụ đều, khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Đáy là đa giác đều.

**B.** Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

**C.** Các cạnh bên là những đường cao.

**D.** Các mặt bên là những hình bình hành.

***Hướng dẫn giải:***

 Vì lăng trụ đều nên các cạnh bằng nhau. Do đó đáy là đa giác đều.

 Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các mặt bên vuông góc với đáy.

 Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các cạnh bên vuông góc với đáy.

 Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các cạnh bên bằng nhau và cùng vuông góc với đáy. Do đó các mặt bên là những hình vuông.

**Chọn D.**

**Câu 27:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Nếu hình hộp có hai mặt là hình vuông thì nó là hình lập phương.

**B.** Nếu hình hộp có ba mặt chung một đỉnh là hình vuông thì nó là hình lập phương.

**C.** Nếu hình hộp có bốn đường chéo bằng nhau thì nó là hình lập phương.

**D.** Nếu hình hộp có sau mặt bằng nhau thì nó là hình lập phương.

***Hướng dẫn giải:***

Đây là câu hỏi lý thuyết.

**Chọn đáp án B**

**Câu 28:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

**A.** Nếu hình hộp có hai mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

**B.** Nếu hình hộp có năm mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

**C.** Nếu hình hộp có bốn mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

**D.** Nếu hình hộp có ba mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn đáp án B**

A sai vì đáy có thể là hình bình hành.

B đúng

C sai vì đáy có thể là hình bình hành

D sai vì đáy có thể là hình bình hành.

**Câu 29:** Hình hộp  là hình hộp gì nếu tứ diện  đều.

**A.** Hình lập phương. **B.** Hình hộp chữ nhật.

**C.** Hình hộp thoi. **D.** Đáp số khác.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn đáp án A**



**Câu 30:** Hình hộp  trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi phải thêm các điều kiện nào sau đây?

**A.** Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

**B.** Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.

**C.** Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.

**D.** Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn đáp án C**

**Câu 31:** Hình hộp  là hình hộp gì nếu tứ diện  có các cạnh đối vuông góc.

**A.** Hình lập phương. **B.** Hình hộp tam giác.

**C.** Hình hộp thoi. **D.** Hình hộp tứ giác.

***Hướng dẫn giải:***

Ta có  suy ra Hình hộp  là hình lập phương.

**Câu 32:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  bằng góc nhọn giữa mặt phẳng  và mặt phẳng (R) khi mặt phẳng  song song với mặt phẳng .

**B.** Góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  bằng góc nhọn giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  khi mặt phẳng  song song với mặt phẳng  (hoặc ).

**C.** Góc giữa hai mặt phẳng luôn là góc nhọn.

**D.** Cả ba mệnh đề trên đều đúng.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn đáp án D**

**Câu 33:** Cho hình chóp tam giác  với đường cao . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng

**A. ** trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  khi và chỉ khi các cạnh bên bằng nhau

**B. ** là trung điểm của một cạnh đáy khi hình hộp đó có một mặt bên vuông góc với mặt đáy.

**C. ** trùng với tâm đường tròn nội tiếp tam giác  khi các góc giữa các mặt phẳng chứa các mặt bên và mặt phẳng đáy bằng nhau.

**D. **thuộc cạnh đáy thì hình chóp đó có một mặt bên vuông góc với đáy

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn đáp án A**

**Câu 34:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Hình lăng trụ tam giác có hai mặt bên là hình chữ nhật là hình lăng trụ đứng.

**B.** Hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau là hình chóp đều.

**C.** Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

**D.** Hình lăng trụ có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

***Hướng dẫn giải:***

Giả sử lăng trụ  có các mặt bên  là hình chữ nhật, khi

đó ta có . Vậy là  lăng trụ đứng.

Theo định nghĩa hình chóp đều và hình lăng trụ đều ta có đáp án B, C đúng.

**Đáp án D sai.**

**Câu 35:** Chovàlà hai mặt phẳng vuông góc với nhau và giao tuyến của chúng là đường thẳng  Gọi  là các đường thẳng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Nếu và  thì . **B.** Nếu  thì .

**C.** Nếu thì hoặc . **D.** Nếu  thì .

***Hướng dẫn giải:***

**Áp dụng hệ quả 1:** Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm

trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia.

**Chọn đáp án A.**

**DẠNG 1: GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG.**

**Phương pháp:**

Để tính góc giữa hai mặt phẳng  và  ta có thể thực hiện theo một trong các cách sau:

***Cách 1.*** Tìm hai đường thẳng  lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng  và . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  chính là góc giữa hai mặt phẳng  và .

.

***Cách 2.*** Tìm hai vec tơ có giá lần lượt vuông góc với  và  khi đó góc giữa hai mặt phẳng  và  xác định bởi .

***Cách 3****.* Sử dụng công thức hình chiếu , từ đó để tính  thì ta cần tính  và .

***Cách 4****.* Xác định cụ thể góc giữa hai mặt phẳng rồi sử dụng hệ thức lượng trong tam giác để tính. Ta thường xác định góc giữa hai mặt phẳng theo một trong hai cách sau:

a)



 Tìm giao tuyến 

 Chọn mặt phẳng 

 Tìm các giao tuyến 

 

b)



 Tìm giao tuyến 

 Lấy .Dựng hình chiếu  của  trên 

 Dựng .

Phương pháp này có nghĩa là tìm hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng  và vuông góc với giao tuyến  tại một điểm trên giao tuyến.

**Câu 1:** Cho tứ diện  có  và . Gọi  là trung điểm của . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là .

**B.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là .

**C. **.

**D. **.

 ***Hướng dẫn giải:***

Tam giác cân tại  có  trung điểm đáy  ⇒ (1)

Tam giác cân tại  có  trung điểm đáy  ⇒ (2)

(1) và (2) ⇒. Vậy A: sai

Chọn A

**Câu 2:** Cho hình chóp tứ giác , có đáy  là hình thoi tâm  cạnh bằng  và góc , cạnh  và  vuông góc với mặt phẳng . Trong tam giác  kẻ  tại . Tính số đo góc .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:***

Ta có  ; .

với  là hình chiếu của  lên ,  là hình chiếu của  lên .

Vậy chọn đáp án .

**Câu 3:** Cho tứ diện đều . Góc giữa  và  bằng . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Đặt . Gọi  là trung điểm của .

Tam giác  đều cạnh  nên  và .

Tam giác  đều nên  và .

Do đó, .

Tam giác  có . Chọn **A.**

**Câu 4:** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng **.** Tính của góc giữa một mặt bên và một mặt đáy.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

Giả sử gọi hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng **** là  có đường cao .

Ta có: . Gọi  là trung điểm .

Dễ chứng minh được  và  .

Từ giả thiết suy ra  là tam giác đều cạnh **** có  là đường trung tuyến .

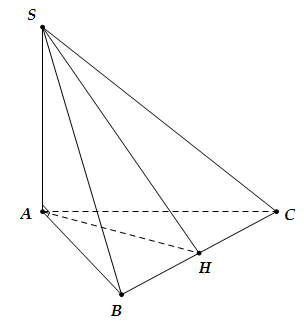
.

**Câu 5:** Cho hình chóp  có hai mặt bên  và  vuông góc với mặt phẳng , tam giác  vuông cân ở  và có đường cao  . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***



Ta có .

.

Mặt khác,  nên . Chọn **D.**

**Câu 6:** Cho hình chóp  có đáy là hình thoi tâm  cạnh  và có góc . Đường thẳng  vuông góc với mặt phẳng đáy  và . Gọi  là trung điểm  và  là trung điểm . Góc giữa hai mặt phẳng  và  là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

 ***Hướng dẫn giải:***

•  đều nên . Mặt khác  (1).

• Do  (2).

• Từ (1) và (2), suy ra 

Vậy, góc giữa và  bằng 

**Câu 7:** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi cạnh  và có . Góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là chân đường vuông góc của  xuống mặt phẳng đáy  ()

 ⇒ các hình chiếu:  ⇒ là tâm đường tròn 

Mà tam giác  cân tại  (vì ) ⇒ tâm  phải nằm trên  ⇒

Vậy có  nên góc .

Chọn B

**Câu 8:** Cho hình chóp tứ giác đều , có đáy  là hình vuông tâm . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng . Gọi  là trung điểm . Góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là trung điểm . Có  ;

. Do đó 

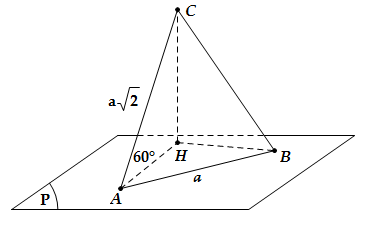
Vậy chọn đáp án .

**Câu 9:** Cho tam giác  vuông tại . Cạnh  nằm trong mặt phẳng , cạnh ,  tạo với  một góc . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.**  tạo với  góc . **B.**  tạo với  góc .

**C.**  tạo với  góc . **D.**  tạo với  góc .

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng .

Khi đó,  và .

Tam giác  vuông tại  nên .

Tam giác  vuông tại  nên .

Chọn **C.**

**Câu 10:** Cho hình chóp  có  và đáy  vuông ở **.** Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A.** .

**B.** .

**C.** Vẽ  góc  là góc giữa hai mặt phẳng  và .

**D.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc **.**

 ***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Ta có:  nên đáp án **A** đúng.

 . Nên đáp án B đúng

 .

Nên đáp án C đúng.

Ta có:  nên đáp án **D** sai.

**Câu 11:** Cho tứ diện  có  và **.** Gọi  là trung điểm của **.** Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc **.**

**B.** .

**C.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc .

**D.** .

 ***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Ta có:  .

Nên đáp án **C** sai

**Câu 12:** Cho hình chóp  có  và , gọi  là trung điểm **.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc nào sau đây?

**A.** Góc . **B.** Góc . **C.** Góc . **D.** Góc .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

Ta có: 

 .

**Câu 13:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông và , gọi  là tâm hình vuông . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc .

**B.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc .

**C.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc **.**

**D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Ta có:  .

Nên đáp án **C** sai.

**Câu 14:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông tâm . Biết ,  và đường tròn ngoại tiếp  có bán kính bằng **.** Gọi  là góc hợp bởi mặt bên  với đáy. Khi đó 

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**



Gọi  là trung điểm của .

Khi đó 

.

Ta có: .

.

**Câu 15:** Cho hình chóp tam giác đều  với . Góc giữa  và  bằng . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A. .** **B.** .

**C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:* C**

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC

Gọi suy ra H là trung điểm AB( vì đều)

và 

*Tìm góc giữa  và *



 (1)

Ta có





Từ (1) suy ra 

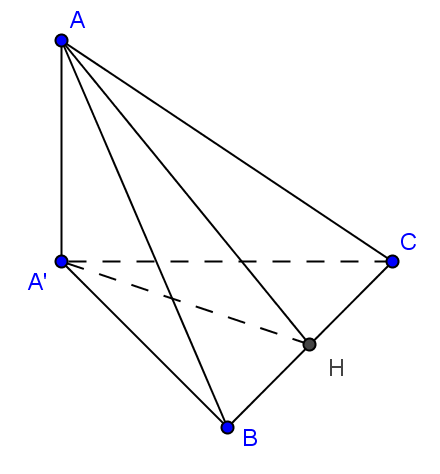
Từ đó ta có :

Chọn **B**

**Câu 16:** Cho tam giác cân  có đường cao ,   chứa trong mặt phẳng . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng . Biết tam giác  vuông tại . Gọi  là góc giữa  và . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A. **. **B. **. **C.** . **D. **.

***Hướng dẫn giải:***

Ta có .

Do đó: .

Mặt khác, tam giác  vuông tại  nên .

Ta có .

**Chọn D.**

**Câu 17:** Trong không gian cho tam giác đều  và hình vuông  cạnh  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc. Gọi ,  lần lượt là trung điểm của , . Ta có  của góc tạo bởi hai mặt phẳng  và  bằng :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

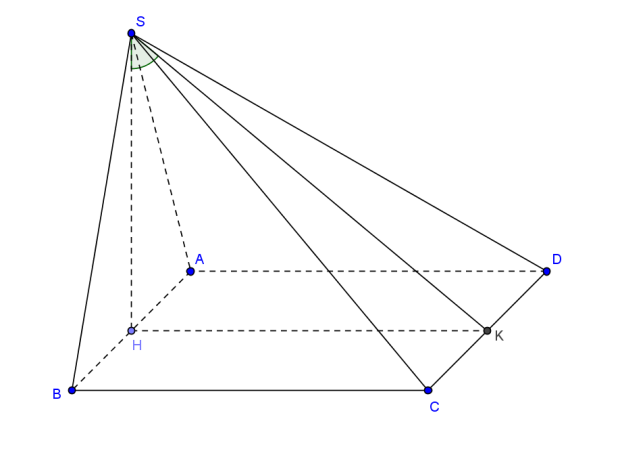
***Hướng dẫn giải:***

Ta có: 

Gọi  với 

Do đó: 

Mặt khác: ; mà 

Vì  là trung điểm của   (vì )

 (theo định lí ba đường vuông góc)

Do đó:  là góc giữa  và 

Mà là đường cao trong đều cạnh 

Xét  vuông tại có: .

Vậy chọn đáp án .

**Câu 18:** Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật tâm  và khoảng cách từ  đến  bằng . Biết  và **.** Gọi  là góc giữa hai mặt phẳng  và . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** . **B.** . **C.** . **D. .**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**



Gọi  là khoảng cách từ  đến 

Khi đó  và , 



Vậy đáp án **D** sai.

**Câu 19:** Cho hình lăng trụ  có đáy  là hình thoi, **.** Các cạnh bên vuông góc với đáy và **.** Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A.** Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình chữ nhật.

**B.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  có số đo bằng .

**C.** Hai mặt bên  và  vuông góc với hai đáy.

**D.** Hai hai mặt bên  và  bằng nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Ta có: các cạnh bên vuông góc với đáy, đáy là hình thoi nên

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình chữ nhật.

Hai mặt bên  và  vuông góc với hai đáy.

Hai hai mặt bên  và  bằng nhau.

suy ra đáp án **A,C,D** đúng.

Mặt khác hai đáy  và  là các hình thoi nên . Suy ra đáp án **B** sai.

**Câu 20:** Cho hình lập phương . Gọi  là góc giữa hai mặt phẳng  và . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:***

 là góc giữa hai mặt phẳng  và  là 

Ta có 

Chọn đáp án **A.**

**Câu 21:** Cho hình chópcó đáy  là hình vuông có tâm O và . Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc .

**B.** .

**C.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc .

**D.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có: 



**. Vậy A đúng**

Ta có: 

Mà **. Vậy B đúng**

Ta có: 



**. Vậy C đúng**

Ta có: 



**. Vậy D sai.**

**Câu 22:** Tính của góc giữa hai mặt của một tứ diện đều.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là trung điểm của  khi đó 

Góc giữa hai mặt của tứ diện bằng 

Ta có 

Trong tam giác  có :





**Câu 23:** Cho hình chóp tứ giác đều  có. Góc giữa  và  bằng . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** . **C. **. **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:***

Gọi độ dài cạnh của hình chóp đều  là . Gọi  là trung điểm của  ta có  (vì tam giác  đều) và  (vì tam giác  đều). Vậy, góc giữa hai mặt phẳng  và  chính là góc .

Ta có :  (đường chéo hình vuông),  (đường cao tam giác đều)

Áp dụng định lý cosin cho góc  trong tam giác  ta có :

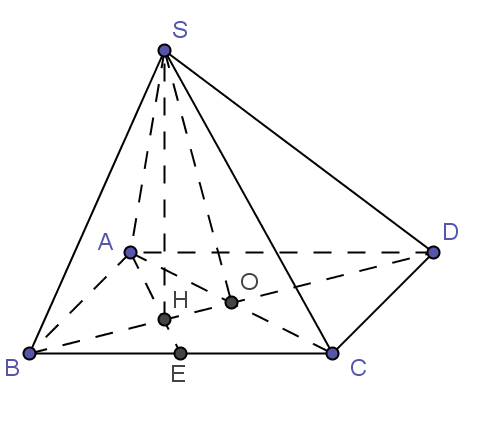


Vậy 

**Câu 24:** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi cạnh  và góc . Các cạnh  đều bằng . Gọi  là góc của hai mặt phẳng  và . Giá trị  bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***



Do  và  nên tam giác  đều.

Gọi  là hình chiếu của  lên .

Do  nên  là tâm đường tròn ngoại tiế tam giác .

Ta có :.

Mặt khác, , 

**Câu 25:** Cho hình chóp có đáy là hình thang vuông tại và . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

**A.** .

**B.** Giao tuyến của  và  song song với .

**C.** tạo với một góc .

**D.**  tạo với đáy một góc .

***Hướng dẫn giải:***

+Ta có: 

Mà **(A đúng)**

+

**B đúng**

+

Ta có: 

Suy ra góc giữa và là .

 **(C sai)**

**Vậy chọn C.**

**Câu 26:** Cho hình hộp chữ nhật  có ,. Gọi  là góc giữa đường chéo  và đáy. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.**

Từ giả thiết ta suy ra:  là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng .

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác  vuông tại  ta có:

.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  vuông tại  ta có:

.

**Câu 27:** Cho hình lập phương . Xét mặt phẳng . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Góc giữa mặt phẳng  và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương bằng  mà .

**B.** Góc giữa mặt phẳng  và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương bằng  mà .

**C.** Góc giữa mặt phẳng  và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương phụ thuộc vào kích thước của hình lập phương.

**D.** Góc giữa mặt phẳng  và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương bằng nhau.

***Hướng dẫn giải:***

 là hình lặp phương nên hình chiếu của tam giác  lên các mặt chứa các cạnh của hình lặp phương là các tam giác bằng nhau. Gọi  là diện tích các tam giác này

Lại có .

Vậy chọn đáp án .

**Câu 28:** Cho hình chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng  và đường cao bằng cạnh đáy. Tính số đo góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

+ Vì  và  hay   là hình chiếu vuông góc của  lên   .

+ Gọi ,  lần lượt là trung điểm của , .

Vì  là tam giác đều cạnh  nên dễ tính được : .

Từ giả thiết suy ra  là trọng tậm .

+ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  vuông tại  ta có:

.

**Câu 29:** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  và chiều cao bằng . Tính số đo của góc giữa mặt bên và mặt đáy.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.**



Giả sử hình chóp đã cho là  có đường cao .

Ta có: .

Gọi  là trung điểm của   dễ chứng minh được  và .

 .

Mặt khác: 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  vuông tại , ta có :

.

**Câu 30:** Tính của góc giữa hai mặt của một tứ diện đều.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn D.**

Giả sử tứ diện đều đã cho là  có cạnh .

Ta có: .

Gọi  là trung điểm . Khi đó dễ dàng chứng minh được  và .

.

Ta dễ tính được: .

Áp dụng hệ quả của định lý cô sin trong tam giác  ta có:

.

**Câu 31:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Cạnh bên  vuông góc với đáy và . Gọi  là góc giữa hai mặt phẳng  và . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Ta có 

Vì  nên chân đường cao hạ từ  và  đến  của hai tam giác đó trùng nhau và độ dài đường cao bằng nhau 

Do đó 

Ta có 

Lại có  và  là trung điểm  nên  hay  vuông tại 



Ta có 

Chọn đáp án **C.**

**Câu 32:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Cạnh bên  vuông góc với đáy và . Góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng bao nhiêu?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

Ta có:  (vì )

Trong mặt phẳng , kẻ  thì ta có 

Khi đó 

Trong tam giác , kẻ đường cao  thì 

Mà  là trung điểm  và  nên 

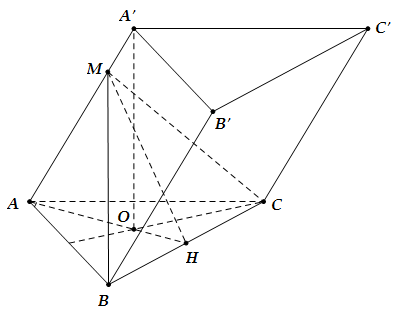
Tam giác  vuông tại  có 

Vậy hai mặt phẳng  và  hợp với nhau một góc .

**Câu 33:** Lăng trụ tam giác đều  có cạnh đáy bằng . Gọi  là điểm trên cạnh  sao cho . Tang của góc hợp bởi hai mặt phẳng  và  là:

**A. . B. . C. . D. .**

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác . Khi đó, .

Trong mặt phẳng , dựng . Vì tam giác  đều nên .

Ta có .

Do đó, .

Tam giác  vuông tại  nên . Chọn **D.**

**Câu 34:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . , . Xác định  để hai mặt phẳng  và  tạo với nhau góc .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

\* Trong  dựng  ta chứng minh được  (1)

Trong  dựng  ta chứng minh được  (2)

Từ (1) và (2) ⇒góc 

\* Ta chứng minh được . Do đó, nếu góc  thì  đều ⇒

 vuông tại  có  là đường cao ⇒ ⇒ (3)

Và có  ⇒ (4)

Ta chứng minh được  ⇒ ⇒  (5)

Thế (3)&(5) vào  ⇒ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔

**Chọn C**

**Câu 35:** Cho hình chóp  có đáy là hình thoi tâm  Biết  và đường tròn nội tiếp  có bán kính bằng  Tính góc hợp bởi mỗi mặt bên với đáy.

**A. **  **B. **  **C. **  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C**

Ta có  và  lần lượt vuông góc với 

Theo định lí ba đường vuông góc ta có 

Từ đó suy ra 

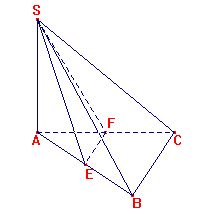
Xét tam giác  vuông tại  ta có 

Vậy mỗi mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau và bằng 

**Câu 36:** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông tại Gọi lần lượt

là trung điểm của các cạnh và. Góc giữa hai mặt phẳng  và  là :

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

  ***Hướng dẫn giải:***

Ta có: 







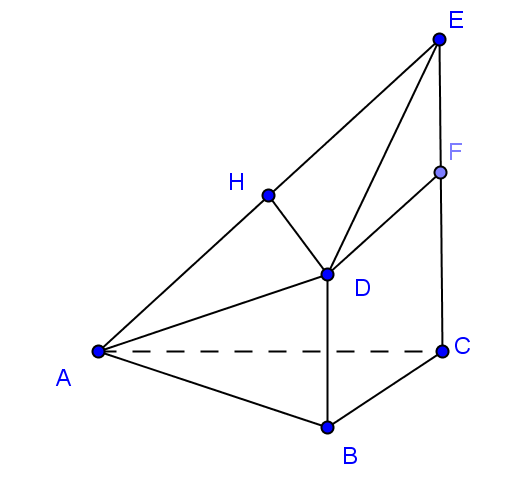
Góc giữa hai mặt phẳng  và  là : 

**Chọn C.**

**Câu 37:** Cho tam giác đều  có cạnh bằng  và nằm trong mặt phẳng . Trên các đường thẳng vuông góc với tại  lần lượt lấy  nằm trên cùng một phía đối với  sao cho . Góc giữa  và  bằng bao nhiêu?

**A. **  **B. **  **C. **  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

Gọi .

Ta có: .

Mặt khác, ta có: , .

Gọi  là trung điểm , ta có .

Do đó .

Suy ra tam giác  cân tại .

Gọi  là trung điểm , ta có .

Suy ra 

Vậy .

**Chọn B.**

**Câu 38:** Cho góc tam diện Sxyz với , , . Trên các tia , ,  lần lượt lấy các điểm  sao cho . Góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng :

**A. ** **B. **  **C. **  **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B**

Áp dụng định lí Côsin trong tam giác , ta có 

Tam giác  vuông cân tại  nên  ; tam giác  đều nên .

Vì  nên tam giác  vuông tại 

Gọi  là trung điểm  thì ta có



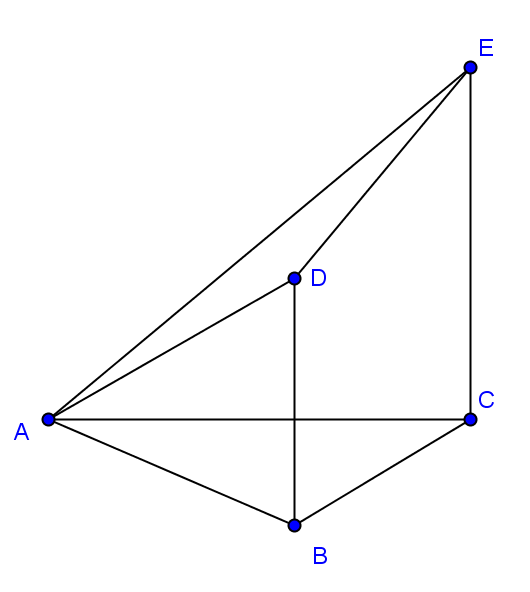
Mà  nên 

Vậy 

**Câu 39:** Cho tam giác đều  cạnh . Gọi  lần lượt là đường thẳng đi qua  và vuông góc với .  là mặt phẳng qua  và hợp với  góc .  cắt  lần lượt tại  và . biết  đặt . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.** . **B. **. **C.** . **D. **.

***Hướng dẫn giải:***

Ta có:  với .

Do đó .

Mặt khác, .

**Chọn A.**

## DẠNG 2: CHỨNG MINH HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC, CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

**Phương pháp:**

**\* Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc**

Để chứng minh (P) ⊥ (Q), ta có thể chứng minh bởi một trong các cách sau:

• Chứng minh trong (P) có một đường thẳng a mà a ⊥ (Q).

• Chứng minh 

**\* Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng**

Để chứng minh d ⊥ (P), ta có thể chứng minh bởi một trong các cách sau:

• Chứng minh d ⊂ (Q) với (Q) ⊥ (P) và d vuông góc với giao tuyến c của (P) và (Q).

• Chứng minh d = (Q) ∩ (R) với (Q) ⊥ (P) và (R) ⊥ (P).

• Sử dụng các cách chứng minh đã biết ở phần trước.

**Câu 1:** Cho tứ diện ABCD có . Trong  vẽ các đường cao  và  cắt nhau ở . Trong  vẽ  tại . Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A. **. **B. **. **C.** . **D. **.

 ***Hướng dẫn giải:***

\* Ta có .

Vậy “****”: ĐÚNG.

\* .

Vậy “****”: ĐÚNG.

\* Ta có .

Vậy “****”: ĐÚNG.

\* “”: SAI

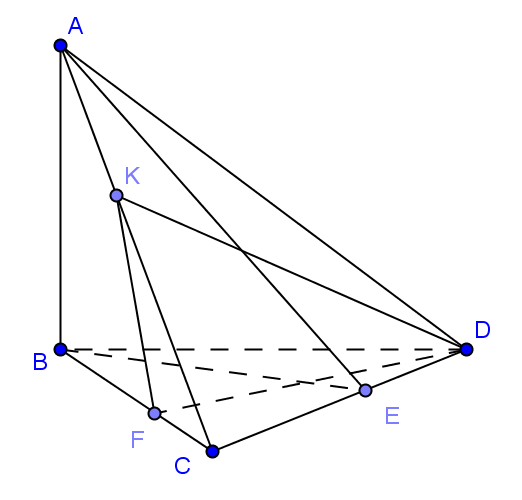
Chọn C

**Câu 2:** Cho tứ diện  có hai mặt phẳng  và  cùng vuông góc với . Gọi  và  là hai đường cao của tam giác ,  là đường cao của tam giác . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

**A. . B. .**

**C. . D. .**

***Hướng dẫn giải:***



Ta có: .

Mặt khác:  nên câu A đúng.

 nên câu C đúng.

Theo trên ta có  nên .

Vậy ta có . Do đó câu D đúng.

**Chọn B.**

**Câu 3:** Cho hình hộp chữ nhật . Khẳng định nào sau đây **không** đúng?

**A.** Tồn tại điểm  cách đều tám đỉnh của hình hộp.

**B.** Hình hộp có 6 mặt là 6 hình chữ nhật.

**C.** Hai mặt  và  vuông góc nhau.

**D.** Hình hộp có 4 đường chéo bằng nhau và đồng qui tại trung điểm của mỗi đường.

 ***Hướng dẫn giải:***

**Chọn** C

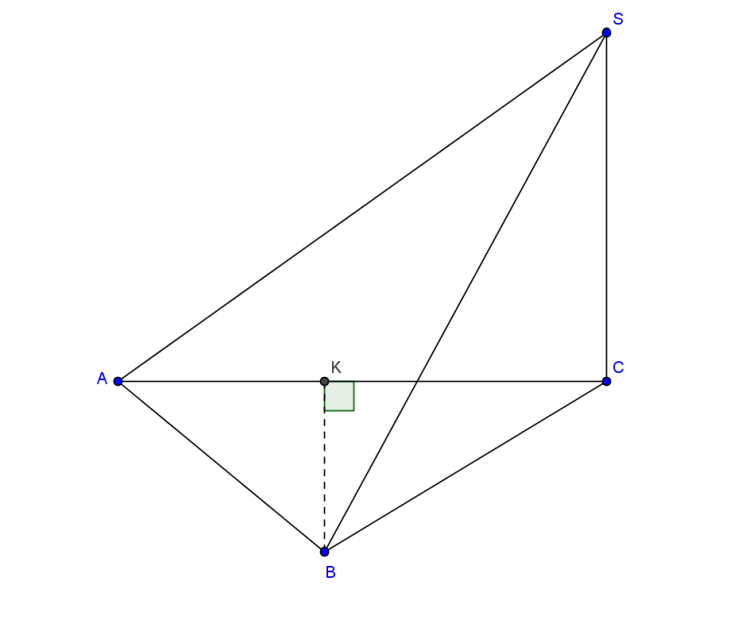
**Câu 4:** Cho hình chóp  có hai mặt bên  và  vuông góc với đáy . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Đáy là đa giác đều.

**B.** Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

**C.** Các cạnh bên là những đường cao.

**D.** Các mặt bên là những hình bình hành.

 ***Hướng dẫn giải:***

Ta có: . **Do đó câu**  **và**  **đúng**

 **Sai.** vì nếu  thì hai mặt phẳng  và phải vuông góc với nhau theo giao tuyến 

 Ta có:  theo giao tuyến 

Mà  là đường cao của  . **Vậy**  **đúng**

**Vậy chọn đáp án .**

**Câu 5:** Cho hình lăng trụ . Hình chiếu vuông góc của  lên  trùng với trực tâm của tam giác . Khẳng định nào sau đây **không** đúng?

**A. ** là hình chữ nhật. **B. **.

**C. **. **D. **.

 ***Hướng dẫn giải:***

Ta có  nên,nếu  thì  vô lý vì  trùng.

**Chọn D.**

**Câu 6:** Cho hình chóp  có  và đáy  là tam giác cân ở **.** Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.**  trùng với trọng tâm tam giác .

**C.** . **D.**  ( là trung điểm của ).

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Gọi  là trung điểm của  mà  .

Khi đó  là hình chiếu vuông góc của  lên . Suy ra .

**Câu 7:** Cho hình chóp  có hai mặt bên  và  vuông góc với đáy . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** .

**B.** Nếu  là hình chiếu vuông góc của  lên  thì .

**C.** .

**D.**  là đường cao của tam giác  thì .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Ta có: .

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên ,

khi đó .

Suy ra đáp án **B** sai

**Câu 8:** Cho hình chóp  có hai mặt bên  và  vuông góc với đáy , tam giác  vuông cân ở  và có đường cao . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** Góc giữa  và  là góc **.**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**



Ta có: .

Gọi  là trung điểm của 

mà  .

Khi đó  là hình chiếu vuông góc

của  lên 

Thì suy ra  và .

Vậy đáp án **B** đúng.

**Câu 9:** Cho hình lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông cân ở **.** là trung điểm **.** Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A.** Các mặt bên của  là các hình chữ nhật bằng nhau.

**B.**  là mặt phẳng trung trực của .

**C.** Nếu  là hình chiếu vuông góc của  lên  thì .

**D.** Hai mặt phẳng  và  vuông góc nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

Vì  là tam giác vuông cân ở ** **

nên các mặt bên của lăng trụ không bằng nhau.

**Vậy đáp án A sai.**

**Câu 10:** Cho hình hộp chữ nhật . Khẳng định nào sau đây không đúng?

**A.** Hình hộp có  mặt là  hình chữ nhật.

**B.** Hai mặt  và  vuông góc nhau.

**C.** Tồn tại điểm  cách đều tám đỉnh của hình hộp.

**D.** Hình hộp có  đường chéo bằng nhau và đồng qui tại trung điểm của mỗi đường.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

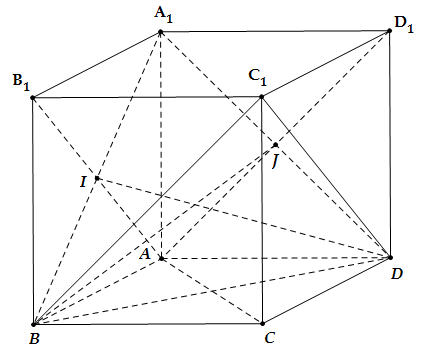
Ta có:  là hình chữ nhật nên  không vuông góc với 

Suy ra hai mặt  và  không vuông góc với nhau.

**Vậy đáp án B sai.**

**Câu 11:** Cho hình lập phương . Mặt phẳng  không vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:***

\* Gọi .

Tam giác  đều có  là đường trung tuyến nên .

.

 nên A đúng.

\* Ta có  nên B đúng.

\* Gọi .

Tam giác  đều có  là đường trung tuyến nên .

.

 nên C đúng. Chọn **D.**

**Câu 12:** Cho hình lập phương  có cạnh bằng**.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Tam giác  là tam giác đều.

**B.** Nếu  là góc giữa  và  thì .

**C.**  là hình chữ nhật có diện tích bằng .

**D.** Hai mặt  và  ở trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

+ ***Cách 1:*** Chứng minh trực tiếp chỉ ra  là đáp án sai.

Từ giả thiết dễ dàng tính được .

Mặt khác vì  là hình lập phương nên suy ra .

Xét tứ giác  có   là hình chữ nhật có các cạnh  và .

Diện tích hình chữ nhật  là :  (đvdt)

 **đáp án**  **sai.**

+ ***Cách 2:*** Chứng minh 3 đáp án , ,  đều đúng và suy ra đáp án sai.

**Câu 13:** Cho hình chóp  có đường cao. Xét các mệnh đề sau:

I) .

II) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác.

III) Tam giác  là tam giác đều.

IV)  là trực tâm tam giác .

Các yếu tố nào chưa đủ để kết luận  là hình chóp đều?

**A.**  và . **B.**  và . **C.**  và . **D.**  và .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn A.**

**Câu 14:** Cho hình lập phương  cạnh bằng ****. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hai mặt  và  vuông góc nhau.

**B.** Bốn đường chéo, , ,  bằng nhau và bằng .

**C.** Hai mặt  và  là hai hình vuông bằng nhau.

**D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**



Vì theo giả thiết  ta dễ dàng chỉ ra được:

+  và  cắt  cùng nằm trong  . Mà  **đáp án  đúng**.

+  **đáp án  đúng**.

+ Áp dụng đình lý Pytago trong tam giác  vuông tại  ta có:

.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác  vuông tại  ta có:

. Hoàn toàn tương tự ta tính được độ dài các đường chéo còn lại của hình lập phương đều bằng nhau và bằng  **đáp án  đúng**.

+ Xét tứ giác  có  là hình chữ nhật. hoàn toàn tương tự ta cũng chỉ ra  cũng là hình chữ nhật có các cạnh là  và .

 Hai mặt  và  là hai hình vuông bằng nhau  **đáp án  sai**.

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ . Hình chiếu vuông góc của  lên trùng với trực tâm  của tam giác **.** Khẳng định nào sau đây không đúng?

**A.** . **B.** .

**C.**  là hình chữ nhật. **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**



Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên 



 nên đáp án B,C,D đúng.

**Câu 16:** Hình hộp  trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi phải thêm các điều kiện nào sau đây?

**A.** Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

**B.** Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

**C.** Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.

**D.** Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Theo lí thuyết lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng có đáy là hình vuông.

**Câu 17:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  có cạnh đáy bằng ****, góc giữa hai mặt phẳng và  có số đo bằng. Cạnh bên của hình lăng trụ bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.**

Ta có: .

Từ giả thiết ta dễ dàng chứng minh được:  mà . Mặt khác: .

.

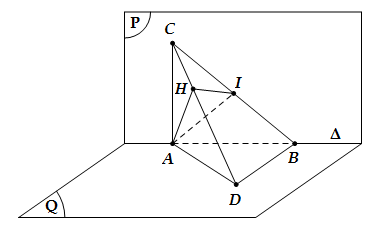
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  vuông tại  ta có:

.

**Câu 18:** Cho hai mặt phẳng vuông góc  và  có giao tuyến . Lấy ,  cùng thuộc và lấy  trên (P),  trên (Q) sao cho ,  và . Thiết diện của tứ diện  khi cắt bởi mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với  là hình gì?

**A.** Tam giác cân. **B.** Hình vuông. **C.** Tam giác đều. **D.** Tam giác vuông.

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là trung điểm của . Vì tam giác  vuông cân tại  nên .

Ta có .

.

Trong , dựng đường thẳng đi qua  và vuông góc với  cắt  tại .

Thiết diện của tứ diện  khi cắt bởi mặt phẳng  là tam giác .

Vì  nên tam giác  là tam giác vuông tại .

Chọn **D.**

**Câu 19:** Cho hai tam giác  và  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và . với giá trị nào của  thì hai mặt phẳng  và  vuông góc.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

 vuông cân tại 



( Với  là trung điểm ;  là trung điểm )

**Vậy chọn đáp án .**

## DẠNG 3: TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, DIỆN TÍCH HÌNH CHIẾU, CHU VI VÀ DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

**Câu 1:** Cho hình hộp chữ nhật  có , , . Độ dài đường chéo  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:***

Từ sách giáo khoa, đường chéo hình hộp chữ nhật 

Chọn A

**Câu 2:** Cho hình hộp  có , , . Nếu  thì hình hộp là

**A.** Hình lập phương. **B.** Hình hộp chữ nhật **C.** Hình hộp thoi. **D.** Hình hộp đứng.

***Hướng dẫn giải:***

** **

 ⇒hình bình hành  là hình chữ nhật

 ⇒hình bình hành  là hình chữ nhật

 ⇒hình bình hành  là hình chữ nhật

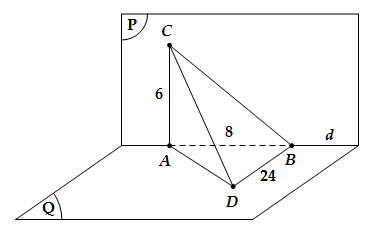
**Chọn B**

**Câu 3:** Cho hai mặt phẳng  và  vuông góc với nhau. Người ta lấy trên giao tuyến  của hai mặt phẳng đó hai điểm  và  sao cho . Gọi  là một điểm trên ,  là một điểm trên  sao cho ,  cùng vuông góc với giao tuyến  và , . Độ dài  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Tam giác  vuông tại  nên .

Ta có .

Tam giác  vuông tại  nên .

Chọn **D.**

**Câu 4:** Cho ba tia, ,  vuông góc nhau từng đôi một. Trên , ,  lần lượt lấy các điểm, ,  sao cho. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  là hình chóp đều.

**B.** Tam giác  có diện tích .

**C.** Tam giác  có chu vi .

**D.** Ba mặt phẳng , ,  vuông góc với nhau từng đôi một.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

+ Áp dụng định lý Pytago trong tam giác  vuông tại  ta có:

 .

Hoàn toàn tương tự ta tính được .

 là tam giác đều. Mặt khác theo giả thiết   các mặt bên của hình chóp  là các tam giác cân tại   là hình chóp đều  **đáp án  đúng.**

+ Chu vi  là:   **đáp án  sai.**

+ Nửa chu vi Diện tích  là: . Diện tích  là:

 (đvdt).

 **đáp án  đúng.**

+ Dễ chứng minh được , .

 **đáp án  đúng.**

**Câu 5:** Cho hình thoi có cạnh bằng  và. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  tại  ( là tâm của ), lấy điểm  sao cho tam giác  là tam giác đều. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  là hình chóp đều.

**B.** Hình chóp  có các mặt bên là các tam giác cân.

**C.** .

**D.**  và  hợp với mặt phẳng  những góc bằng nhau.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

Xét  có ,    là tam giác đều cạnh . Vì  là tâm của  nên suy ra  là đường trung tuyến trong  đều cạnh  nên dễ tính được  .

Mặt khác theo giả thiết  là tam giác đều  .

**Câu 6:** Cho hình chóp cụt đều  với đáy lớn  có cạnh bằng **.** Đáy nhỏ  có cạnh bằng , chiều cao . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Ba đường cao, ,  đồng qui tại.

**B.** .

**C.** Góc giữa mặt bên mặt đáy là góc  ( là trung điểm).

**D.** Đáy lớn  có diện tích gấp  lần diện tích đáy nhỏ .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.** 

+ **Đáp án  đúng.  
+** Gọi  là trung điểm của .

Từ giả thiết dễ dàng chỉ ra được  . Mặt khác  là tam giác đều cạnh , có  là đường trung tuyến  .

Áp dụng định lý Pytago trong  vuông tại  ta có:

  . Vì  là hình chóp cụt đều nên   **đáp án  sai.**

**+** Ta có: . Vì  cân tại  và  là trung điểm của  nên suy ra . Mặt khác  là tam giác đều có  là trung điểm của  .

  **đáp án  đúng.**

+ Ta có:   **đáp án  đúng.**

**Câu 7:** Cho hình chóp cụt tứ giác đều  cạnh của đáy nhỏ  bằng và cạnh của đáy lớn  bằng **.** Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng. Tính chiều cao  của hình chóp cụt đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn A.**

Ta có  là hình chiếu vuông góc của  lên  .

Từ giả thiết dễ dàng chỉ ra được .

Vì  là tam giác vuông cân tại  có  là đường cao nên ta có:

  .

Áp dụng hệ thức lượng trong  vuông tại  ta có:

  .

**Câu 8:** Cho hình lăng trụ lục giác đều  có cạnh bên bằng  và  là hình vuông. Cạnh đáy của lăng trụ bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

 **Chọn B.**

Tổng số đo các góc của hình lục giác là . Vì  là hình lục giác đều nên mỗi góc của hình lục giác đều  là  . Vì  là hình lục giác đều nên ta suy ra:

+  là tia phân giác của góc  và  .

+ Tam giác  vuông tại .

Xét tam giác  vuông tại  có  và  ta suy ra:



**Câu 9:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  có  là hình vuông, cạnh bằng**.** Cạnh đáy của hình lăng trụ bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

 **Chọn A.**

Từ giả thiết ta sauy ra  vuông cân tại .

Áp dụng hệ thức lượng trong  vuông cân tại  có  và cạnh , ta có:

.

**Câu 10:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  có cạnh đáy bằng  và cạnh bên bằng. Gọi  và  lần lượt là trọng tâm của hai đáy  và . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về?

**A.**  là hình chữ nhật có hai kích thước là  và.

**B.**  là hình vuông có cạnh bằng .

**C.**  là hình chữ nhật có diện tích bằng .

**D.**  là hình vuông có diện tích bằng.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.**

Gọi  là trung điểm . Khi đó ta dễ dàng tính được : .

Vì  là trọng tâm tam giác  nên: .

 là hình vuông có cạnh bằng .

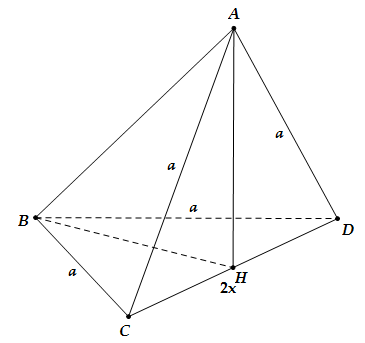
**Câu 11:** Cho hai tam giác  và  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và , . Tính  theo  và ?

**A.** . **B.** .

**C.**  . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là trung điểm của . Vì tam giác  cân tại  và tam giác  cân tại  nên , .

Ta có .

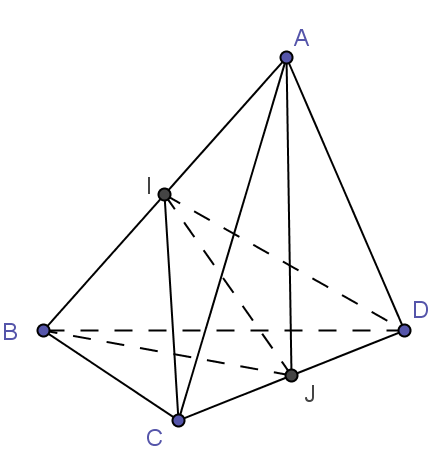
.

Tam giác  vuông tại  nên . Chọn **C.**

**Câu 12:** Cho hai tam giác  và  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và , . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và . Tính  theo  và ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***



Ta có: . Vậy tam giác  vuông tại 

Ta có: .

Do đó tam giác  vuông cân tại . Suy ra 

**Chọn C.**

**Câu 13:** Cho hình chóp đều  có cạnh đáy bằng , góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng. Tính độ dài đường cao.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

 ***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn A.**

Ta có: . Gọi ,  lần lượt là trung điểm của các cạnh  và .

Dễ chứng minh được  và .

.

Ta dễ tính được: . Vì  là chân đường cao của hình chóp đều  nên  trùng với trọng tâm của tam giác  .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  vuông tại  ta có :

 .

**Câu 14:** Cho hình lăng trụ đứng  có, , . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Đáy là tam giác vuông.

**B.** Hai mặt  và  vuông góc nhau.

**C.** Góc giữa hai mặt phẳng  và  có số đo bằng .

**D.** .

 ***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn D.**

+ ***Cách 1:*** Chứng minh trực tiếp chỉ ra  là đáp án sai.

Từ giả thiết dễ dàng suy ra .

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác  vuông tại  ta có:

   **đáp án  sai.**

+ ***Cách 2:*** Chứng minh 3 đáp án , ,  đều đúng

**suy ra đáp án  sai.**

**Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác , có đáy  là hình thoi tâm  cạnh bằng  và góc , cạnh  và  vuông góc với mặt phẳng . Trong tam giác  kẻ  tại . Tính độ dài  được

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Tam giác  đồng dạng tam giác  ⇒ ⇒

 và  đều cạnh  ⇒ ⇒

 vuông tại  ⇒ = =

Vậy 

**Chọn A**

**Câu 16:** Cho tam giác  và mặt phẳng Biết góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  là . Hình chiếu của tam giác trên mặt phẳng  là tam giác  Tìm hệ thức liên hệ giữa diện tích tam giác  và diện tích tam giác 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

Qua B kẻ mặt phẳng  cắt  lần lượt tại  khi đó 

Góc giữa mặt phẳng  và mặt phẳng  bằng góc giữa mặt phẳng và  và bằng 

Kẻ 



Vậy 

## DẠNG 4: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CHỨA MỘT ĐƯỜNG THẲNG VÀ VUÔNG GÓC VỚI MỘT MẶT PHẲNG.

**Phương pháp:**

Cho mặt phẳng  và đường thẳng  không vuông góc với .Xác định mặt phẳng  chứa  và vuông góc với 

.

Để giải bài toán này ta làm theo các bước sau:

* Chọn một điểm 
* Dựng đường thẳng  đi qua  và vuông góc với . Khi đó  chính là mặt phẳng .

**Câu 1:** Cho hình chóp , đáy  là hình vuông, . Gọi  là mặt phẳng chứa  và vuông góc với ,  cắt chóp  theo thiết diện là hình gì?

**A.** hình bình hành. **B.** hình thang vuông.

**C.** hình thang không vuông. **D.** hình chữ nhật.

***Hướng dẫn giải:***

Dựng 

Ta có .

Suy ra 

mà  suy ra 

Do đó 

Vì  nên .

Từ đó thiết diện là hình thang .

Mặt khác  nên 

Vậy thiết diện là hình thang vuông tại  và .

**Chọn đáp án B.**

Ta có , mà . Chon A

**Câu 2:** Cho hình chóp  với  là hình chữ nhật tâm  có  vuông góc với đáy và . Gọilà mặt phẳng qua  và vuông góc với  Diện tích thiết diện của  và hình chóp  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là đoạn thẳng qua  vuông góc  ( thuộc ) ta có  nên  là thiết diện cần tìm.

 vuông tại  nên .

**Chọn B.**

**Câu 3:** Cho hai mặt phẳng vuông góc  và  có giao tuyến . Lấy ,  cùng thuộc  và lấy  trên ,  trên  sao cho ,  và . Diện tích thiết diện của tứ diện  khi cắt bởi mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với  là?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Ta có:



Gọi  là trung điểm , ta có 

Trong mặt phẳng , kẻ  thì ta có 

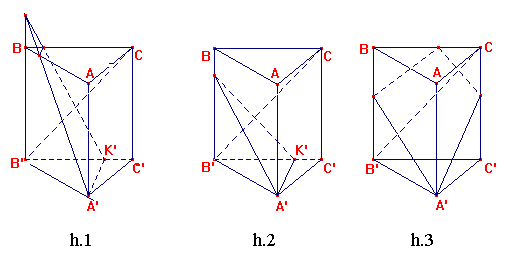
Khi đó mặt phẳng  cắt tứ diện  theo thiết diện là tam giác 

Mặt khác tam giác  vuông cân tại  nên .

Trong tam giác vuông , kẻ đường cao  thì  và 

Vậy: thiết diện cần tìm là tam giác  vuông tại  và có diện tích 

**Câu 4:** Cho hình lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông tại, với,, cạnh bên . Mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với .Thiết diện của lăng trụ cắt bởi mặt phẳng  có hình:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

Gọi  là mặt phẳng đi qua  và vuông góc với . Từ ta dựng , Vì  nên  .

Mặt khác trong mặt phẳng  dựng và cắt  tại 1 điểm  (điểm gì đề chưa có cho nên cho tạm điểm ).

Từ và ta có : 

**Chọn đáp án **

**Câu 5:** Cho hình lập phương  có cạnh bằng . Cắt hình lập phương bởi mặt phẳng trung trực của . Thiết diện là hình gì?

**A.** Hình vuông. **B.** Lục giác đều.

**C.** Ngũ giác đều. **D.** Tam giác đều.

***Hướng dẫn giải:***

Ta có  là hình chiếu của  lên .

mà  nên 

Ta có 

Lại có  suy ra 

Từ  và  suy ra 

Mặt phẳng trung trực  là mặt phẳng  đi qua trung điểm  của  và 

Từ  và  suy ra 

Do đó

Qua  dựng 

Dựng



Mà 

Suy ra thiết diện là lục giác đều.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 6:** Cho hình lập phương  có cạnh bằng  Cắt hình lập phương bởi mặt phẳng trung trực của  Diện tích thiết diện là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

 ***Hướng dẫn giải:***

Ta có mặt phẳng trung trực của cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác đều  cạnh 

Khi đó 