**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM SỐ PHỨC**

**VẬN DỤNG CAO**

**Câu 1.** Gọi  là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức ,  thỏa mãn và  là điểm biểu diễn số phức . Tìm điểm  thuộc  sao cho  có độ dài lớn nhất.

**A.** . **B.** . **C****.** **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có:  nằm trên đường tròn . Tâm 

Do nên có độ dài lớn nhất khi  là đường kính, hay  là trung điểm của . Vậy 

**Lời bình:** đây là bài toán tọa độ lớp , khi cho một đường tròn và một điểm . Tìm điểm  trên  sao cho  đạt min, max.

**Câu 2.** Gọi  là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức ,  thỏa mãn và  là điểm biểu diễn số phức .  là một điểm thuộc  sao cho  có độ dài lớn nhất. Khi đó độ dài  lớn nhất bằng

**A.** . **B.** . **C****.** **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có:  nằm trên đường tròn . Tâm 

Do nằm ngoài  nên có độ dài lớn nhất khi .

**Câu 3.** Gọi  là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức ,  thỏa mãn và  là điểm biểu diễn số phức .  là một điểm thuộc  sao cho  có độ dài bé nhất. Khi đó độ dài  bé nhất bằng

**A.** . **B.** . **C****.** **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Ta có:  nằm trên đường tròn . Tâm 

Do nằm ngoài  nên có độ dài bé nhất khi .

**Câu 4.** Cho hai số phức  thỏa mãn  . Tìm giá trị nhỏ nhất của  .

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi .

Khi đó .

Tập hợp điểm biểu diễn  là đường tròn tâm 

Cũng theo giả thiết, ta có:



Tập hợp điểm biểu diễn là đường thẳng 



.

**Câu 5.** Cho số phức z thỏa mãn . Gọi và  khi đó bằng

**A. ** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 6.** Cho số phức z thỏa mãn . Gọi , . Tính giá trị của biểu thức 

**A.** **B.**   **C.**  **D.** 

**Câu 7.** Kí hiệu  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình . Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8.** Cho hai số phức  thỏa mãn  và . Tìm giá trị nhỏ nhất  của biểu thức ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do nên điểm biểu diễncủathuộc đường tròn tâmbán kính.

Do nên điểm (điểm biểu diễn của) là ảnh của qua phép quay tâm, góc quay. Suy rangắn nhất khingắn nhất.

Ta có: .

Vậy: .

Đề xuất

Do nên điểm biểu diễncủathuộc đường tròn tâmbán kính.

.

(Vẽ hình thể hiện mô tả cho phần đánh giá)

**Câu 9.** Tính môđun của số phức  thỏa mãn 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A.**

- Đặt  .

- Ta có: 

- Vậy . Chọn A.

**Câu 11:** Tính môđun của số phức thỏa mãn 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12:** Số số phức thỏa mãn đẳng thức:  là

**A. .** **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13:** Cho số phức  thỏa mãn điêu kiện . Tính giá trị lớn nhất của biểu thức

****

**A. .** **B. .** **C. .** **D. **.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đặt , ta có:





Lại có: ****





Kết hợp với , ta được:



Áp dụng bất đẳng thức Bunhacopxki ta được



Vậy **.**

**Câu 14 (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019):** Xét các số phức thỏa mãn . Trên mặt phẳng tọa độ , tập hợp điểm biểu diễn của các số phức là một đường tròn có bán kính bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có 

Đặt 

Ta có 



Vậy tập hợp điểm biễu diễn của các số phức  là đường tròn có bán kính bằng 

**Câu 15:** Gọi  và  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  với  là số phức khác  và thỏa mãn . Tính ****

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  Mặt khác: 

Vậy, giá trị nhỏ nhất của là, xảy ra khi  giá trị lớn nhất của  bằng  xảy ra khi  ****

**Câu 16:** Cho số phức  thỏa mãn  Gọi  và lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  Tính giá trị của .

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 17:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi ,  lần lượt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất  Khi đó  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 18:** Cho số phức  (thoả điều kiện . Đặt . Khẳng định nào sau đây đúng

**A**.  **B**. . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:





Hay phương án chọn là **B**. .

**Nhận xét**: câu này đáp án A cũng đúng vì 

**Câu 19:** Cho số phức  (thoả điều kiện . Đặt  . Khẳng định nào sau đây đúng

**A**. **B**.. **C.** **D.** .

Nhận xét: bài này chỉ có thể thay số 4 thành -4; 12 thành -12 chứ thay nữa hoặc làm tương tự rất khó khăn vì cặp số (2;4) trong bài quá giá trị không thể thay thế.

**Câu 20:** Cho  với  thỏa mãn  .

Giá trị của  là

**A. B. C. D.**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có: 

 .

Từ giả thiết:  vì .

 .

Vậy 

**Câu 21:** Cho là hai số phức thỏa mãn phương trình , biết  Tính giá trị của biểu thức:  .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D.**

**HD: Cách 1**. Ta có: 

****

*y*

*O*

*x*

**

**

**

**** và 

**Chú ý: **

Tập hợp điểm biểu diễn số phức  là đường tròn tâm *O*

bán kính .

Gọi 

Ta có:  đều

Mà với *M* là điểm thỏa

mãn  là hình thoi cạnh 1.

**Cách 2**. Đặt , ta có  và .

Khi đó: 

Sử dụng công thức . **Chọn D.**

**Câu 22:** Gọi  là các nghiệm của phương trình . Biết  là số thuần ảo. Đặt , hãy chọn khẳng định đúng?

**A. . B. .** **C. .** **D. .**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Biến đổi phương trình  .

Như vậy:  là các nghiệm của phương trình (\*).

.

Vậy .

**Câu 23:** Cho hai số phức ,  thỏa mãn ; với  là tham số. Giá trị của  để ta luôn có  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đặt  có biểu diễn hình học là điểm 



Suy ra biểu diễn của số phức  là đường thẳng .

Ta có: 

 với .

Mà ta có 

Nên 

.

**Câu 24:** Cho số phức   thỏa mãn  và . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**





Ta có:  .

 nên không thỏa yêu cầu bài toán.

 thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy .

**Câu 25:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức . Khi đó modun của số phức 

**A**.. **B**.. **C.**. **D.**.

**Lờigiải**

**Chọn B.**

Giả sử  ta có 

Ta có 

Ta có 

Suy ra  suy ra  do đó ta được  vậy .

**Câu 26:** Biết số phức ,  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện  và biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính .

**A. . B. . C. . D. .**

**Lời giải**

**Chọn A .**

Theo giả thiết 





.

Ta có 

Xét điểm ;  và  . Khi đó, .

Bài toán trở thành tìm điểm  sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất.

Vì  nên hai điểm  nằm cùng phía đối với đường thẳng .

Gọi  là điểm đối xứng với  qua 

Đường thẳng đi qua điểm  và có VTPT  nên có phương trình 

Gọi  là giao điểm của và . Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ phương trình   suy ra 

 đối xứng với  qua  nên .

Ta có .

Dấu bằng xảy ra là giao điểm của  và đường thẳng 

Đường thẳng  đi qua điểm  và có VTPT  có phương trình  

Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ phương trình  

Vậy .

**Câu 27:** Gọi  là 2 nghiệm của phương trình  thỏa mãn . Biết rằng  là số phức thỏa mãn . Tìm GTNN của biểu thức .

**A.  B.  C.  D..**

**Lời giải.**

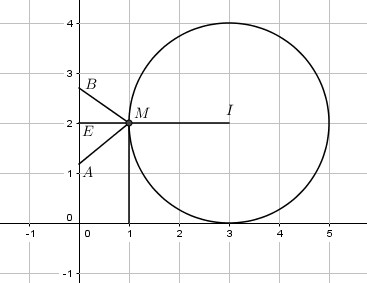
**Chọn D .**

Giả sử  ta có suy ra tập hợp điểm biểu diễn là trục tung.

Giả sử  lần lượt là 2 điểm biểu diễn cho , ta có .

Giả sử  và  là điểm biểu diễn cho số phức, ta cósuy ra tập hợp điểm biểu diễn  cho số phức  là đường tròn tâm  bán kính  .

Ta có  , gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên trục tung, ta thấy  nhỏ nhất khi  là trung điểm  suy ra , vậy 



**Câu 28:** Gọi  là số phức thoả mãn . Giá trị của biểu thức



**A.**. **B.** **C.**. **D.**.

Lời giải:

**Chọn A**

Dễ thấy rằng  không thoả mãn , do đó ta có



Ta cũng có  và 

Vậy 

**Câu 29:** Cho hai số phức ,  có điểm biểu diễn lần lượt là ,  cùng thuộc đường tròn có phương trình  và . Tính giá trị biểu thức .

**A** . . **B. .** **C. .** **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

**Cách 1:** Do ,  cùng thuộc đường tròn có phương trình  nên .

Lại có: 

.

.

Vậy .

**Cách 2:** Do ,  cùng thuộc đường tròn  tâm , bán kính  và  nên . Suy ra  là tam giác đều cạnh bằng .

= ( Trong đó  là trung điểm )

**Câu 30:** Cho số phức  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**.

Gọi , .

Ta có 

.

Lại có 

.

Mặt khác 

Suy ra .

**Câu 31:** Cho số phức  (, là các số thực) thỏa mãn  và có môđun nhỏ nhất. giá trị của  là?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có:

   ****

Mô đun của số phức  là:

**  **

Số phức **  **

**Câu 32:** Trong các số phức  thỏa mãn điều kiện . Tìm số phức  có môđun nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi số phức  có dạng .  thỏa mãn 



Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki.





Dấu  xảy ra 

**Câu 33:** Trong các số phức  thỏa mãn điều kiện . Số phức  có mô đun bé nhất bằng

**A.** **B.** . **C.** . **D.** .

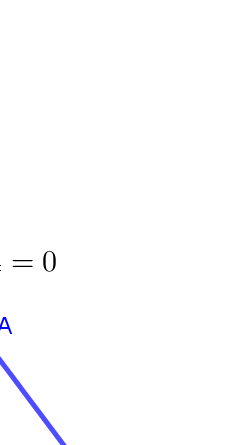
**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt . Khi đó 

.

Số phức có mô đun nhỏ nhất bằng khoảng cách từ  đến đường thẳng .



.

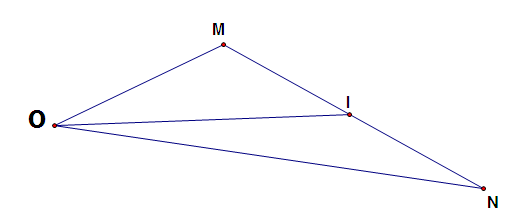
**Câu 34:** Cho hai số phức  thỏa mãn  và . Giá trị lớn nhất của biểu thức  là:

**A.** **B.** **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta gọi  lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức .

Từ giả thiết :  

với  là trung điểm của đoạn thẳng.

.

Ta có 

. Vậy 

**Phân tích:** Bài tập tìm max, min số phức hiện tại cũng là một bài toán quen thuộc, ta có thể sử dụng nhiều phương pháp cho loại bài toán này. Với bài toán trên ta có thể dùng phương pháp đại số, hoặc lượng giác.

**Câu 35:** Cho hai số phức  thỏa mãn  và  . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  . Khi đó mô đun của số phức

 là :

**A**.. **B**.. **C**.. **D**..

**Lời giải**

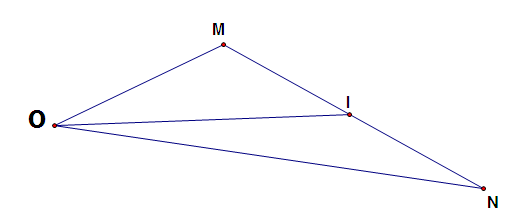
**Chọn A.**

Ta gọi  lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức .

Từ giả thiết :   với  là trung điểm của đoạn thẳng.

.

Ta có 



Vậy 

.

Vậy .

Suy ra 

**Câu 36:** Cho số phức  thỏa mãn . Giá trị lớn nhất của biểu thức  là:

**A.** . **B.** 3. **C.**. **D.** .

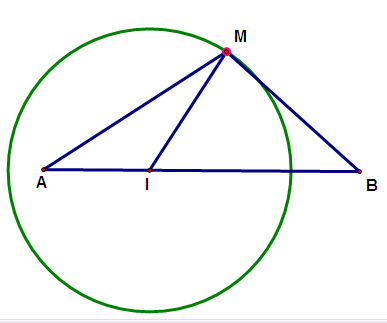
**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta gọi là điểm biểu diễn số phức.

 . Suy ra 

Khi đó:

 ,

với 

Ta có:  suy ra .

Theo định lý Stewart ta có: 

(Hoặc có thể chứng minh theo phương pháp véc tơ



Suy ra:





)

Vậy 

**Câu 37:** Cho ,  là hai số phức thỏa mãn , biết . Tính giá trị của biểu thức 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

**Cách 1.**

+ Đặt , , ta có 





+ Sử dụng công thức:  ta có 

Suy ra .

**Cách 2.**

+ Biến đổi: 

Ta có .

+ Sử dụng công thức bình phương mô đun



Trong đó  là góc  với M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức  trên mặt phẳng phức

.

Vậy .

**Câu 38:** Cho số phức  thỏa mãn  và . Tính giá trị biểu thức .

**A**.. **B.** . **C.. D.**.

**Lời giải**

**ChọnC**

Ta có  mà 



 (1)

Tương tự ta có 

Cộng (1) và (2) ta có





**Câu 39:** Cho hai số thực . Kí hiệu  là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình , tìm điều kiện của và  sao cho tam giác  là tam giác vuông ( Với  là gốc tọa độ ).

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có 

Nếu phương trình có hai nghiệm (Loại vì  thẳng hàng)

Nếu  phương trình có nghiệm kép (Loại)

Nếu   Phương trình có hai nghiệm 

Vậy hai điểm biểu diễn là  và 

Tam giác  cân tại  .Vậy để tam giác vuông  

.

**Câu 40:** Cho số phức  thỏa mãn . Tính ?

**A.** 3. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Giả sử , ta có:







Vậy .

**Câu 41:** Hcho hai số phức  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất  của biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Cách 1 :**

Giả sử  ,  .

 (1)

.

Suy ra .

.

Từ (1) ta có , bán kính . Gọi  là hình chiếu của  trên .

Đường thẳng  có PTTS .



, 

, 

Vậy .

**Cách 2 :**

 điều này cho thấy  đang nằm trên hình tròn tâm  bán kính bằng 1.

 điều này cho thấy  đang thuộc nửa mặt phẳng tạo bởi đường thẳng  là trung trực của đoạn  với 



(Minh hoạ như hình vẽ)





**Câu 42:** Xét các số phức  thỏa mãn  Tính  biết biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A. **. **B. **. **C. **. **D.** 3.

**Lời giải**:



**Chọn A**

Giả thiết 

Gọi  lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức 

Bài toán trở thành: Tìm  sao cho biểu thức  nhỏ nhất

Ta có 



 với 

Ta có  dấu “=”xảy ra khi và chỉ khi  theo thứ tự đó thẳng hàng.

Phương trình đường thẳng 

 là giao của của BC và .

**Câu 43:** Giả sử  là hai nghiệm phức của phương trình  và

. Tính 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

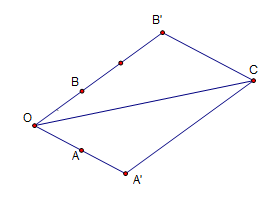
Từ giả thiết ta có: 

.

Bình phương, giải phương trình tìm được , Gọi lần lượt là hai điểm biểu diễn của hai số phức trong mặt phẳng phức thì suy ra nằm trên đường tròn tâm , bán kính 1 và , do đó tam giác  là tam giác đều.

**Cách trắc nghiệm** : chọn  thỏa mãn bài toán, nên 

**Cách tự luận:** 

Áp dụng định lý hàm số cos tìm được 

**Câu 44:**Trong các số phức  thỏa mãn điều kiện sau , gọi số phức  là số phức có mô đun nhỏ nhất. Tính .

**A. **. **B.**. **C. **. **D. .**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: .

Từ đó: .

Vậy  đạt được khi .

Khi đó: .

**Câu 45:** Trong các số phức  thỏa mãn điều kiện  . Số phức có môđun nhỏ nhất là:

A.  B.  C.  D. 

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đặt 

Ta có  suy ra 

Ta có:   .

Dấu  xảy ra khi   .

Vậy 

**Câu 46:** Cho số phức  thỏa mãn Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức  là một đường tròn. Tính bán kính  của đường tròn đó.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: 





 Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  là một đường tròn bán kính 

**Câu 47:** Cho số phức  thỏa mãn Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức  là một đường tròn. Tính bán kính  của đường tròn đó.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 48:** Cho số phức  thỏa mãn Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức  là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm  của đường tròn đó.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 49:** Trong các số phức  thỏa mãn  giả sử số phức có mô đun nhỏ nhất có dạng . Khi đó  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có

  .

Vậy quỹ tích các điểm  biểu diễn số phức  là đường thẳng .

Có , khi đó số phức  có mô đun nhỏ nhất khi và chỉ khi  nhỏ nhất tức  là hình chiếu vuông góc của  trên đường thẳng .

Phương trình đường thẳng  là: 

   .

**Câu 50:** Cho số phức  () thoả mãn  và .Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **B**

Gọi , .





.

Ta có ( loại); . Vậy .

**Câu 51:** Gọi  là tổng phần thực và phần ảo của số phức . Tính giá trị của ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn**.**B.**

**Cách 1:**

Ta có









 Suy ra tổng phần thực và phần ảo của số phức  bằng .

**Cách 2:**

Phân tích như **Cách 1** nhưng sử dụng cấp số cộng để tính các tổng trên.

**Cách 3:**

Đặt 





Mặt khác:

Thay  vào  và  ta được:





Suy ra tổng phần thực và phần ảo của số phức  bằng .

**Câu phát triển:**.

**Câu 52:** Gọi  là điểm biểu diễn của số phức  trong mặt phẳng . Tính ?

**A.** 2017. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2020

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt 





Mặt khác:

Thay  vào  và  ta được:





 .

**Câu 53:** Gọi  là tổng phần thực và phần ảo của số phức . Tính giá trị của ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn**. **A.**

Đặt 





Mặt khác:

Thay  vào  và  ta được:







**Câu 54:** Cho các số phức ,  thỏa mãn , . Gọi ,  lần lượt là điểm biểu diễn các số phức , . Biết rằng . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  ; .

Gọi  và  là điểm biểu diễn số phức    và .

Từ đó suy ra tam giác  đều cạnh bằng  và , với  là trung điểm .

Khi đó 

Do đó: .



**Câu 55:** Cho số phức  thỏa mãn . Hỏi có bao nhiêu cặp  thỏa mãn đề bài:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải:**

**Chọn** **D.**

Ta có 

+ Nếu .

+ Nếu , ta có .

Vì phương trình  có  nghiệm nên có tất cả  số phức  thỏa mãn.

Vậy có  cặp  thỏa mãn đề bài.

**Câu 56:** Cho số phức  thỏa mãn: . Gọi  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức . Tính 

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Lời giải**

**Chọn đáp án C**

Đặt 

Ta có 



Vậy  .

**Câu 57:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi ,  lần lượt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất  Khi đó  bằng

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  với .

Ta có .

Do đó .

Mà .

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có





.

Do đó .

Vậy .

**Câu 58:** Xét số phức  thỏa mãn . Gọi , lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của . Tính .

**A.**. **B.**.

**C.**. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn B .**

**Cách 1.** Gọi  là điểm biểu diễn của . Các điểm , , .

Ta có , mà .

Suy ra  thuộc đoạn thẳng .

Phương trình đường thẳng , với .

Ta có 

Đặt , .

,**( nhận )**

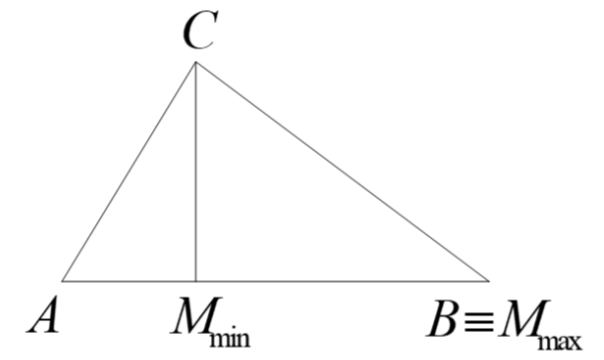
Ta có , , .

Vậy , .

,..

**Cách 2.**Gọi  là điểm biểu diễn của .

Các điểm , , .



Ta có , mà 

Suy ra  thuộc đoạn thẳng .

Phương trình đường thẳng , với .

.

.

Vậy .

**Câu 59:** Biết phương trình:

 có 2 nghiệm ,. Tính .

**A. .**  **B. .** **C. .** **D. .**

**Lời giải**

**Chọn D**

 và  là số thực.

.

Mà ta có:   .

Vậy ta có: .

**Câu 60:** Cho hai số thực  và . Kí hiệu,  là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình  trong mặt phẳng phức. Tìm điều kiện của  và  để tam giác  là tam giác vuông ( là gốc tọa độ).

**A.** ****. **B**. ****. **C**. ****. **D**. ****.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: . Vì  và là số thực.

. Vậy ta có:  và  .

Ta có:  ; .

Để tam giác OAB là tam giác vuông tại O      .

**Câu 61:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình  có hai nghiệm phức thỏa mãn 

**A.** ****. **B**. ****. **C**. ****. **D**. ****.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: Vì  và là số thực. . Vậy ta có:  và .

 Ta có:  

.

**Câu 62:** Cho số phức  thỏa . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: 

, vì .

Vậy .

**Câu 63:** Cho số phức  thỏa mãn . Tính .

**A.** . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: . Ta có: .

Thay vào  ta được 

.

Vậy .

**Câu 64:** Cho số phức   thỏa mãn . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đặt 

Từ giả thiết, ta có: 

.

Vậy .

**Câu 65:** Tìm tập hợp các số phức  thỏa .

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn** **A.**

Gọi  là điểm biểu số phức  thỏa bài toán.

Theo đề có

 **.**

Vậy tập hợp điểm  biểu diễn số phức  là đường thẳng .

**Câu 66:** Cho số phức  thỏa mãn . Tập hợp các điểm  biểu diễn số phức  trong mặt phẳng tọa độ  là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

**A. **. **B. **.

**C.**. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn** **A.**

Gọi  là điểm biểu diễn của số phức .

Ta có 

.

Vậy tập hợp điểm  biểu diễn số phức  là đường thẳng ****.

**Câu 67:** Tìm tập hợp các số phức  thỏa  thỏa .

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. .**

**Lời giải**

**Chọn** **B.**

Gọi  là điểm biểu số phức  thỏa bài toán.

Ta có 



Đặt  và  thì  nên tập hợp điểm  biểu diễn số phức  là một elíp với hai tiêu điểm .

Ta có:.

**Câu 68:** Tìm tổng các giá trị của số thực  sao cho phương trình  có nghiệm phức  thỏa .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có với mọi  thì phương trình  luôn có nghiệm phức.

 và .

Suy ra  .



.

Từ  ta có , từ  ta có .

Vậy tổng .

**Câu 69:** Cho số phức  thỏa  , gọi  lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của  . Tính  .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có 









Vì  nên  ,  nên chọn A.

Cách giải khác:

Ta có 



Đặt  với 



Do đó  với 

Khi đó  ,  nên chọn A.

**Câu 70:** Cho số phức  thỏa  , gọi  lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của  . Tính  .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có 









Vì  nên  ,  nên chọn C.

**Câu 71:** Xét số phức *z* thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi  lần lượt là điểm biểu diễn các số phức *z*, 

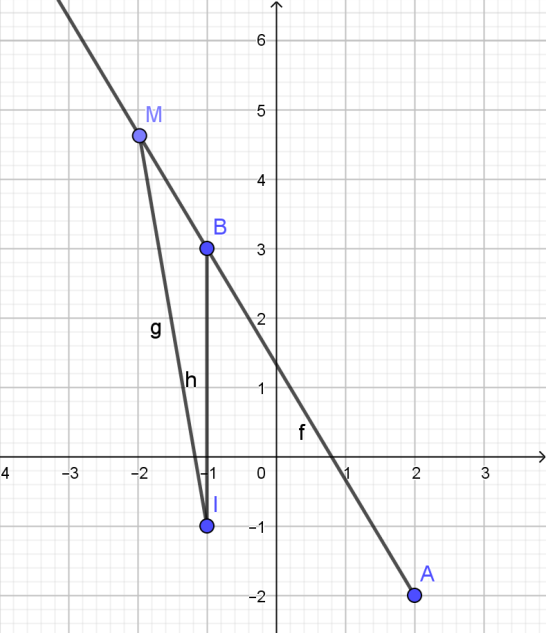
Ta có: 

*M* thuộc tia đối của tia 

.

Dựa vào quan sát, suy ra:

Vậy 



**Câu 72:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của . Khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi .

Đặt: , 

Khi đó từ giả thiết  suy ra .

Mà .

Vậy  thuộc đoạn .

Ta có Phương trình đường thẳng  .

Tập hợp các điểm  biểu diễn số phức  thuộc đường thẳng  với .

.

Xét .

.

; ; .

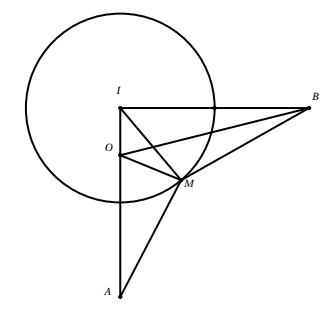
Suy ra .

**Câu 73:** Cho các số phức  và  thỏa mãn . Biết biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất khi  (). Hiệu  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**



Gọi  lần lượt là các điểm biểu diễn của .

Do  nên tập hợp điểm biểu diễn của  là đường tròn  tâm , bán kính .

Lấy  là điểm biểu diễn của . Ta có .

Ta có .

Từ đó .

Vậy .

Đẳng thức xảy ra khi  là giao điểm của đường thẳng  và .

 ().

Vậy .

**Câu 74:** Cho hai só phức . Gọi  là số phức thỏa mãn . Đặt  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức . Tính mô đun số phức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có .

Đặt .

Gọi  lần lượt là điểm biểu diễn của .

Khi đó ta có .

Vì  cùng thuộc đường tròn (C) và tam giác  đều nên suy ra:

, khi đó K trùng với  hoặc  hoặc .

Gọi  thuộc cung .

Ta có  (Ptoleme).

.

Suy ra .

Vậy .

**Câu 75:** Cho số phức  thỏa mãn . Tìm .

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi , với , .

Theo giả thiết ta có  suy ra  và , .

Ta có 



.

Xét hàm số  trên . Ta có .

Ta có ; ; ; .

Vậy . Do đó  khi  và .

**Câu 76:** Cho số phức  thỏa mãn , gọi  lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn A.**

***Cách 1 :***

Đặt .

Mà .

Nên  suy ra .

***Cách 2:***

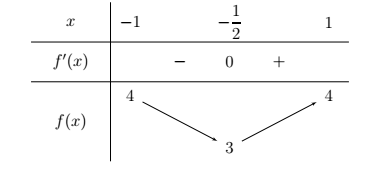
=.

Đặt .

Nên .

Đặt .

Bảng biến thiên



Vậy .

**Câu 77:** Cho số phức  thay đổi và thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  biểu diễn số phức , từ  thì  nằm trên đường tròn  có tâm và bán kính :. Gọi  thì

.

Phân tích : mục tiêu tìm tọa độ điểmsao cho, nhận thấy  nên ta có hai cách tìm tọa độ điểm như sau :

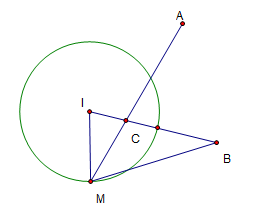
**Cách 1** : 





Nên chọn điểm  thì 

**Cách 2** : Lấy điểm  thỏa mãn  thì tam giác đồng dạng với tam giác nên ta có , từ đó 



Ta có : 

Dấu « = » đạt được khi điểm nằm trên đoạn .

**Câu 78:** Cho các số phức  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

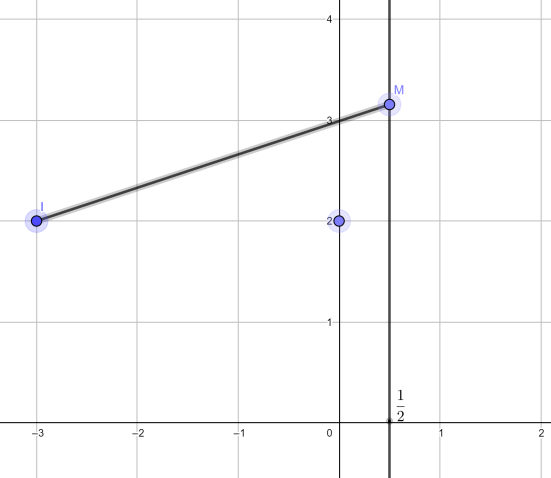
Gọi  là điểm biểu diễn số phức  trong mặt phẳng phức.

Có    .

Vậy  hoặc .

Gọi  thì  . Khi đó  hoặc .

Vậy 



**Câu 79:** Cho các số phức  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

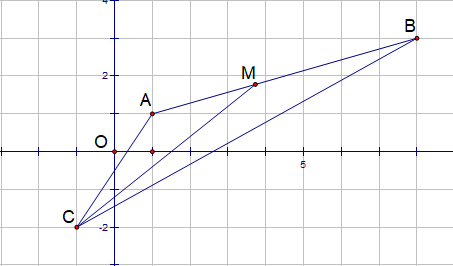
**Chọn C.**

Gọi , , ,  lần lượt là điểm biểu diễn các số phức

, , ,  trong mặt phẳng phức.

Có    thuộc đoạn 

=



Ta có :  và . Vậy  đạt khi  trùng .

**Câu 80:** Biết  và  là ba nghiệm của phương trình , trong đó  là nghiệm có phần ảo dương. Phần ảo của số phức  bằng:

**A. .** **B..** **C..** **D.**.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Xét phương trình là phương trình bậc ba với hệ số thực nên luôn có một nghiệm thực là  .

Do đó phương trình tương đương với: 

.

Nên  là hai nghiệm phức của phương trình bậc hai với hệ số thực (1).

Suy ra .

Khi đó : .

Vậy phần ảo của  là .

**Câu 81:** Biết rằng hai số phức , thỏa mãn  và . Số phức  có phần thực là  và phần ảo là  thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đặt  thì  và .

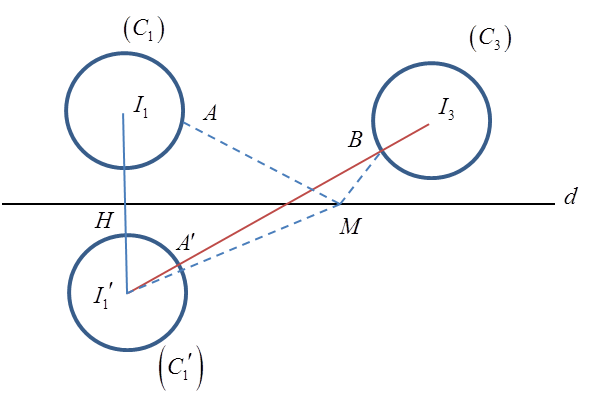
Gọi , ,  lần lượt là các điểm biểu diễn cho ,  và . Khi đó:

Điểm  nằm trên đường tròn  có tâm , bán kính ;

Điểm  nằm trên đường tròn  có tâm , bán kính 

Và điểm  nằm trên đường thẳng .

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của .



Ta kiểm tra thấy  và  nằm cùng phía và không cắt đường thẳng .

Gọi đường tròn  có tâm  và bán kính  đối xứng với  qua .

Điểm  đối xứng với  qua  thì  thuộc .

Ta có . Gọi  suy ra .

Ta có .

Từ đó  khi các điểm , ,,  và  thẳng hàng và .

**Câu 82:** Cho ,  là hai trong các số phức  thỏa mãn điều kiện , đồng thời . Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  trong mặt phẳng tọa độ  là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

**A.** . **B.** .

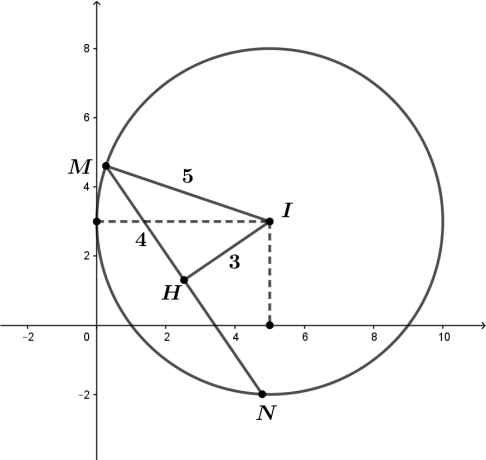
**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập hợp điểm biểu diễn số phức  thỏa mãn điều kiện  là đường tròn  có tâm là , bán kính .

Gọi ,  lần lượt là các điểm biểu diễn cho , . Khi đó ,  nằm trên đường tròn .



Có  nên suy ra .

Giả sử  và , suy ra .

Gọi  là trung điểm của , ta có  nên .

Vậy ta có .

Mà  nên ta suy ra

.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức  là đường tròn .

**Câu 83:** Xét các số phức ,  thỏa mãn điều kiện  và . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Cách 1:**

Gọi , ,  lần lượt được biểu diễn bởi điểm , 

trong mặt phẳng .

Từ giả thiết:

.

. Suy ra tập hợp điểm  biểu diễn số phức là phần tô đậm như trên đồ thị có tính biên là đường thẳng : .



. Suy ra tập hợp điểm  biểu diễn số phức là phần tô gạch như trên đồ thị có tính biên là đường thẳng : .

Khi đó . Dấu  xảy ra khi 



**Cách 2:**

Từ giả thiết 

Và đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có:



**.**

Vậy  khi .

**Câu 84:** Cho số phức  thỏa mãn điều kiện .

Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**A. ** **B. ** **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đặt 

Ta có 

 .

**TH1:**   (1)

**TH2:** .

Đặt ; .

 .

   (2)

Từ ,  suy ra .

**Câu 85:** Cho số phức  thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất của  .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 86:** Cho số phức  thỏa mãn điều kiện :  và  có môđun lớn nhất. Số phức  có môđun bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 87:** Trong mặt phẳng phức, xét số phức và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là ; số phức và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là . Biết rằng là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Phân tích:** Minh họa các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức ta thấy rằng tứ giác luôn là hình thanh cân (), nên để là hình chữ nhật ta chỉ cần có thêm điều kiện là tứ giác có một góc vuông nữa hoặc .

Giả sử: . Ta có  và .

\* Khi đó: .

Suy ra  và .

\* Do 4 điểm tạo thành hình thang cân nhận làm trục đối xứng nên 4 điểm đó là bốn đỉnh của một hình chữ nhật khi

.

\* Với , ta có .

Đẳng thức xảy ra khi .

\* Với ta có .

Vậy: .

**Câu 88:** Trong mặt phẳng phức, xét số phức  và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là ; số phức  có điểm biểu diễn là . Gọi  lần lượt là hình chiếu của trên trục . Biết rằng tứ giác  hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử: . Ta có  và .

\* Khi đó: .

Suy ra  và .

\* Do 4 điểm tạo thành hình thang vuông () nên 4 điểm đó là bốn đỉnh của một hình chữ nhật khi: .

\* Với , ta có .

Đẳng thức xảy ra khi .

\* Với ta có .

Vậy: .

**Câu 89:** Trong mặt phẳng phức, xét số phức và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là ; số phức  có điểm biểu diễn là . Gọi  là điểm đối xứng với qua đường thẳng . Biết rằng tứ giác  là hình thoi. Tìm phần ảo của để  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Phân tích:** Dựa vào tính chất hình thoi là tứ giác có hai đường chéo vuông góc và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường .

Giả sử: . Ta có  và .

\* Khi đó: . Suy ra .

\* Do tứ giác  là hình thoi nên .

\* Ta có .

 đạt giá trị nhỏ nhất tại .

**Câu 90:** Cho số phức  và  thỏa mãn  và . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

*Phân tích:* Từ yêu cầu bài toán ta nghĩ đến BĐT Bunhiacopxki, vấn đề còn lại là biến đổi để xuất hiện  thì bài toán được giải quyết xong.

Ta có 

nên .

Do đó .

**Câu 91:** Cho số phức  và  thỏa mãn  và  (hoặc  và ). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  với .

**Lời giải**

Ta có: 

Khi đó 

Nên .

**Câu 92:** Cho số phức  () thỏa mãn . Tính  biết rằng biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

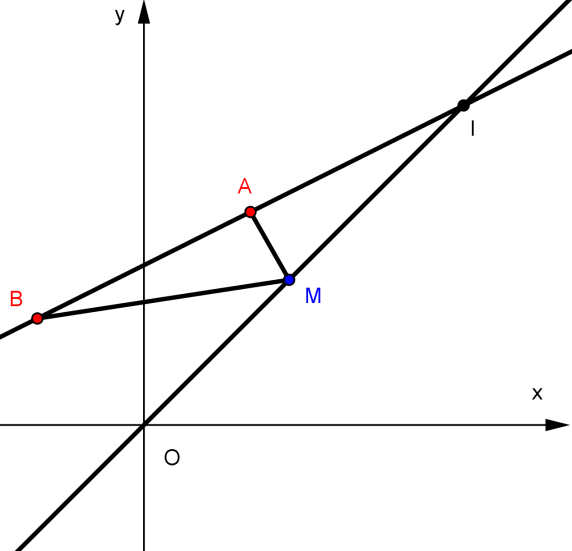
**Chọn C.**

Gọi  là điểm biểu diễn số phức  trong mặt phẳng . Ta có

.

Gọi , , khi đó .

Bài toán trở thành: “Tìm  thuộc đường thẳng  sao cho  lớn nhất.”



Xét , ta có . Do đó ,  nằm cùng phía đối với đường thẳng .

Gọi  là giao điểm của  với , ta tìm được .

Ta có . Đẳng thức xảy ra khi  trùng với . Do đó  đạt giá trị lớn nhất khi tọa độ  là . Vậy  và  do đó .

**Nhận xét:**Bài toán sẽ khó hơn nếu ,  nằm khác phía đối với đường thẳng . Khi đó ta cần tìm điểm đối xứng  của  qua  và  sẽ trùng với .

**Câu 93:** Cho hai số phức ,  thỏa mãn  và . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

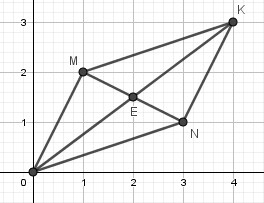
**Chọn A.**

Ta có .

Suy ra , dấu "=" xảy ra khi .

Vậy .

**Tổng quát**: Cho hai số phức ,  thỏa mãn   và . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .



Gọi các điểm biểu diễn của các số phức , ,  lần lượt là , , .

Ta có .

.

Suy ra giá trị lớn nhất của  bằng .

**Câu 94:** Cho số phức  thoả mãn . Giá trị lớn nhất của biểu thức  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Cách 1: Đại số**

Đặt .

Từ giả thiết   .

Ta có .

Dễ thấy  lớn nhất khi . Khi đó 

Do  nên từ  ta có .

Suy ra 

.

Dấu  xảy ra khi .

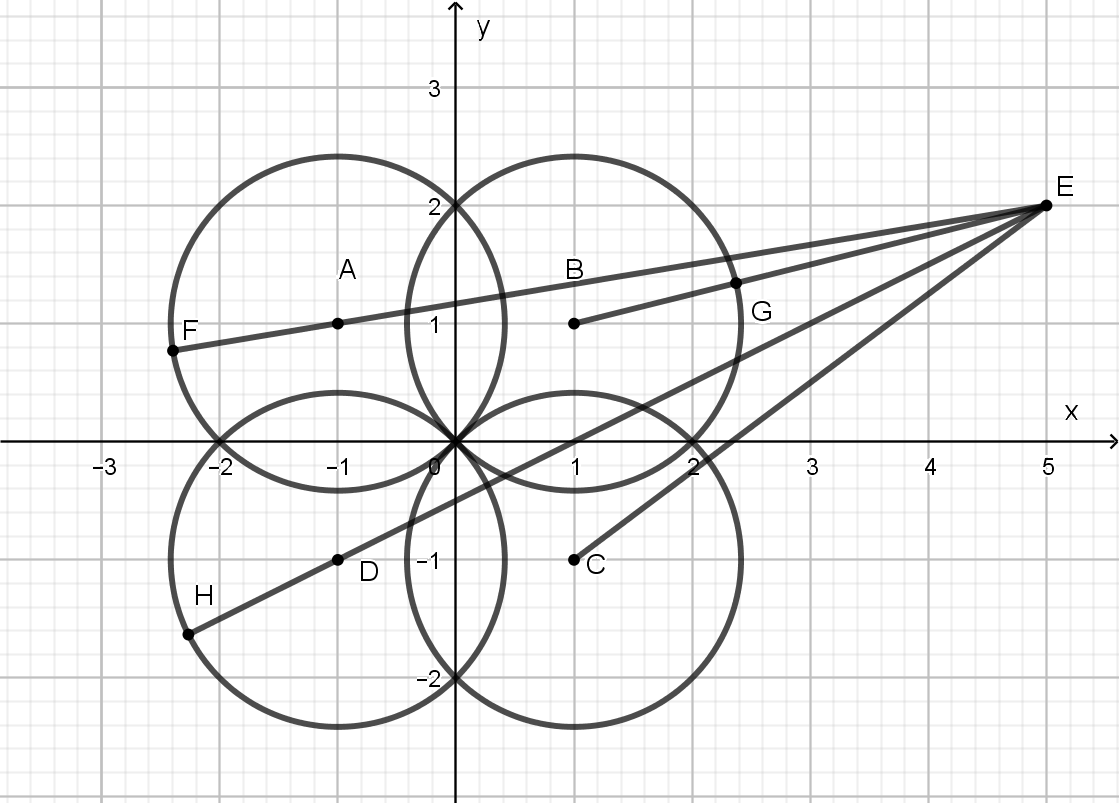
**Cách 2: Hình học**

Đặt .

Từ giả thiết   .

Tập hợp  biểu diễn  thuộc các phần đường tròn cùng bán kính là  có tâm là , , ,  nằm chọn vẹn trong  góc phần tư (bỏ đi các cung nhỏ).

 với . Từ hình vẽ ta thấy .



**Nhận xét:** Nếu bài yêu cầu tìm  thì ta cũng làm tương tự.

**Câu 95:** Cho số phức  thoả mãn . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Câu 96:** Cho số phức  thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 97:** Cho số phức  thỏa mãn ;  dương. Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức . Tính .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**HD:**

**Chọn B**

Từ đồ thị ta xác định được . Khi đó,

, .

**Câu 98:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của . Tính .

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 99:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi  là giá trị lớn nhất của ,  là giá trị nhỏ nhất của . Tính .

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn A**

Lấy các điểm , ; điểm  biểu diễn số phức .

Ta có ; .

Do đó, .

**Câu 100:** Cho hai điểm ,  là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự ,  khác  và thỏa mãn đẳng thức . Hỏi ba điểm , ,  tạo thành tam giác gì? ( là gốc tọa độ) ? Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

**A.** Cân tại . **B.** Vuông cân tại . **C.** Đều. **D.** Vuông tại .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Hai điểm ,  là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự , 

Theo giả thiết suy ra: ,  và .

Ta có: .

.

Xét 

.

Vậy  hay tam giác  là tam giác đều.